



KTH Elektro-  
och systemteknik

## Tentamen i EG2050 Systemplanering, 17 mars 2014, 14:00–19:00, Q33, Q34, Q36, V01, V12

### Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).  
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

## DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

### Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

**a) (2 p)** En aktör som är balansansvarig har följande skyldigheter: I) Man är fysiskt ansvarig för att systemet i varje ögonblick tillförs lika mycket effekt som ens kunder förbrukar, II) Man är ekonomiskt ansvarig för att systemet i varje ögonblick tillförs lika mycket effekt som ens kunder förbrukar, III) Man är ekonomiskt ansvarig för att systemet under en viss handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som ens kunder förbrukat.

1. Inget av påståendena är sant.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och II är sanna men inte III.

**b) (1 p)** Med realtidshandeln avser vi all handel som sker under själva leveranstimmen (eller någon annan handelsperiod). Vilket av följande typer av kontrakt kan handlas på en realtidsmarknad?

1. Balanskraft, d.v.s. då en balansansvarig aktör säljer ett eventuellt överskott i sin balans till systemoperatören, eller då en balansansvarig aktör köper av systemoperatören för att täcka ett eventuellt underskott i sin balans.
2. Fastkraft, d.v.s. då en säljaren förbinder sig att leverera en viss mängd energi i varje handelsperiod under kontraktets giltighetstid.
3. Reglerkraft, d.v.s. då en aktör på begäran av systemoperatören tillför systemet mer effekt (uppreglering) eller då en aktör på begäran av systemoperatören tar ut mer effekt från systemet (nedreglering).

**c) (1 p)** Vad gäller för ett s.k. självbetjäningkontrakt?

1. Kunden måste i förväg meddela leverantören exakt hur mycket energi man kommer att förbruka under varje handelsperiod.
2. Kunden köper lika mycket energi per handelsperiod under hela kontraktets giltighetstid.
3. Under kontraktets giltighetstid abonnerar kunden på en viss maximal effekt och får köpa valfri mängd energi per handelsperiod, så länge den maximala effekten inte överskrids.

## Uppgift 2 (6 p)

Antag att det råder perfekt konkurrens på elmarknaden i Land, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Data för kraftverken i Land ges i tabell 1. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen,; då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

**Tabell 1** Data för kraftverken i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]	Rörlig kostnad [ϰ/MWh]
Vattenkraft	66	5
Kärnkraft	60	90–100
Biobränsle	20	200–400
Fossila bränslen	10	300–500

- a) (3 p)** Vilket elpris får man i Land om elförbrukningen inte är priskänslig och uppgår till 142 TWh/år?
- b) (1 p)** Antag att det utöver kraftverken i tabell 1 fanns 8 TWh vindkraft med försumbar rörlig kostnad. Vilket elpris får man då i Land om elförbrukningen fortfarande är 142 TWh/år (och inte priskänslig)?
- c) (2 p)** Antag att de fasta kostnaderna för 8 TWh vindkraft är 4 240 Mϰ/år. Hur stora subventioner krävs det för att vindkraften inte ska gå med förlust? (Svara 0 om vindkraften går med vinst vid elpriset från b-uppgiften.)

### Uppgift 3 (6 p)

Betrakta ett elsystem indelat i fem areor. Vid ett visst tillfälle råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen i varje area är exakt lika med 50 Hz. Data för primärregleringen i systemet framgår av tabell 2. Data för transmissionsförbindelserna mellan areorna framgår av tabell 3. Varje förbindelse är försedd med ett skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning automatiskt kopplar bort förbindelsen om flödet skulle överskrida den maximala kapaciteten. Effektflödena på HVDC-förbindelsen påverkas inte av frekvensen i systemet, utan kan bara kontrolleras manuellt.

**Tabell 2** Data för primärregleringen.

Area	Reglerstyrka (tillgänglig mellan 49,9 och 50,1 Hz) [MW/Hz]
A	2 000
B	2 000
C	1 000
D	500
E	500

**Tabell 3** Data för transmissionsförbindelserna.

Förbindelse	Typ	Nuvarande transmission [MW]	Maximal kapacitet [MW]
A ↔ B	Växelström	1 000 MW från A till B	2 000
A ↔ C	Likström (HVDC)	600 MW från A till C	600
A ↔ D	Likström (HVDC)	400 MW från A till D	400
B ↔ D	Likström (HVDC)	450 MW från B till D	500
B ↔ E	Växelström	2 000 MW från B till E	2 500
C ↔ D	Växelström	1 000 MW från C till D	1 500

- a) (3 p)** Vid detta tillfälle minskar lasten i area A med 45 MW. Vilken frekvens får man i area A efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?
- b) (1 p)** Vilken frekvens får man i area C efter händelsen i area A?
- c) (1 p)** Vilken frekvens får man i area D efter händelsen i area A?
- d) (1 p)** Vilken frekvens får man i area E efter händelsen i area A?

## Uppgift 4 (12 p)

Stads energi AB äger ett termiskt kraftverk med tre block. Antag att bolaget formulerat sitt korttidsplaneringsproblem som ett MILP-problem och att man har infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Block I - 1, Block II - 2, Block III - 3.

$\beta_{Gg}$  = rörlig produktionskostnad i kraftverk  $g$ ,  $g = 1, 2, 3$ ,

$C_g^{\pm}$  = startkostnad i kraftverk  $g$ ,  $g = 1, 2, 3$ ,

$D_t$  = avtalad last timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,

$G_{g,t}$  = elproduktion i kraftverk  $g$ , timme  $t$ ,  $g = 1, 2, 3$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,

$\lambda_t$  = förväntat elpris timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,

$p_t$  = köp från ElKräng timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,

$r_t$  = försäljning till ElKräng timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,

$s_{g,t}^+$  = startvariabel för kraftverk  $g$ , timme  $t$ ,  $g = 1, 2, 3$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,

$u_{g,0}$  = driftstatus i kraftverk  $g$  vid planeringsperiodens början,  $g = 1, 2, 3$ ,

$u_{g,t}$  = driftstatus i kraftverk  $g$ , timme  $t$ ,  $g = 1, 2, 3$ ,  $t = 1, \dots, 24$ .

**a) (3 p)** Vilka av beteckningarna ovan representerar optimeringsvariabler respektive parametrar?

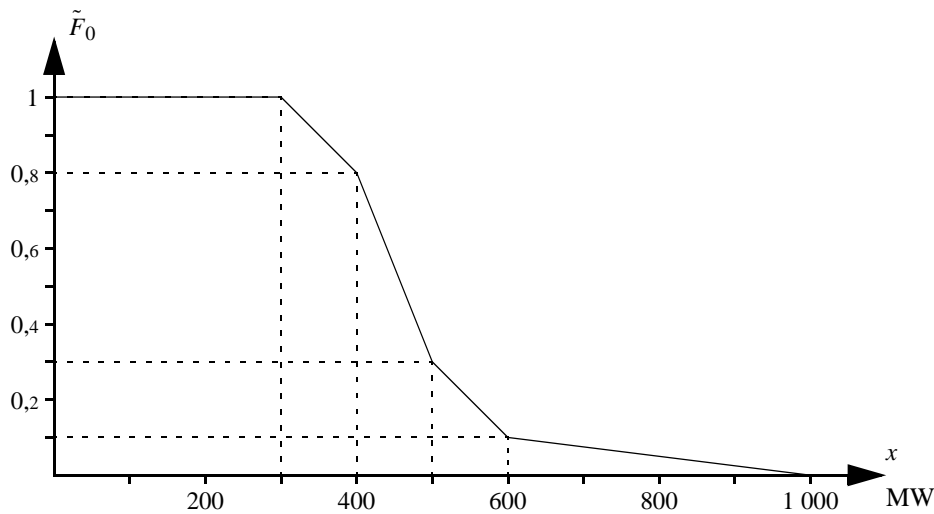
**b) (4 p)** Stads energi AB säljer el till kunder med fastkraftavtal, men bolaget har också möjlighet att handla på den lokala börsen ElKräng. Formulera målfunktionen i bolagets planeringsproblem om syftet med planeringen är att maximera intäkterna från el såld på ElKräng minus kostnaden för el köpt från ElKräng och minus kostnaderna i det termiska kraftverket. Använd beteckningarna ovan.

**c) (4 p)** Formulera det bivillkor som reglerar sambandet mellan  $u_{g,t}$ ,  $u_{g,t-1}$  och  $s_{g,t}^+$  för kraftverk  $g$ , timme  $t$ . Observera att bivillkoret ska formuleras utan hjälp av några ytterligare optimeringsvariabler än de som definierats ovan!

**d) (1 p)** I vattenkraftverket Strömmen uppnås bästa verkningsgrad vid tappningen  $80 \text{ m}^3/\text{s}$ . Kraftverket producerar då 30 MW. Hur stor är kraftverkets maximala produktionsekvivalent?

## Uppgift 5 (12 p)

Det nationella elnätet i Nchi försörjs av tre större vattenkraftverk med en sammanlagd effekt på 700 MW och ett 100 MW termiskt kraftverk. Figuren nedan visar varaktighetskurvan för den totala lasten i Nchi.



**a) (1 p)** Hur stor är sannolikheten att lasten i Nchi är större än 800 MW?

**b) (3 p)** Antag att samtliga kraftverk är 100% tillförlitliga och att den rörliga produktionskostnaden är 10  $\text{€}/\text{MWh}$  i det termiska kraftverket, medan den rörliga produktionskostnaden i vattenkraftverken är försumbar. Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den förväntade totala driftkostnaden per timme.

**c) (2 p)** Antag att vattenkraftverken har 100% tillförlitlighet och att det termiska kraftverket har 90% tillförlitlighet. Vad blir risken för effektbrist i Nchi?

**d) (2 p)** Antag att man simulerar elsystemet i Nchi med hjälp av Monte Carlo-teknik. Man har valt att använda en multi-areamodell, som tar hänsyn till både begränsningarna i överföringskapacitet och förlusterna på ledningarna mellan de olika områdena. I Monte Carlo-simuleringen genererar man 2 000 scenarier och i den sammanlagda driftkostnaden i dessa scenarier är 240 000  $\text{€}/\text{h}$ , d.v.s.

$$\sum_{i=1}^n toc_i = 240\,000.$$

Vilken skattning av *ETOC* får man från denna simulering?

**e) (2 p)** Antag att man önskar använda slumpalskomplement för att förbättra noggrannheten i simuleringen av Nchi. Vilket värde får slumpalskomplementet,  $D^*$ , om den totala lasten i systemet slumpas fram till  $D = 400$  MW?

**f) (2 p)** Man önskar skatta väntevärdet  $E[X]$  med hjälp av en kombination av kontrollvariabelmetoden och stratifierad sampling. Antag att man definierat  $L$  stratum och låt  $\omega_h$  beteckna stratumvikten för stratum  $h$ . Inför beteckningen  $x_{h,i}$  för den  $i$ :te observationen av  $X$  från stratum  $h$  och låt  $z_{h,i}$  beteckna den  $i$ :te observationen från stratum  $h$  av kontrollvariabeln,  $Z$ . Totalt har man gjort  $n$  observationer, och vi använder beteckningen  $n_h$  för antalet observationer från stratum  $h$ . Hur beräknas skattningen  $m_X$ ?

$$1. m_X = \frac{1}{n} \sum_{h=1}^L \sum_{i=1}^{n_h} \omega_h (x_{h,i} - z_{h,i}) + \frac{1}{n} \sum_{h=1}^L \sum_{i=1}^{n_h} z_{h,i}.$$

$$2. m_X = \frac{1}{n} \sum_{h=1}^L \sum_{i=1}^{n_h} \omega_h x_{h,i} + E[Z].$$

$$3. m_X = \sum_{h=1}^L \frac{\omega_h}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} x_{h,i} + E[Z].$$

$$4. m_X = \sum_{h=1}^L \frac{\omega_h}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (x_{h,i} - z_{h,i}) + \frac{1}{n} \sum_{h=1}^L \sum_{i=1}^{n_h} z_{h,i}.$$

$$5. m_X = \sum_{h=1}^L \frac{\omega_h}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (x_{h,i} - z_{h,i}) + E[Z].$$

## DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

### Uppgift 6 (10 p)

Unionen har fyra medlemsländer: Aland, Beland, Celand och Deland. För närvarande har varje medlemsland en egen elmarknad och handeln mellan länderna regleras av långtidskontrakt. Data för elproduktion och elkonsumention ges i tabell 4 och data för handeln mellan länderna återfinns i tabell 5. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen; då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Antag att Unionen i stället skulle införa en gemensam elmarknad för all medlemsländerna. Detta skulle innebära att de gamla långtidskontrakten upphör att gälla och att elhandeln mellan länderna i stället beror på utbud och efterfrågan, samt de maximala överföringskapaciteterna på förbindelserna.

**a) (7 p)** Hur skulle en sådan reform påverka producenter och konsumenter i Unionen?

OBSERVERA! För att få full poäng på denna uppgift måste svaret stödjas av överslagsberäkningar som visar hur elpriserna påverkas för olika aktörer! I dessa överslagsberäkningar kan du utgå från att det råder perfekt konkurrens, perfekt information och att det inte finns några magasins- eller effektbegränsningar.

**b) (3 p)** Skulle en gemensam elmarknad vara lönsam ur ett samhälleekonomiskt perspektiv?

OBSERVERA! Precis som i föregående uppgift krävs att svaret stöds av överslagsberäkningar!

**Tabell 4** Data för produktion och konsumtion på elmarknaden i Unionen.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]				Rörlig kostnad [ $\varnothing$ /MWh]
	Aland	Beland	Celand	Deland	
Vattenkraft	60	120	–	5	5
Kärnkraft	80	–	–	20	80–120
Fossila bränslen	20	–	60	20	300–500
Elförbrukning	136	105	41	37	

**Tabell 5** Data för handeln mellan länderna i Unionen.

Förbindelse	Avtalad handel	Maximal överföringskapacitet [TWh/år]
Aland $\leftrightarrow$ Beland	Aland importerar 5 TWh från Beland till priset 300 $\varnothing$ /MWh	10
Aland $\leftrightarrow$ Celand	Aland exporterar 6 TWh till Celand till priset 380 $\varnothing$ /MWh	14
Aland $\leftrightarrow$ Deland	Aland exporterar 5 TWh till Deland till priset 350 $\varnothing$ /MWh	10
Beland $\leftrightarrow$ Celand	Beland exporterar 5 TWh till Celand till priset 300 $\varnothing$ /MWh	8



## Uppgift 7 (10 p)

Elsystemet i Rike är uppdelat i två delar. I den norra delen av systemet finns stora mängder vattenkraft, men huvuddelen av lasten ligger i den södra delen. Mellan de två områdena finns åtta stycken växelströmsledningar som vardera har en maximal överföringskapacitet på 500 MW. Dessa ledningar kan antas ha identiska elektriska egenskaper, vilket innebär att ett visst givet flöde kommer att fördela sig jämnt mellan de olika ledningarna. Om t.ex. flödet är 3 200 MW från norra till södra Rike så kommer alltså varje ledning att överföra 400 MW.

Primärregleringen i Rike är uppdelad i en normaldriftreserv och en störningsreserv. Normaldriftreserven, vars syfte är att hantera normala variationer i t.ex. last och vindkraftproduktion, är tillgänglig i frekvensintervallet 49,9–50,1 Hz. Den totala reglerstyrkan i normaldriftreserven är 3 000 MW/Hz, varav 2 500 MW/Hz tillhandahålls av kraftverk i norra Rike. Störningsreserven är tillgänglig i frekvensintervallet 49,5–49,9 Hz och är på totalt 2 500 MW/Hz, varav 2 000 MW/Hz tillhandahålls av kraftverk i norra Rike. Störningsreserven är utformad så att systemet ska kunna klara ett s.k. dimensionerande fel utan att frekvensen sjunker under 49,5 Hz. Detta krav ska vara uppfyllt även i ett läge då normaldriftreserven är fullt utnyttjad (d.v.s. då frekvensen i systemet är 49,9 Hz).

Om ett dimensionerande fel skulle inträffa, måste Riksnät (systemoperatören i Rike) genast aktivera bud på reglermarknaden för att avlasta störningsreserven, så att systemet åter är redo att hantera en större störning. Målsättningen är att frekvensen ska höjas till minst 49,9 Hz inom tio minuter efter att ett dimensionerande fel har inträffat. Dessutom ska det finnas minst 800 MW outnyttjad överföringskapacitet mellan norra och södra Rike.

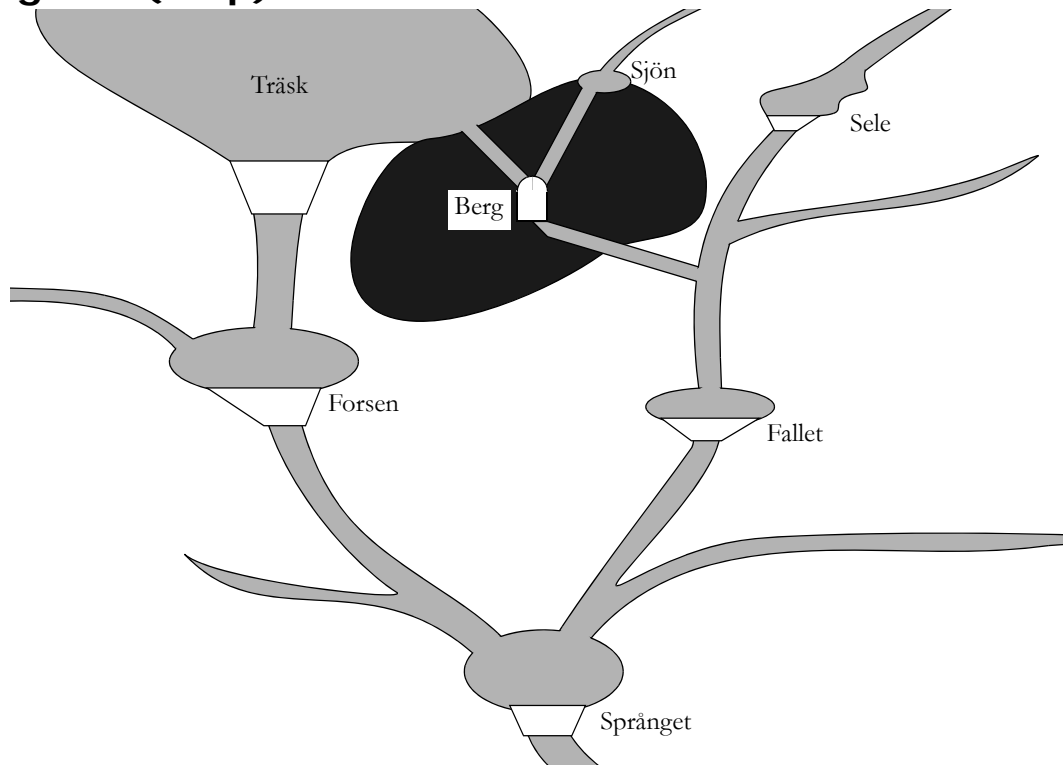
Betrakta ett tillfälle då frekvensen i Rike är 49,9 Hz och överföringen från norra till södra Rike uppgår till 2 800 MW. De reglerbud som Riksnät har tillgång till återfinns i tabell 6. Buden behöver inte antas i sin helhet, utan Riksnät kan välja hur många MW som ska aktiveras i varje bud. Vilka reglerbud ska aktiveras då något av nedanstående tre dimensionerande fel inträffar? Utgå från att Riksnät önskar minimera kostnaderna för att återställa störningsreserven.

- a) (3 p) Ett bortfall på 800 MW produktion i norra Rike.
- b) (3 p) Ett bortfall på 1 000 MW produktion i södra Rike.
- c) (4 p) En av ledningarna mellan norra och södra Rike kopplas bort.

Tabell 6 Tillgängliga reglerbud.

Bud	Uppreglering			Nedreglering		
	Maximal volym [MW]	Pris [ϰ/MWh]	Area	Maximal volym [MW]	Pris [ϰ/MWh]	Area
1	200	410	Norr	100	390	Söder
2	150	415	Norr	150	380	Norr
3	100	420	Norr	200	375	Norr
4	150	430	Norr	150	370	Söder
5	100	450	Söder	250	360	Söder
6	200	480	Norr	150	350	Norr
7	100	500	Norr	100	340	Söder
8	250	550	Söder	200	320	Norr
9	200	600	Söder	200	310	Norr
10	100	650	Söder	100	300	Söder

## Uppgift 8 (20 p)



AB Vattenkraft äger fem vattenkraftverk lokaliserade som i figuren ovan. Data för vattenkraftverken ges i tabell 7. Berg är ett underjordiskt pumpkraftverk, som kan användas på tre olika sätt:

- Vatten från Träsk tappas genom turbinerna i Berg.
- Vatten från Sjön tappas genom turbinerna i Berg.
- Vatten från Träsk pumpas via Berg till Sjön.

Notera att vatten som tappas genom turbinerna i Berg släpps ut i Fallets vattenmagasin, medan vatten som spills från Träsk går via den naturliga älvfåran till Forsen. Vattenmagasinet Sjön saknar helt spillvägar, d.v.s. det enda sättet att sänka vattennivån i Sjön är att tappa vatten via Berg! Elförbrukning då man pumpar vatten från Träsk till Sjön är 0,5 MWh/TE och man kan maximalt pumpa 100 TE. Övriga data för vattenkraftverken återfinns i tabell 7.

Bolaget har ett fastkraftavtal på 100 MWh/h med AB Elleverantören. För att kunna leverera denna kvantitet använder AB Vattenkraft dels de egna kraftverken och dels har man möjlighet att handla på den lokala elbörsen ElKräng. Man antar att man kan köpa och sälja obegränsade mängder el till de priser som anges i tabell 8. Därefter räknar man med ett genomsnittligt elpris på 275 SEK/MWh. Sparat vatten antas användas till elproduktion vid bästa verkningsgrad och det sparade vattnet i Träsk antas tappas genom turbinerna i Berg (alltså ej pumpas vidare till Sjön). Rinntiden mellan kraftverken kan försummas.

Formulera AB Vattenkrafts planeringsproblem som ett LP- eller MILP-problem. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 9 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

**Tabell 7** Data för AB Vattenkrafts kraftverk.

Magasin	Startinnehåll i vattenmagasinet [TE]	Maximalt magasininnehåll [TE]	Marginella produktions-ekvivalenter [MWh/TE]		Maximal tappning [TE]		Lokalt inflöde [TE]
			Segment 1	Segment 2	Segment 1	Segment 2	
Träsk	4 000	8 000	0,50	0,45	100	20	80
Sjön	100	1 100	0,90	0,80	100	20	10
Sele	3 000	5 000	0,13	0,11	65	10	40
Forsen	1 200	2 000	0,32	0,29	40	5	25
Fallet	1 400	3 000	0,40	0,36	175	25	8
Språnget	4 000	6 000	0,64	0,56	200	40	4

**Tabell 8** Förväntade priser på ElKräng.

Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	265	265	255	245	255	265	290	345	420	360	320	310
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	300	300	300	310	320	410	360	310	290	285	275	270

**Tabell 9** Beteckningar till AB Vattenkrafts planeringsproblem.

Beteckning	Förklaring	Värde
$M_{i,0}$	Startinnehåll i magasin $i$	Se tabell 7
$\bar{M}_i$	Maximalt innehåll i magasin $i$	Se tabell 7
$\mu_{i,j}$	Marginell produktions-ekvivalent vid tappning från magasin $i$ , segment $j$	Se tabell 7
$\bar{Q}_{i,j}$	Maximal tappning från magasin $i$ , segment $j$	Se tabell 7
$V_i$	Lokal tillrinning till magasin $i$	Se tabell 7
$\lambda_t$	Förväntat pris på ElKräng timme $t$	Se tabell 8
$\gamma_P$	Elförbrukning vid pumpning	0,5
$\bar{Q}_P$	Maximal pumpning	100
$D$	Avtalad last	100
$\lambda_f$	Förväntat framtida elpris	275

## Uppgift 9 (20 p)

Elhandeln i Republiken är uppdelad i förhandsmarknad, reglermarknad och balansavräkning. På förhandsmarknaden lägger producenter och konsumenter bud baserade på deras prognoser för det kommande dygnet. Reglermarknaden används av systemoperatören för att verkställa upp- och nedregleringsbud. Balansavräkningen är en rent finansiell handel, där de balansansvariga aktörerna reglerar sina obalanser. Elsystemet i Republiken försörjs till största delen av termiska kraftverk, men det finns även en stor andel vindkraft (2 000 MW installerad effekt för att vara exakt). Ett problem på elmarknaden i Republiken är att det är svårt att göra träffsäkra prognoser för vindkraften, vilket innebär att systemoperatören ofta behöver använda reglermarknaden för att kompensera prognosfel i vindkraften. För att studera denna fråga närmare har Stads tekniska högskola byggt upp en modell av elmarknaden i Republiken. Modellen kan användas för att genomföra Monte Carlo-simuleringar av elmarknaden i Republiken. För att få mer tillförlitliga resultat använder man kontrollvariabelmetoden vid Monte Carlo-simuleringarna.

I modellen antas att alla termiska kraftverk är 100% tillgängliga. Övriga data för de termiska kraftverken i Republiken anges i tabell 10. Den rörliga kostnaden i tabellen är produktionskostnaden per MWh om kraftverket producerar i enlighet med resultatet från förhandsmarknaden. Reglerkostnaden anger kostnaden för att ändra produktionen med 1 MWh/h, d.v.s. om ett kraftverk, som har den rörliga kostnaden 100  $\text{€}/\text{MWh}$  och reglerkostnaden 5  $\text{€}/\text{MW}$ , ändrar elproduktionen från 500 MWh/h till 400 MWh/h så innebär detta att man minskar den produktionskostnaden med 10 000  $\text{€}$ , samtidigt som man får en reglerkostnad på 500  $\text{€}$ ; totalt minskar systemets driftkostnad alltså med 9 500  $\text{€}$  i detta fall. En del kraftverk deltar inte på reglermarknaden; detta markeras med ett streck "–" under reglerkostnaden i tabell 10.

**Tabell 10** Termiska kraftverk i Republiken.

Bränsle	Kraftverk	Installerad effekt [MW]	Rörlig kostnad [ $\text{€}/\text{MWh}$ ]	Reglerkostnad [ $\text{€}/\text{MW}$ ]
Kärnkraft	Strålinge 1	600	100	–
	Strålinge 2	600	100	–
	Strålinge 3	800	80	–
Kraftvärme och industriellt mottryck	Flisinge	600	250	20
	Hamn	200	300	25
	Köping	400	250	20
	Pappersbolaget	200	300	25
Kolkondens	Stad	400	300	25
	Sotinge	800	390	100
Gasturbiner	Röksta	1 000	400	50
	Bygden	100	800	5
	Ön	100	800	5

**a) (6 p)** Beskriv en detaljerad modell av elmarknaden i Republiken. Modellen ska för ett visst scenario beräkna den totala driftkostnaden för systemet inklusive reglerkostnader. De indata som ingår i modellen framgår av tabell 11.

**b) (6 p)** Beskriv en förenklad modell av elmarknaden i Republiken. Modellen ska för ett visst scenario beräkna en kontrollvariabel till den detaljerade modellen från a-uppgiften. Beräkna även väntevärdet för kontrollvariabeln.

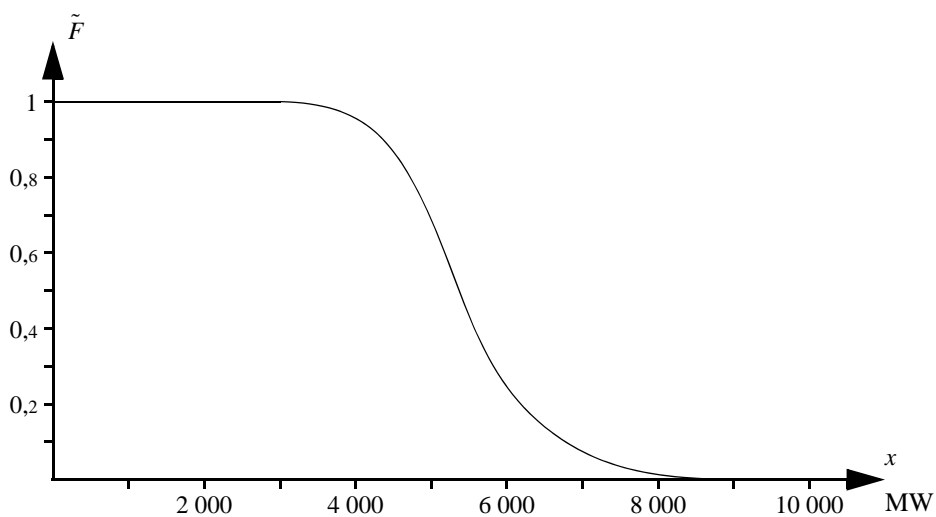
*Tips:* Figuren på nästa sida visar varaktighetskurvan för lasten plus bortfall i vindkraftproduktionen. (Denna varaktighetskurva är beräknad utifrån sannolikhetsfördelningen för den verkliga vindkraftproduktionen, d.v.s. inte för vindkraftprognoserna som används i förhandsmarknaden.)

c) (6 p) Genomför en simulering av elmarknaden i Republiken med hjälp av scenarierna från tabell 11. Vad blir skattningen av systemets förväntade driftkostnad?

d) (2 p) Antag att man till förhandsmarknaden kunde få tillgång till exakta prognoser för vindkraftproduktionen. Skatta hur mycket lägre skulle systemets förväntade driftkostnad bli!

**Tabell 11** Scenarier för en simulering av elmarknaden i Republiken.

Scenario	Vindkraftproduktion [MWh/h]		Last [MWh/h]
	Prognos på förhandsmarknaden	Verkligt utfall	
1	0	102	4 859
2	1 141	992	3 932
3	944	888	5 373
4	270	193	3 623
5	17	290	3 319



**Tabell 12** Ytan under varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten inklusive bortfall i vindkraften.

$a$	0	2 000	3 000	4 000	4 200	4 400	4 600	4 800	5 000	5 200	5 400	5 600
$b$	2 000	3 000	4 000	4 200	4 400	4 600	4 800	5 000	5 200	5 400	5 600	5 800
$\int_a^b \tilde{F}(x) dx$	2 000	1 000	987,74	189,56	183,57	175,82	164,86	149,26	129,84	110,06	91,30	73,81
$a$	5 800	6 000	6 200	6 400	6 600	6 800	7 000	7 200	7 400	7 600	7 700	7 800
$b$	6 000	6 200	6 400	6 600	6 800	7 000	7 200	7 400	7 600	7 700	7 800	$\infty$
$\int_a^b \tilde{F}(x) dx$	57,60	43,13	32,20	25,17	20,19	15,52	11,25	7,41	4,02	0,98	0,50	0,21



KTH Elektro-  
och systemteknik

## Svarsblad till del I

Namn: .....

Personnummer: .....

### Uppgift 1

a) Alternativ ..... är korrekt.

b) Alternativ ..... är korrekt.

c) Alternativ ..... är korrekt.

### Uppgift 2

a) .....  $\varnothing$ /MWh    b) .....  $\varnothing$ /MWh

c) ..... M $\varnothing$ /år

### Uppgift 3

a) ..... Hz                      b) ..... Hz

c) ..... Hz                      d) ..... Hz

### Uppgift 4

a) Parametrar: .....

Optimeringsvariabler: .....

b) .....

c) .....

d) ..... MWh/TE

### Uppgift 5

a) ..... %                      b) .....  $\varnothing$ /h

c) ..... %                      d) .....  $\varnothing$ /h

e) ..... MW

f) Alternativ ..... är korrekt.

Lösningsslag till tentamen i EG2050 Systemplanering, 17 mars 2014.

### Uppgift 1

- a) 4, b) 3, c) 3.

### Uppgift 2

- a) Antag att elpriset,  $\lambda$ , ligger i intervallet 300 till 400  $\text{€}/\text{MWh}$ . Vattenkraft och kärnkraft producerar 126 TWh och därmed måste de andra två kraftslagen tillsammans producera 16 TWh. Bidraget från biobränsle plus kolkondens kan skrivas

$$\frac{\lambda - 200}{400 - 200} \cdot 20 + \frac{\lambda - 300}{500 - 300} \cdot 10.$$

Sätter man detta uttryck lika med 16 och löser ekvationen får man elpriset  $\lambda = 340 \text{ €}/\text{MWh}$ .

- b) I det här fallet ska biobränsle plus kolkondens endast bidra med 8 TWh, vilket är mindre än hälften av potentialen för biobränsle. Vi kan alltså dra slutsatsen att ingen kolkondens kommer att användas, eftersom kolkondensen inte börjar utnyttjas förrän hälften av biobränslet har använts. Således används 40% av prisintervallet för biobränseln och därmed får man elpriset 280  $\text{€}/\text{MWh}$ .  
 c) Inlätkerna för vindkraften uppgår till 8 TWh/år  $\cdot$  280  $\text{€}/\text{MWh} = 2\,240 \text{ M€}/\text{år}$ , medan de fasta kostnaderna är 4 240 M€/år. Vindkraften måste därför subventioneras med 2 000 M€/år för att inte gå med förlust.

### Uppgift 3

- a) Area A ingår i samma synkrona nät som area B och E, vilket betyder att systemets totala reglerstyrka är 4 500 MW/Hz. Den minskade elförbrukningen leder till en frekvensökning  $\Delta f = \Delta G/R = 45/4\,500 = 0,01 \text{ Hz}$ , d.v.s. den nya frekvensen blir 50 + 0,01 = 50,01 Hz.  
 b) Eftersom area C inte ingår i samma synkrona nät som area A är frekvensen i area C oförändrad, d.v.s. den är fortfarande exakt 50 Hz.  
 c) Eftersom area D inte ingår i samma synkrona nät som area A är frekvensen i area D oförändrad, d.v.s. den är fortfarande exakt 50 Hz.  
 d) Eftersom area E ingår i samma synkrona nät som area A är frekvensen densamma, d.v.s. 50,01 Hz.

### Uppgift 4

- a) Parametrar:  $\beta_{G_g}^+$ ,  $C_g^+$ ,  $D_g$ ,  $\lambda_t$  och  $u_{g,0}$ . Optimeringsvariabler:  $G_g$ ,  $r$ ,  $P_g$ ,  $r^+$ ,  $r^+$ ,  $s_{g,t}^+$  och  $u_{g,t}$ .

- b) maximera 
$$\sum_{t=1}^{24} \left( \lambda_t (r_t - P_t) - \sum_{g=1}^3 (C_g^+ s_{g,t}^+ + \beta_{G_g} G_{g,t}) \right)$$

- c)  $u_{g,0}$ ,  $r^+ - u_{g,0}$ ,  $r - 1 \leq s_{g,t}^+$ ,  $r$

- d) Den bästa produktionssekvivalenten är den produktionssekvivalent som erhålls vid bästa verk-

ningsgrad. Definitionen av produktionssekvivalent ger därmed  $\gamma_{max} = H/Q = 0,375 \text{ MWh}/\text{T€}$ .

### Uppgift 5

- a) Varaktighetskurvan för lasten i anger sannolikheten att lasten överskrider en viss nivå. I det här fallet söks alltså  $F_0(800) = \{ \text{läs av i figur} \} = 5\%$ .  
 b) Eftersom samtliga kraftverk är 100% tillgängliga får vi  $\tilde{F}_2(x) = \tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$ , vilket ger att

$$\begin{aligned} EG_2 &= EENS_1 - EENS_2 = \int_0^{\infty} \tilde{F}_1(x) dx - \int_0^{\infty} \tilde{F}_2(x) dx = \int_0^{800} \tilde{F}_0(x) dx = \\ &= (0,075 + 0,05) \cdot 100/2 = 6,25 \text{ MWh/h}. \end{aligned}$$

Vi kan anta att vattenkraften har försumbar driftkostnad, vilket innebär att den förväntade driftkostnaden per timme blir  $ETOC = 10EG_2 = 62,5 \text{ €}/\text{h}$ .

- c) Risken för effektbrist ges av  $\tilde{F}_2(800) = 0,9\tilde{F}_1(800) + 0,1\tilde{F}_1(700) = 0,9 \cdot 0,05 + 0,1 \cdot 0,075 = 0,0525$ . Risken för effektbrist är således 5,25%.  
 c)  $m_{TOC} = \frac{1}{2\,000} \sum_{i=1}^{2\,000} toc_i = 240\,000/2\,000 = 120 \text{ €}/\text{h}$ .

- e) Med den inversa transformmetoden erhålls  $D = F_D^{-1}(U)$ , där  $U$  är ett  $U(0, 1)$ -fördelat slumptal. Eftersom vi i uppgiften fått varaktighetskurvan i stället, kan vi lika gärna använda transformen  $D = F_D^{-1}(U)$ . Det ursprungliga slumptalet måste ha varit  $U = F_D(400) = 0,8$ . Således är  $U^* = 1 - U = 0,2$ , vilket ger  $D^* = F_D^{-1}(U^*) = 550 \text{ MW}$ .

☐ 5.

### Uppgift 6

- a) För att studera hur producenter och konsumenter påverkas måste vi först beräkna vilka elpriser som man har på de separata elmarknaderna jämfört med den gemensamma elmarknaden. Med nuvarande förhållanden får vi följande resultat:

- I Åland behövs 136 (elförbrukning) - 5 (import från Beland) + 6 (export till Celand) + 5 (export till Deland) = 142 TWh produktion. Vattenkraft och kärnkraft kan ge 140 TWh, vilket innebär att man dessutom behöver 2 TWh från fossileldade kraftverk. Elpriset måste därför vara  $2/20 + 300 = 320 \text{ €}/\text{MWh}$ .
- I Beland behövs  $105 + 5 + 5 = 115 \text{ TWh}$  produktion, vilket kan täckas enbart med vattenkraft. Om vattenkraften bjöds in till elmarknaden i Beland baserat på rörlig produktionskostnad skulle elpriset vara 5  $\text{€}/\text{MWh}$ . Det är emellertid ett orealistiskt lågt pris, och vi kan utgå från att vattenkraftproducenterna i Beland i stället använder någon annan värdering av vattenkraftproduktionen. För enkelhets skull antar vi att vattenvärdet är det samma som elpriset i kontraktet med Åland och Celand, d.v.s. 300  $\text{€}/\text{MWh}$  (dessa antaganden påverkar dock inte det fortsatta resonemanget, eftersom Beland fortfarande har det lägsta elpriset i Unionen).
- I Celand behövs  $41 - 6 - 5 = 30 \text{ TWh}$  produktion, vilket innebär att man måste utnyttja hälften av den fossileldade produktionen. Elpriset måste därför vara 400  $\text{€}/\text{MWh}$ .
- I Deland behövs  $37 - 5 = 32 \text{ TWh}$  produktion. Vattenkraft och kärnkraft kan ge

25 TWh, vilket innebär att man dessutom behöver 7 TWh från fossileldade kraftverk. Elpriset måste därför vara  $7/20 + 300 = 370$  €/MWh.

På en gemensam elmarknad får vi istället en total elförbrukningen på 319 TWh/år. Om man bortser från transmissionsbegränsningarna så skulle elpriset bli 368 €/MWh, eftersom vattenkraft och kärnkraft kan leverera maximalt 285 TWh/år, alltså behövs 34 TWh/år från fossila bränslen, vilket betyder att man utnyttjar 34/100 av prisintervall för fossila bränslen. Vid detta elpris blir importen respektive exporten för varje land enligt följande:

- Aland producerar 146,8 TWh/år och konsumerar 136 TWh/år  
 $\Rightarrow$  export 10,8 TWh/år, vilket går bra eftersom Aland totalt kan exportera 24 TWh/år till Celand och Deland.
- Beland producerar 120 TWh/år och konsumerar 105 TWh/år  
 $\Rightarrow$  export 15 TWh/år, vilket går bra eftersom Beland totalt kan exportera 18 TWh/år till Aland och Celand.
- Celand producerar 20,4 TWh/år och konsumerar 41 TWh/år  
 $\Rightarrow$  import 20,6 TWh/år, vilket går bra eftersom Celand totalt kan importera 22 TWh/år.
- Deland producerar 31,8 TWh/år och konsumerar 37 TWh/år  
 $\Rightarrow$  import 5,2 TWh/år, vilket går bra eftersom Celand totalt kan importera 10 TWh/år.

Av dessa resultat kan vi dra slutsatsen att en gemensam elmarknad skulle vara gynnsam för producenterna i Aland och Beland, som får sälja mer el än tidigare och dessutom till ett högre pris, medan det blir en försämring för producenterna i framför allt Celand men också i Deland, eftersom de får sälja mindre än tidigare och till ett lägre pris. För konsumenterna gäller det omvända; i Aland och Beland innebär den gemensamma marknaden högre elpriser, medan konsumenterna i Celand och Deland får lägre elpriser.

**b)** För att avgöra om den gemensamma elmarknaden är samhällsekonomiskt lönsam kan vi studera det totala överskottet, som definieras

$$TS = CS + PS = \mathbf{B(D)} - \lambda \cdot D + \lambda \cdot G - C(G) = (D = G) = \mathbf{B(D)} - C(G),$$

där

- CS = konsumentöverskott,
- PS = producentöverskott,
- $\mathbf{B(D)}$  = värdet av elkonsument,
- $C(G)$  = kostnad för elproduktion.

I det här fallet är inte värdet av elkonsumenterna känt, men eftersom elförbrukningen är densamma för båda alternativen, så kan vi bortse från denna term. Detta innebär att det alternativ där den totala produktionskostnaden är lägst är att föredra. På de separata elmarknaderna produceras totalt 39 TWh i de fossileldade kraftverken, vilket kan jämföras med 34 TWh på den gemensamma elmarknaden (skillnaden beror på att en del av vattenkraften i Beland inte utnyttjas under nuvarande förhållanden). Dessutom är den fossileldade elproduktionen ojämnt fördelad på de separata elmarknaderna; t.ex. finns det i Aland outnyttjad kapacitet i fossileldade kraftverk med en rörlig produktionskostnad över 320 €/MWh, samtidigt som man i Celand använder fossileldade kraftverk med en rörlig kostnad på 400 €/MWh. Vi kan alltså konstatera att produktionskostnaderna blir lägre med en gemensam elmarknad och att en sådan således skulle vara samhällsekonomiskt lönsam.

## Uppgift 7

**a)** För att ersätta ett bortfall på 800 MW måste Riksnät aktivera motsvarande volym uppreglering. Den lägsta kostnaden för uppregleringen får Riksnät om de aktiverar hela bud 1–5 samt 100 MW

från bud 6. Detta innebär att 800 MW elproduktion i norra Rike ersätts med 700 MW från norra Rike och 100 MW från södra Rike. Jämfört med situationen före felet så kommer överföringen från norr till söder alltså att minska med 100 MW och därmed är det inga problem att uppfylla kravet på tillräckligt med outnyttjad överföringskapacitet.

**b)** För att ersätta ett bortfall på 1 000 MW måste Riksnät aktivera motsvarande volym uppreglering. Den lägsta kostnaden för uppregleringen får Riksnät om de aktiverar hela bud 1–7. Detta innebär att 1 000 MW elproduktion i södra Rike ersätts med 900 MW från norra Rike och 100 MW från södra Rike. Jämfört med situationen före felet så kommer överföringen från norr till söder alltså att öka med 900 MW, men om man ska ha kvar minst 800 MW överföringskapacitet får inte flödet öka till mer än 3 200 MW, d.v.s. en ökning med 400 MW. För att uppfylla kraven till lägsta möjliga kostnad ska Riksnät alltså aktivera hela bud 1, 2, 5, 8 och 9, samt 50 MW från bud 3 och 50 MW från bud 10. Totalt ger dessa bud en ökning med 400 MW i norra Rike och 600 MW i södra Rike.

**c)** Att en ledning kopplas bort påverkar inte frekvensen i systemet, utan problemet är att det inte finns tillräckliga marginer för överföringen mellan norra och södra Rike. Den tillgängliga överföringskapaciteten med sju ledningar är 3 500 MW, vilket betyder att överföringen från norr till söder måste minska till 2 700 MW. Ett sätt att göra detta är att aktivera 100 MW nedreglering i norr (från nedregleringsbud 2) och 100 MW uppreglering i söder (hela uppregleringsbud 5). Eftersom frekvensen i systemet är låg kan det dock vara praktiskt för Riksnät att samtidigt höja frekvensen. Detta görs genom att man endast aktiverar uppreglering i södra Rike. Eftersom 5/6 av reglerstyrkan i normaldriftsreserven finns i norra Rike, så måste man då aktivera 120 MW uppreglering i södra Rike; detta kompenseras av att primärregleringen minskar elproduktionen med 100 MW i norra Rike och följaktligen måste flödet från norr till söder också minska med 100 MW. I detta fall aktiveras alltså hela uppregleringsbud 5, samt 20 MW från uppregleringsbud 8.

## Uppgift 8

I ord kan planeringsproblemet formuleras som

- maximera  $\text{värdet av s\dd{a}ld el} - \text{kostnad f\dd{o}r k\dd{o}pt el} + \text{v\dd{a}rdet av sparad vatten},$
- med hänsyn till  $\text{hydrologisk balans f\dd{o}r vattenmagasinen},$
- $\text{driftstatus i Berg},$
- $\text{lastbalans},$
- $\text{begr\dd{a}nsningar f\dd{o}r magasininneh\dd{a}ll, tappning och spill}.$

Driftstatusen i Berg väljer vi att modellera med hjälp av tre binära variabler: en för tappning från Träsk, en för tappning från Sjön och en för pumpning. Endast då den binära variabeln är lika med ett tillåter vi motsvarande tappning respektive pumpning att bli större än noll.

## Index för vattenmagasin

Träsk 1, Sjön 2, Sele 3, Forsen 4, Fallet 5, Språnget 6.

## Parametrar

Parametrarna är definierade i tabell 9 i uppgiftslydelsen.

## Optimeringsvariabler

$Q_{i,j,t}$  = tappning från magasin  $i$ , segment  $j$ , under timme  $t$ ,



Lastbalans:

$$6 \quad \sum_{t=1}^6 \sum_{j=1}^6 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} + p_t = D + r_p Q_{PT} + r_t, \quad t = 1, \dots, 24.$$

**Variabelgränser**

$$\begin{aligned} 0 &\leq Q_{i,j,p} & i = 1, \dots, 6, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24, \\ 0 &\leq Q_{PT} & i = 1, \dots, 6, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24, \\ 0 &\leq S_{i,p} & i = 1, 3, \dots, 6, t = 1, \dots, 24, \\ 0 &\leq M_{i,t} \leq \bar{M}_{i,t} & i = 1, \dots, 6, t = 1, \dots, 24, \\ u_{i,t} &\in \{0, 1\}, & i = 1, 2, t = 1, \dots, 24, \\ u_{PT} &\in \{0, 1\}, & t = 1, \dots, 24, \\ 0 &\leq p_t & t = 1, \dots, 24, \\ 0 &\leq r_t & t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$

## Uppgift 9

a) Den detaljerade modellen delas upp i två steg motsvarande förhandsmarknaden och reglermarknaden. Modellen av förhandsmarknaden kan formuleras som ett optimeringsproblem, men går också att beskriva på följande sätt: Börja med att beräkna den nödvändiga termiska elproduktionen, d.v.s. lasten minus vindkraftproduktionen (enligt prognosen). Vi kan nu öka produktionen i de termiska kraftverken efter stigande rörlig kostnad, tills dess att vi har täckt lasten eller tills dess att det inte finns någon produktionskapacitet kvar.

I nästa steg ska systemoperatören kompensera felet i vindkraftprognosen genom att aktivera upp- eller nedreglering. Vid uppreglering sorterar vi de kraftverk som deltar på reglermarknaden efter stigande total kostnad (d.v.s. rörlig kostnad plus reglerkostnad) och sedan ökar vi produktionskapaciteten i dessa kraftverk tills dess att vi har kompenserat för prognosfelet eller tills det inte finns någon uppregleringskapacitet kvar (i så fall uppstår effektbrist). Vid nedreglering sorterar vi i stället de kraftverk som deltar på reglermarknaden efter sjunkande total kostnad (vilket i det här fallet är lika med rörlig kostnad minus reglerkostnad) och sedan minskar vi produktionskapaciteten i dessa kraftverk tills dess att vi har kompenserat för prognosfelet eller tills det inte finns någon nedregleringskapacitet kvar (i så fall får man börja spilla vindkraft).

Den totala driftkostnaden beräknas från resultatet efter reglermarknaden, d.v.s. summan av de verkliga rörliga kostnaderna i de termiska kraftverken plus reglerkostnader för de kraftverk som har upp- eller nedreglerat.

b) I den förenklade modellen antar vi att elmarknaden har tillgång till perfekt information om vindkraftproduktionen. Det betyder att vi i varje scenario beräknar den nödvändiga termiska elproduktionen, d.v.s. lasten minus den verkliga vindkraftproduktionen. Vi kan nu öka produktionskapaciteten i de termiska kraftverken efter stigande rörlig kostnad, tills dess att vi har täckt den totala lasten eller tills dess att det inte finns någon produktionskapacitet kvar (i så fall uppstår effektbrist). Den totala driftkostnaden beräknas som summan av de rörliga kostnaderna i de termiska kraftverken.

Den förenklade modellen motsvarar den modell som används i stokastisk produktionskostnads-simulering. Alltså kan vi beräkna väntevärdet för kontrollvariabeln genom att beräkna den förväntade driftkostnaden för en stokastisk produktionskostnads-simulering av elmarknaden i Republiken. I uppgiften har vi givet varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten inklusive bortfall i

$$\begin{aligned} i = 1, \dots, 6, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24, \\ Q_{PT} = \text{pumpning från Träsk till Sjön under timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ S_{i,t} = \text{spill från magasin } i \text{ under timme } t, t = 1, 3, \dots, 6, t = 1, \dots, 24, \\ M_{i,t} = \text{innehåll i magasin } i \text{ vid slutet av timme } t, t = 1, 3, \dots, 6, t = 1, \dots, 24, \\ u_{i,t} = \text{driftstatus för tappning från magasin } i \text{ under timme } t, t = 1, 2, t = 1, \dots, 24, \\ u_{PT} = \text{driftstatus för pumpning från Träsk till Sjön under timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ p_t = \text{köp från Elkraft under timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ r_t = \text{försäljning till Elkraft under timme } t, t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$

**Malfunktion**

$$\begin{aligned} 24 \quad \text{maximera} \quad & \sum_{t=1}^{24} \lambda_t (r_t - p_t) + \lambda_1 (\mu_{1,1} + \mu_{5,1} + \mu_{6,1}) M_{1,24} + (\mu_{2,1} + \mu_{5,1} + \mu_{6,1}) M_{2,24} \\ & + (\mu_{3,1} + \mu_{5,1} + \mu_{6,1}) M_{3,24} + (\mu_{4,1} + \mu_{6,1}) M_{4,24} + (\mu_{5,1} + \mu_{6,1}) M_{5,24} \\ & + \mu_{6,1} M_{6,24} \end{aligned}$$

**Bilvilkor**

Hydrologisk balans för Träsk:

$$M_{1,t} = M_{1,t-1} - Q_{1,1,t} - Q_{1,2,t} - Q_{PT} - S_{1,t} + V_{1,t}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Sjön:

$$M_{2,t} = M_{2,t-1} - Q_{2,1,t} - Q_{2,2,t} + Q_{PT} + V_{2,t}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Sel:

$$M_{3,t} = M_{3,t-1} - Q_{3,1,t} - Q_{3,2,t} - S_{3,t} + V_{3,t}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Forsen:

$$M_{4,t} = M_{4,t-1} + S_{1,t} - Q_{4,1,t} - Q_{4,2,t} - S_{4,t} + V_{4,t}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Fallet:

$$\begin{aligned} M_{5,t} = M_{5,t-1} + Q_{1,1,t} + Q_{1,2,t} + Q_{2,1,t} + Q_{2,2,t} + Q_{3,1,t} + Q_{3,2,t} + S_{3,t} \\ - Q_{5,1,t} - Q_{5,2,t} - S_{5,t} + V_{5,t}, \quad t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$

Hydrologisk balans för Språnget:

$$\begin{aligned} M_{6,t} = M_{6,t-1} + Q_{4,1,t} + Q_{4,2,t} + S_{4,t} + Q_{5,1,t} + Q_{5,2,t} + S_{5,t} \\ - Q_{6,1,t} - Q_{6,2,t} - S_{6,t} + V_{6,t}, \quad t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$

Täppnings- och pumpningsbegränsningar i Berg:

$$Q_{i,j,t} \leq \bar{Q}_{i,j,t}, \quad i = 1, 2, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$Q_{PT} \leq \bar{Q}_{PT}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Driftstatus i Berg:

$$u_{1,t} + u_{2,t} + u_{PT} = 1, \quad t = 1, \dots, 24.$$

vindkraften, d.v.s.  $\tilde{F}_1(x)$ . Eftersom de termiska kraftverken antas vara 100% tillförlitliga, så får vi att  $\tilde{F}_2(x) = \tilde{F}_1(x)$ ,  $\tilde{F}_3(x) = \tilde{F}_2(x)$ , o.s.v. Då man bortser från bortfall i de termiska kraftverken behöver man inte heller göra någon åtskillnad mellan kraftverk med samma rörliga kostnad, d.v.s. vi kan antingen betrakta Strålninge 1 och 2 som två kraftverk på vardera 600 MW eller som ett kraftverk med 1 200 MW installerad effekt. Vi väljer den senare lösningen, eftersom det besparar oss en del beräkningsarbete. Den förväntade elproduktionen i kraftverken blir därmed såsom följer:

Strålninge 3:

$$EG_2 = \int_0^{2\,800} \tilde{F}_1(x) dx = \{ \tilde{F}_1(x) = 1 \text{ för } x \leq 3\,000 \} = 800 \text{ MW/h.}$$

Strålninge 1 och 2:

$$EG_3 = \int_0^{4\,000} \tilde{F}_1(x) dx = \{ \tilde{F}_1(x) = 1 \text{ för } x \leq 3\,000 \} = 200 + 987,74 = 1\,187,74 \text{ MW/h.}$$

Flisinge och Köpinge:

$$EG_4 = \int_0^{5\,000} \tilde{F}_1(x) dx = 189,56 + 183,57 + 175,82 + 164,86 + 149,26 = 863,07 \text{ MW/h.}$$

Hamm, Pappersbolaget och Stad:

$$EG_5 = \int_0^{5\,000} \tilde{F}_1(x) dx = 129,84 + 110,06 + 91,30 + 73,81 = 405,00 \text{ MW/h.}$$

Sotinge:

$$EG_6 = \int_0^{6\,600} \tilde{F}_1(x) dx = 57,60 + 43,13 + 32,20 + 25,17 = 158,11 \text{ MW/h.}$$

Röksta:

$$EG_7 = \int_0^{7\,600} \tilde{F}_1(x) dx = 20,19 + 15,52 + 11,25 + 7,41 + 4,02 = 58,39 \text{ MW/h.}$$

Bygden och Ön:

$$EG_8 = \int_0^{7\,800} \tilde{F}_1(x) dx = 0,99 + 0,50 = 1,48 \text{ MW/h.}$$

Därmed kan vi beräkna

$$E[Z] = ETOC_{\text{SYS}} = \sum_{g=2}^8 \beta_g E G_g = \dots = 606\,244,40 \text{ } \varnothing / \text{h.}$$

c) Följande resultat erhålls för de fem scenarierna:

**Scenario 1:** Enligt prognosen för förhandsmarknaden behövs 4 859 MWh termisk elproduktion. Detta innebär att kärnkraften, kraftvärmens, det industriella mottrycket och Sotinge körs för fullt (vilket ger 4 600 MWh), samt att 259 MWh produceras i Röksta. I verkligheten producerar vindkraften dock 102 MWh, vilket innebär att det behövs 102 MWh nedreglering. Denna nedreglering görs i Röksta, som alltså kommer att producera 157 MWh. De rörliga produktionskostnaderna blir densamma med både den förenklade och den detaljerade modellen, men i den detaljerade modellen får man dessutom en reglerkostnad på  $102 \cdot 50 = 5\,100 \text{ } \varnothing$ .

**Scenario 2:** Enligt prognosen för förhandsmarknaden behövs 3 932 – 1 141 = 2 791 MWh termisk elproduktion. Detta innebär att kärnkraften körs för fullt och att 791 MWh produceras i Flisinge och Köping. I verkligheten producerar vindkraften endast 992 MWh, vilket innebär att det behövs 149 MWh uppreglering. Denna uppreglering görs i Flisinge och Köping, som alltså kommer att producera 940 MWh. De rörliga produktionskostnaderna blir densamma med både den förenklade och den detaljerade modellen, men i den detaljerade modellen får man dessutom en reglerkostnad på  $149 \cdot 20 = 2\,980 \text{ } \varnothing$ .

**Scenario 3:** Enligt prognosen för förhandsmarknaden behövs 5 373 – 944 = 4 429 MWh termisk elproduktion. Detta innebär att kärnkraften, kraftvärmens, det industriella mottrycket körs för fullt och att 629 MWh produceras i Sotinge. I verkligheten producerar vindkraften endast 888 MWh, vilket innebär att det behövs 56 MWh uppreglering. Denna uppreglering görs i Röksta (den totala kostnaden för en extra MWh i Röksta är  $400 + 50 = 450 \text{ } \varnothing / \text{MWh}$  att jämföra med  $490 \text{ } \varnothing / \text{MWh}$  i Sotinge), som alltså kommer att producera 56 MWh. De rörliga produktionskostnaderna blir  $800 \cdot 80 + 1\,200 \cdot 100 + 1\,000 \cdot 250 + 800 \cdot 300 + 629 \cdot 390 = 941\,710 \text{ } \varnothing$ . Dessutom får man en reglerkostnad på  $56 \cdot 50 = 2\,800 \text{ } \varnothing$ . Den totala driftkostnaden blir därmed  $944\,510 \text{ } \varnothing$ . I den förenklade modellen används Sotinge för att balansera lasten och den verkliga vindkraftsproduktionen, vilket ger en total driftkostnad på  $800 \cdot 80 + 1\,200 \cdot 100 + 1\,000 \cdot 250 + 800 \cdot 300 + 685 \cdot 390 = 941\,150 \text{ } \varnothing$ . Skillnaden mellan de två modellerna blir således  $944\,510 - 941\,150 = 3\,360 \text{ } \varnothing$  i detta scenario.

**Scenario 4:** Enligt prognosen för förhandsmarknaden behövs 3 623 – 270 = 3 353 MWh termisk elproduktion. Detta innebär att kärnkraften, Flisinge och Köping körs för fullt och att 353 MWh produceras i Hamm, Pappersbolaget och Stad. I verkligheten producerar vindkraften endast 193 MWh, vilket innebär att det behövs 77 MWh uppreglering. Denna uppreglering görs i Hamm, Pappersbolaget och Stad, som alltså kommer att producera 430 MWh. De rörliga produktionskostnaderna blir densamma med både den förenklade och den detaljerade modellen, men i den detaljerade modellen får man dessutom en reglerkostnad på  $77 \cdot 25 = 1\,925 \text{ } \varnothing$ .

**Scenario 5:** Enligt prognosen för förhandsmarknaden behövs 3 319 – 17 = 3 302 MWh termisk elproduktion. Detta innebär att kärnkraften, Flisinge och Köping körs för fullt och att 302 MWh produceras i Hamm, Pappersbolaget och Stad. I verkligheten producerar vindkraften dock 290 MWh, vilket innebär att det behövs 273 MWh nedreglering. Denna nedreglering görs i Hamm, Pappersbolaget och Stad, som alltså kommer att producera 12 MWh. De rörliga produktionskostnaderna blir densamma med både den förenklade och den detaljerade modellen, men i den detaljerade modellen får man dessutom en reglerkostnad på  $273 \cdot 25 = 6\,825 \text{ } \varnothing$ .

Detta ger oss följande skattning av den förväntade totala driftkostnaden:

$$m_{TOC} = \frac{1}{5} (5\,100 + 2\,980 + 3\,360 + 1\,925 + 6\,825) + 606\,244,40 = 610\,282,40 \text{ } \varnothing / \text{h.}$$

**d)** Om förhandsmarknaden hade tillgång till perfekta vindkraftprognoser skulle systemet köras så som i den förenklade modellen. Skillnaden mellan den detaljerade och förenklade modellen skattade vi i e-uppgiften till 4 038  $\text{€}/\text{h}$  – så mycket lägre skulle alltså de förväntade driftkostnaderna bli med perfekta vindkraftprognoser.