

# TENTAMEN 1

## SF1664

Tillämpad envariabelanalys med numeriska metoder  
för CFATE1 den 9 januari 2014 kl 08.00-13.00

---

Examinator: Lars Filipsson

Inga hjälpmedel tillåtna

Betygsskala P/F (godkänd/underkänd)

Uppgift 1-3 nedan svarar mot kontrollskrivning 1, uppgift 4-6 svarar mot kontrollskrivning 2 och uppgift 7-9 svarar mot kontrollskrivning 3. Man löser bara uppgifter som svarar mot kontrollskrivningar man inte blivit godkänd på under kursens gång.

För full poäng på en uppgift krävs förutom rätt svar också en väl skriven lösning där införda beteckningar förklaras och resonemangen som leder fram till svaret redovisas på ett tydligt och korrekt sätt. Man kan få max 4 poäng per uppgift.

För godkänt betyg P på Tentamen 1 krävs att villkoren 1-3 nedan är uppfyllda:

- 1) minst 7 poäng på uppgift 1-3 eller godkänd kontrollskrivning 1
  - 2) minst 7 poäng på uppgift 4-6 eller godkänd kontrollskrivning 2
  - 3) minst 7 poäng på uppgift 7-9 eller godkänd kontrollskrivning 3
-

### Uppgifterna 1-3 svarar mot KS 1

1. Bestäm alla reella tal  $v$  som uppfyller ekvationen  $\sin v \cos v = 0$ .

2. Låt  $p(x) = x^3 - 21x + 20$ . Då gäller att  $p(1) = 0$ , dvs  $x = 1$  är ett nollställe till polynomet. Uppgift: Faktorisera polynomet i förstgradsfaktorer, dvs skriv  $p(x)$  som en produkt av förstgradspolynom.

3. a. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$$

b. Bestäm konstanten  $k$  så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x} & \text{när } x \neq 0 \\ k & \text{när } x = 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig för alla  $x$ .

### Uppgifterna 4-6 svarar mot KS 2

4. Derivera nedanstående funktioner med avseende på variabeln  $x$ :
- a.  $f(x) = 2^x$
  - b.  $g(x) = e^{2x} \cos 3x$
  - c.  $h(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$
  - a.  $k(x) = \ln \sqrt{1 + x^2}$
5. a. Visa att ekvationen  $x^3 + 3x - 1 = 0$  har exakt en reell lösning.  
b. Låt  $x_0 = 0$  och gör en iteration av Newton-Raphsons metod för att erhålla en approximation av lösningen.  
c. Avgör om din approximation är större eller mindre än lösningen.
6. Antar funktionen  $f(x) = x^3 e^{-x}$  ett största och ett minsta värde? Finn största respektive minsta värdet om de finns och förklara annars varför de inte finns.

### Uppgifterna 7-9 svarar mot KS 3

7. a. Beräkna med hjälp av partiell integration  $\int_1^e x \ln x \, dx$ .

b. Använd substitutionen  $u = \sin x$  för att beräkna  $\int_0^{\pi/2} e^{\sin x} \cos x \, dx$ .

8. a. Använd trapetsregeln och steglängd  $1/2$  för att approximativt beräkna

$$\int_2^3 \frac{1}{x-1} \, dx$$

b. Avgör om ditt approximativa värde är större eller mindre än det verkliga värdet.

9. Beräkna integralen  $\int_0^1 x\sqrt{1-x} \, dx$ .