BLOCK 2: Linjära ekvationssytem, matriser och matrisalgebra

Kap 2, 3.1-3.5

A) Linjära ekvationssytem

KONCEPT: Linjära ekvationssystem. Augmenterad matris. Rad-echelon form, reducerad rad-echelon form. Gauss elimination. Linjär kombination av vektorer.

FÄRDIGHETER: Ställa upp linjära ekvationssystem med utskrivna ekvationer, på matrisform och med augmenterad matris. Använda elemenära radoperationer för att reducera till rad-echelon form, och vidare till reducerad rad-echelon form. Kunna bestämma om ett linjärt ekvationssystem har en unik lösning, ingen lösning alls, eller oändligt många lösningar, samt beräkna lösningar för hand. Kunna ta fram reducerad rad-echelon form samt lösa linjära ekvationssystem med Matlab. Kunna avgöra om en vektor kan skrivas som en linjärkombination av en given uppsättning vektorer.

UPPGIFTER:

Från boken:
Sektion 2.1: 3, 5, 17, 23, D6, T2.
Sektion 2.2: 5, 9, 11, 35, 37, 39, 41, 43, 45, T1, T3.
Sektion 2.3: T2.

Från boken med modifikation:
Sektion 2.1: 7. Rita tre linjer i planet för hand och se om det finns någon lösning. Ställ upp ekvationssystemet, lös det för hand. Plotta i Matlab. Använd Matlab för att ta fram reducerad rad-echelon form. Jämför med din egen lösning.

Sektion 2.3: T2. Skriv upp matrisen för hand, och evaluera den i Matlab. Kolla upp kommandot `vander` i Matlab, och gör också

```
>> xvec=[1 2 3 4 5 6]'
```

```
>> A2=vander(xvec)
```

Skiljer sig den här matrisen från den du skrivit upp? I så fall hur? Lös det givna problemet.

B) Matriser och matrisalgebra

KONCEPT: Matris-vektor multiplikation, matris-matris multiplikation, inre och yttre produkt av vektorer, transponat av matris, invers av matris, singulära och icke-singulära matriser, elementärmatris, spåret av en matris, underrum, linjärt oberoende, spänna upp, kolonnrum.

FÄRDIGHETER: Utföra matris-vektor och matris-matris multiplikationer, inre och yttre produkt av vektorer. Kunna bestämma om en matris är inverterbar eller ej, samt bestämma inversen för hand för mindre system, samt med Matlab. Känna till och kunna använda samband om inverterbarhet och unik lösning av ekvationssystem. Kunna avgöra om en mängd är ett underrum eller ej. Kunna bestämma om en uppsättning vektorer är linjärt oberoende.

UPPGIFTER:
Från boken:
Sektion 3.1: 5,7,9,13,22,23,27,P2.
Sektion 3.2: 1, 21,25, 29, 31,32,33, T1,T2,T3
Sektion 3.3: 3, 7, 9,11,17,25,P1,T1,T2,T4
Sektion 3.4: 3, 9, 13,15,19,21,23,27,29,31,T3
Sektion 3.5: 5,7,11

MATLAB-kommandon för BLOCK 2

Definition av matris:

```
>> A=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
```

ger matris

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

`A(2,1)` avser matriselementet på rad 2 i kolonn 1.
Om vi definierat matris A enligt ovan och anger

```
>> A(2,1)=10
```

så modifieras matrisen till

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}.$$

För att lösa systemet $Ax = b$, med A en $n \times n$ matris, och b en $n \times 1$ vektor (kolumnvektor) så används:

```
>> x=A\b
```

där x nu är en $n \times 1$ vektor (kolumnvektor).
För att skapa en augmenterad matris

```
>> Ab=horzcat(A,b)
```

och för att beräkna matrisens reducerade rad-echelon form

```
>> AbEch=rref(Ab)
```

För att beräkna inversen av A,

```
>> Ainv=inv(A)
```

Alternativt kan enhetsmatrisen augmenteras till A som med b ovan, och inversen hittas genom att finna den reducerade rad-echelon formen. Detta är bekvämt då det kan användas också för alla matriser, och man kan ur resultatet utläsa om matrisen är inverterbar eller ej. För att skapa en $n \times n$ enhetsmatris, kan man antingen skriva in den explicit, eller använda specialkommandot

```
>> I=eye(n)
```

Om vi nu definierar en matris

```
>> B=[1 0 ; 2 1; 0 2]
```

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

så kan vi multiplicera A och B:

```
>> C=A*B
```

vilket ger

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 14 & 17 \\ 23 & 26 \end{bmatrix}$$

Men om vi försöker skriva

```
>> D=B*A
```

så får vi ett meddelande:
`Error using *`
`Inner matrix dimensions must agree.` vilket följer av definitionen av matris-matris multiplikation.

En kolonnvektor kan vi definiera genom

```
>> x=[1 ; 2; 0]
```

alternativt

```
>> x=[1  2 0]'
```

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Vi har nu

```
>> size(x)
ans =

     3     1
```

och vi kan multiplicera $A * x$. Om du istället definierar x som en radvektor (size är 1 3) får du samma fel som för $B * A$ ovan.