



**KTH Elektro-
och systemteknik**

Tentamen i EG2050 Systemplanering, 26 augusti 2013, 8:00–13:00, Q22

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (2 p) På en modern, omstrukturerad ("avreglerad") elmarknad är det systemoperatören som är ansvarig för den kortsiktiga balansen mellan produktion och konsumtion. Detta innebär att I) Systemoperatören är ansvarig för att frekvensen i systemet hålls inom givna gränser, II) Om systemoperatören inte ser till att systemet i varje ögonblick tillförs lika mycket effekt som det tas ut får systemoperatören betala en straffavgift till de balansansvariga aktörerna, III) Om systemoperatören inte ser till att systemet under varje handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som det tas ut får systemoperatören betala en straffavgift till de balansansvariga aktörerna.

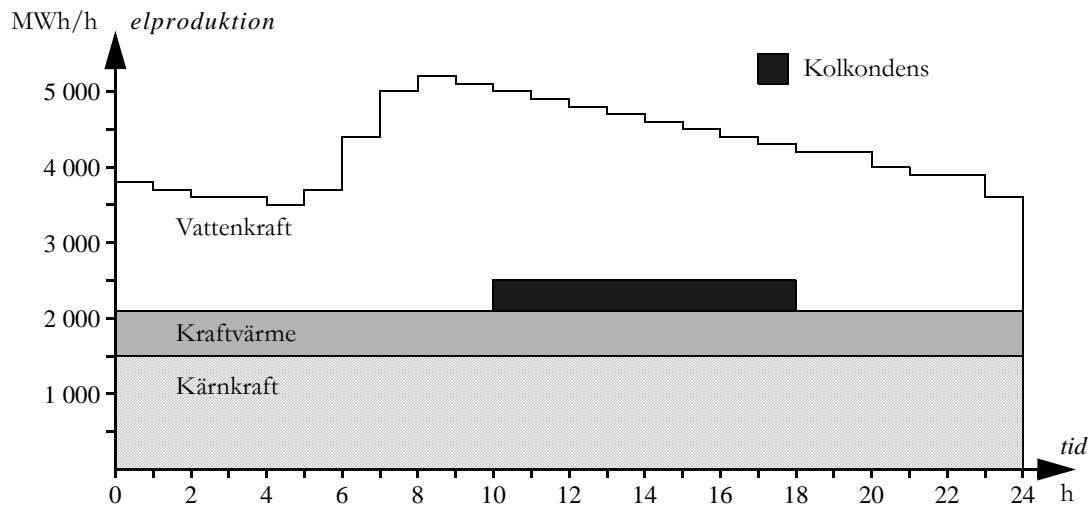
1. Inget av påståendena är sant.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och II är sanna men inte III.

b) (2 p) Konsumenterna på en vertikalt integrerad elmarknad har följande valmöjligheter: I) De kan välja vilken systemoperatör de vill ha, II) De kan välja vilken elleverantör de vill ha, III) De kan välja vilken aktör som ska sköta deras balansansvar.

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast III är sant.
4. I och II är sanna men inte III.
5. II och III är sanna men inte I.

Uppgift 2 (6 p)

På elmarknaden i Land har man perfekt konkurrens, perfekt information och inga nätbegränsningar. Figuren nedan visar elproduktionen i Land under ett dygn. De rörliga produktionskostnaderna för de olika kraftslagen framgår av tabell 1.



Tabell 1 Rörliga kostnader för kraftverken i Land.

Kraftslag	Rörlig kostnad [€/MWh]
Kärnkraft	100
Kraftvärme	250
Kolkondens	350
Vattenkraft	0

- (1 p) Vad är elpriset i Land mellan 6:00 och 7:00?
- (1 p) Vad är elpriset i Land mellan 8:00 och 9:00?
- (1 p) Vad är elpriset i Land mellan 10:00 och 11:00?
- (1 p) Vad är elpriset i Land mellan 19:00 och 20:00?
- (2 p) Finns det några magasinsbegränsningar på elmarknaden i Land under detta dygn? Ge en kort motivering till ditt svar!

Uppgift 3 (6 p)

Elsystemet i Land är uppdelat i två områden (A respektive B) som är förbundna med en växelströmsledning. Denna ledning har en maximal överföringskapacitet på 1 000 MW och är försedd med skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning kopplar bort ledningen om den maximala kapaciteten överskrids.

Klockan 8:45 utbryter en brand i en transformatorstation i Stad (som ligger i område A). Till följd av branden måste hela regionnätet för Stad omedelbart kopplas bort från Lands nationella elnät, vilket innebär att det nationella nätet förlorar 200 MW elproduktion och 800 MW last. Efter att Stads regionnät kopplats bort uppgår reglerstyrkan i Land till 5 000 MW/Hz i område A och 5 000 MW/Hz i område B. Reglerstyrkan är tillgänglig i intervallet $50 \pm 0,5$ Hz.

Alldeles innan Stads regionnät kopplades bort var frekvensen i systemet 50,02 Hz och det överfördes 750 MW från område A till område B.

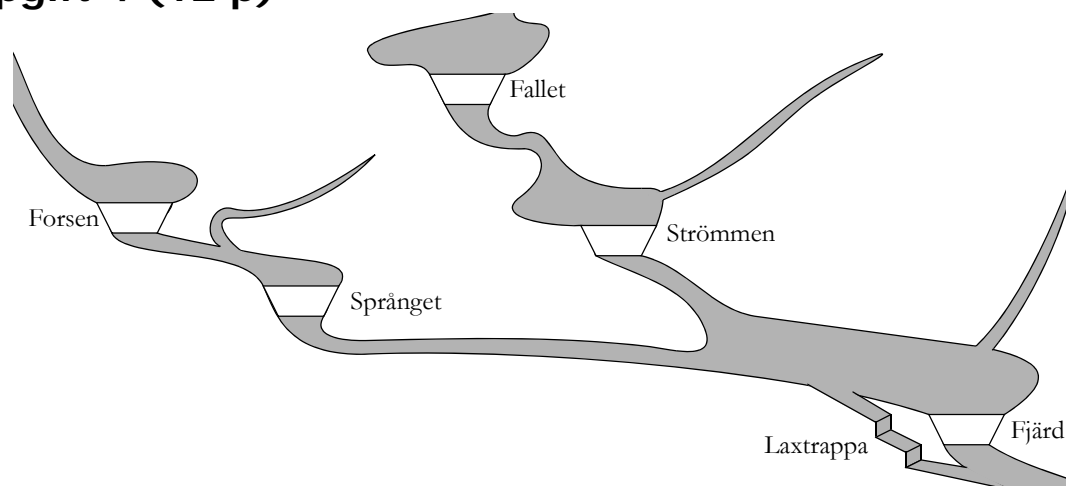
a) (1 p) Vad händer då Stads regionnät kopplas bort?

1. Det uppstår ett överskott av energi, vilket leder till att spänningen höjs i elnätet. Reglersystemet i de kraftverk som deltar i primärregleringen svarar på spänningsökningen genom att minska elproduktionen.
2. Det uppstår ett överskott av energi, som lagras i form av rotationsenergi i alla synkrongeneratorer och därmed ökar frekvensen i systemet. Reglersystemen i de kraftverk som deltar i primärregleringen svarar på frekvensökningen genom att minska elproduktionen.
3. Det uppstår ett underskott av energi, som täcks med rotationsenergi från alla synkrongeneratorer och därmed ökar frekvensen i systemet. Reglersystemen i de kraftverk som deltar i primärregleringen svarar på frekvensökningen genom att öka elproduktionen.

b) (2 p) Kommer transmissionsförbindelsen mellan område A och område B att kopplas bort p.g.a. överbelastning?

c) (3 p) Vilken frekvens får man i område A respektive B efter att primärregleringen stabiliserat frekvensen i systemet?

Uppgift 4 (12 p)



AB Vattenkraft äger fem vattenkraftverk lokaliserade som i figuren ovan. För att lax ska kunna vandra förbi Fjæld har miljödomstolen ålagt AB Vattenkraft att alltid släppa ett flöde på $2 \text{ m}^3/\text{s}$ i laxtrappan vid kraftverket. I ett korttidsplaneringsproblem för dessa kraftverk har man infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Forsen 1, Språnget 2, Fjæld 3, Fallet 4, Strömmen 5.

$M_{i,0}$ = innehåll i magasin i vid planeringsperiodens början, $i = 1, \dots, 5$,

$M_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme t , $i = 1, \dots, 5$, $t = 1, \dots, 24$,

\bar{M}_i = maximalt innehåll i magasin i , $i = 1, \dots, 5$,

$Q_{i,j,t}$ = tappning i kraftverk i , segment j , under timme t ,
 $i = 1, \dots, 5$, $j = 1, 2$, $t = 1, \dots, 24$,

$\bar{Q}_{i,j}$ = maximal tappning i kraftverk i , segment j , $i = 1, \dots, 5$, $j = 1, 2$,

$S_{i,t}$ = spill från magasin i (inklusive flödet genom eventuell laxtrappa) under timme t , $i = 1, \dots, 5$, $t = 1, \dots, 24$,

\underline{S}_i = minsta tillåtna flöde genom laxtrapporna vid magasin i , $i = 1, \dots, 5$,

\bar{S}_i = maximalt spill från magasin i , $i = 1, \dots, 5$,

$V_{i,t}$ = lokal tillrinning till magasin i under timme t , $i = 1, \dots, 5$, $t = 1, \dots, 24$.

a) (3 p) Vid installerad effekt producerar vattenkraftverket Fjæld 37 MW och produktionsekvivalenten är då $0,25 \text{ MWh/TE}$. Magasinet rymmer $6\,480\,000 \text{ m}^3$. Om man börjar med ett fullt magasin, hur många timmar kan man då producera installerad effekt i Fjæld innan magasinet är tömt? Antag att kraftverken uppströms varken tappar eller spiller något vatten. Det lokala tillflödet kan antas vara försumbart, men Miljödomstolens beslut om spill genom laxtrappan gäller fortfarande.

b) (4 p) Formulera det hydrologiska bivillkoret för Fjæld, timme t . Rinntiden mellan kraftverken kan försummas. Använd beteckningarna ovan.

c) (3 p) Formulera gränserna för de optimeringsvariabler i AB Vattenkrafts korttidsplaneringsproblem som definierats ovan. För att få full poäng på denna uppgift måste du även ange tillåtna indexvärden för varje gräns!

d) (2 p) Antag att man beslutat att ett termiskt kraftverk ej ska tas ur drift för kortare tidsperioder än fyra timmar, d.v.s. om kraftverket tas ur drift 12:00 så får det inte startas igen före 16:00. Inför följande beteckningar:

s_t^+ = startvariabel för timme t (1 om kraftverket startar produktionen i början av timme t , annars 0),

s_t^- = stoppvariabel för timme t (1 om kraftverket stoppar produktionen i början av timme t , annars 0).

Hur formuleras ett linjärt bivillkor som reglerar sambandet mellan s_t^- , s_{t+1}^+ , s_{t+2}^+ och s_{t+3}^+ ?

1. $s_t^- - s_{t+1}^+ - s_{t+2}^+ - s_{t+3}^+ = 0.$

2. $s_t^- - s_{t+1}^+ - s_{t+2}^+ - s_{t+3}^+ \leq 1.$

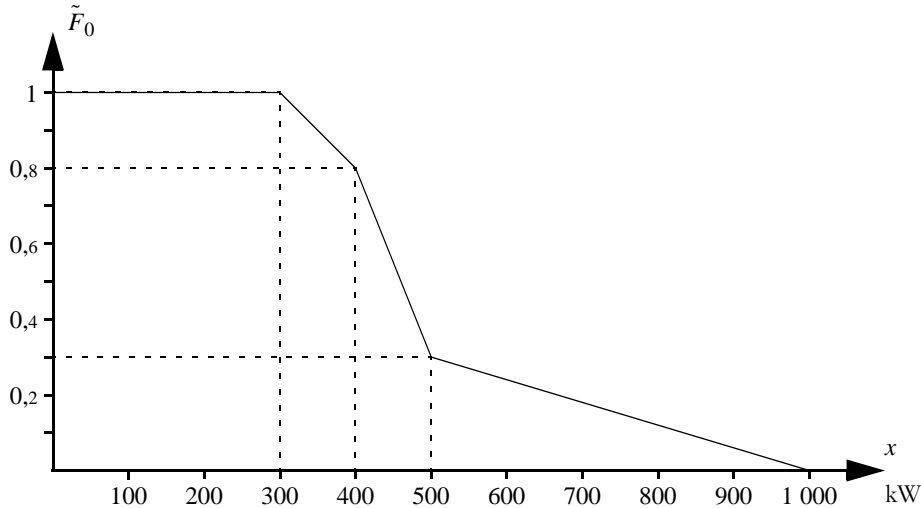
3. $s_t^- - s_{t+1}^+ - s_{t+2}^+ - s_{t+3}^+ = 1.$

4. $s_t^- + s_{t+1}^+ + s_{t+2}^+ + s_{t+3}^+ \leq 1.$

5. $s_t^- + s_{t+1}^+ + s_{t+2}^+ + s_{t+3}^+ = 1.$

Uppgift 5 (12 p)

Ekibuga är en stad i Östafrika. Staden är inte ansluten till något nationellt elnät, utan man har ett eget lokalt system som försörjs av ett vattenkraftverk. Vattenkraftverket saknar magasin, men vattenflödet är alltid tillräckligt stort för att man ska kunna producera installerad effekt (900 kW) och risken för driftstopp i kraftverket är försumbar.



a) (2 p) Figuren ovan visar lastens varaktighetskurva. Hur stor är den förväntade ickelevererade energin per timme i Ekibuga?

b) (2 p) Vattenkraftverket i Ekibuga har inte tillräckligt med kapacitet för att klara topparna i elförbrukningen, och det förekommer nästan varje dag att en del av lasten måste kopplas bort någon timme på kvällen. För att öka leveranssäkerheten funderar man på att införskaffa en dieselgenerator med en kapacitet på 150 kW, driftkostnaden 5 $\text{€}/\text{kWh}$ och en tillgänglighet på 90%. Beräkna risken för effektbrist i detta system.

c) (2 p) Den förväntade ickelevererade energin om beaktar både vattenkraftverket och dieselgeneratoren är 0,3 kWh/h. Beräkna den förväntade driftkostnaden per timme för detta system.

d) (2 p) För att kunna ta hänsyn till förlusterna och bortfall i elnätet vill man genomföra en Monte Carlo-simulering av Ekibuga. Antag att man önskar använda slumptalskomplement för att förbättra noggrannheten i denna simulering. Vilket värde får slumptalskomplementet, D^* , om den totala lasten i systemet slumpas fram till $D = 500$ kW?

e) (4 p) Antag att man även vill använda kontrollvariabelmetoden för att förbättra noggrannheten i simuleringen. Den detaljerade modellen tar hänsyn till förluster och driftstörningar i elnätet. I den förenklade modellen har man försummat elnätet, vilket innebär att man använt samma modell som i en stokastisk produktionskostnadssimulering. Resultaten visas i tabell 2. Vilka skattningar av $LOLP$ och $ETOC$ får man enligt den detaljerade modellen?

Tabell 2 Resultat från Monte Carlo-simulering av elsystemet i Ekibuga.

Antal scenarier, n	Resultat från detaljerad modell		Resultat från förenklad modell	
	$\sum_{i=1}^n loloi$	$\sum_{i=1}^n toc_i$	$\sum_{i=1}^n loloi$	$\sum_{i=1}^n toc_i$
1 000	14	27 000	5	14 500

DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

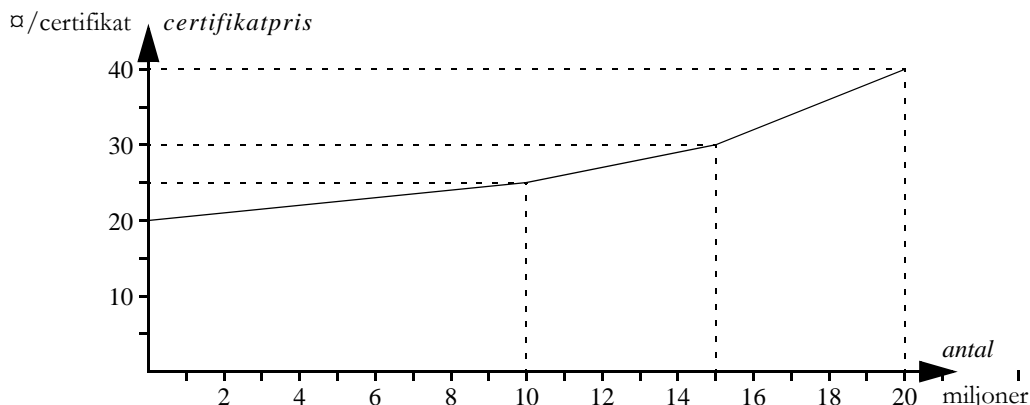
Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

Uppgift 6 (10 p)

Rikes energimyndighet har ställt upp ett framtidsscenario för elmarknaden år 2025. Energimyndighetens modell bygger på antagandet att det råder perfekt konkurrens på elmarknaden i Rike, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Energimyndigheten antar också att elförbrukningen i Rike år 2025 är 140 TWh/år och att produktionskapaciteten består av 60 TWh/år vattenkraft (rörlig kostnad 1 kr/MWh), 50 TWh kärnkraft (rörlig kostnad 10 kr/MWh) samt 40 TWh/år fossila bränslen (den rörliga kostnaden kan antas vara linjär i intervallet 30–50 kr/MWh ; då produktionen är noll är priset 30 kr/MWh och vid maximal produktion är priset 50 kr/MWh).

Syftet med detta framtidsscenario är att studera hur elmarknaden påverkas om man väljer att satsa på en storskalig utbyggnad av vindkraften. För att genomföra denna satsning har det föreslagits att man i Rike ska införa ett system med gröna certifikat. För varje MWh som produceras i de nybyggda vindkraftverken erhåller ägaren ett grönt certifikat. Konsumenterna åläggs sedan att köpa certifikat motsvarande 10% av deras elkonsumtion, vilket alltså innebär att en konsument med en årlig förbrukning på 100 MWh måste köpa 10 gröna certifikat per år. Energimyndigheten bedömer att utbudskurvan för gröna certifikat ser ut som i figuren nedan.



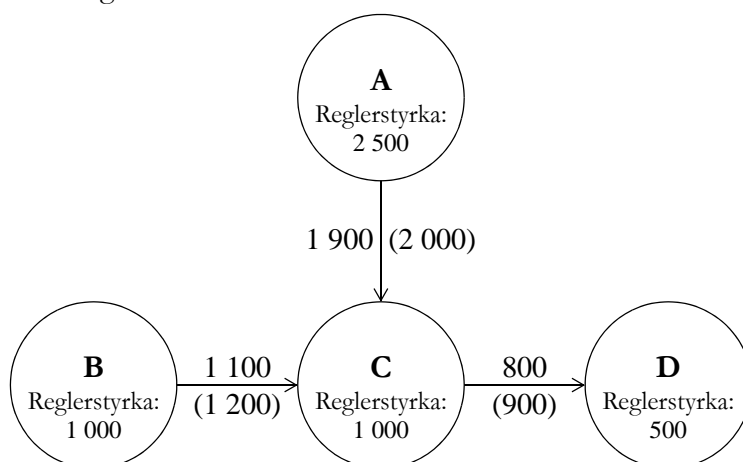
a) (5 p) Motståndarna till att införa gröna certifikat i Rike menar att vindkraften inte behövs (eftersom elproduktionen i Rike redan till stor del är koldioxidfri) och att systemet med gröna certifikat endast medför högre kostnader för elkonsumenterna i Rike. Utgå från förutsättningarna i energimyndighetens framtidsscenario ovan och beräkna den totala kostnaden per MWh för konsumenterna med respektive utan gröna certifikat. Antag att om gröna certifikat inte införs så kommer ingen vindkraft att byggas i Rike.

b) (5 p) Slutsatsen i a-uppgiften beror naturligtvis på de antaganden som görs i framtidsscenario. Vilken eller vilka faktorer har störst betydelse för vilket resultat man får? Ge även ett exempel på hur man något annorlunda antaganden kan få motsatt resultat som i a-uppgiften!

Uppgift 7 (10 p)

Betrakta ett elsystem uppdelat i fyra areor. Reglerstyrkan i varje area och flödet på transmissionförbindelserna framgår av figuren nedan. Varje transmissionsförbindelse är utrustad med skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning kopplar bort ledningen om effektflödet överstiger dess kapacitet, vilken anges inom parentes vid respektive ledning.

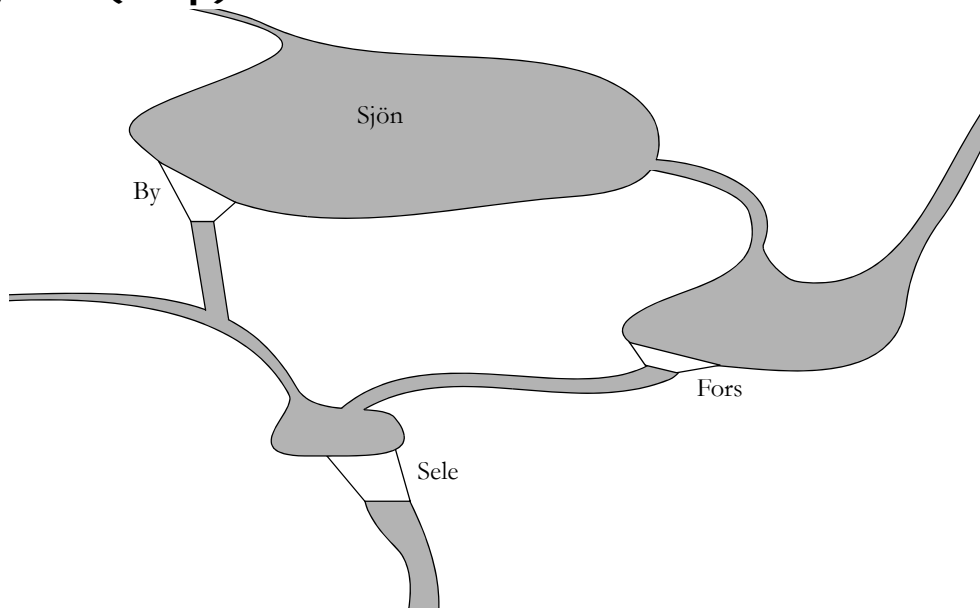
Vid normaldrift ska frekvensen i systemet hållas inom $50 \pm 0,1$ Hz. Vid det tillfälle som visas i figuren nedan är frekvensen i systemet 49,92 Hz och systemoperatören har därför beslutat att aktivera uppregeringsbud från reglermarknaden. De bud som är tillgängliga visas i nedan. Vilka bud ska systemoperatören anta om man vill minimera kostnaden för att höja frekvensen i systemet till minst 49,97 Hz utan att någon av transmissionsförbindelserna blir överbelastade?



Tabell 3 Uppregeringsbud på reglermarknaden i Rike.

Bud	Effekt [MW]	Area	Pris [€/MWh]
1	50	A	400
2	50	A	410
3	100	B	415
4	50	A	425
5	50	C	450
6	50	C	500
7	100	B	520
8	50	D	550

Uppgift 8 (20 p)



AB Vattenkraft äger tre vattenkraftverk lokaliserade enligt figuren ovan. Innan vattenkraftverken byggdes gick älven från Sjön via Fors till Sele. Numer släpps vattnet som tappas genom kraftverket By ut i en kanal där vattnet så småningom når vattenmagasinet till kraftverket Sele. Spill släpps däremot ut via den gamla älvfåran till Fors. En viss del av det naturliga flödet från Sjön till Fors finns också kvar och beror på vattennivån i Sjön. I praktiken är alltså det naturliga flödet en olinjär funktion av magasininnehållet, så som framgår av figuren på nästa sida. Övriga data för vattenkraftverken ges i tabell 4.

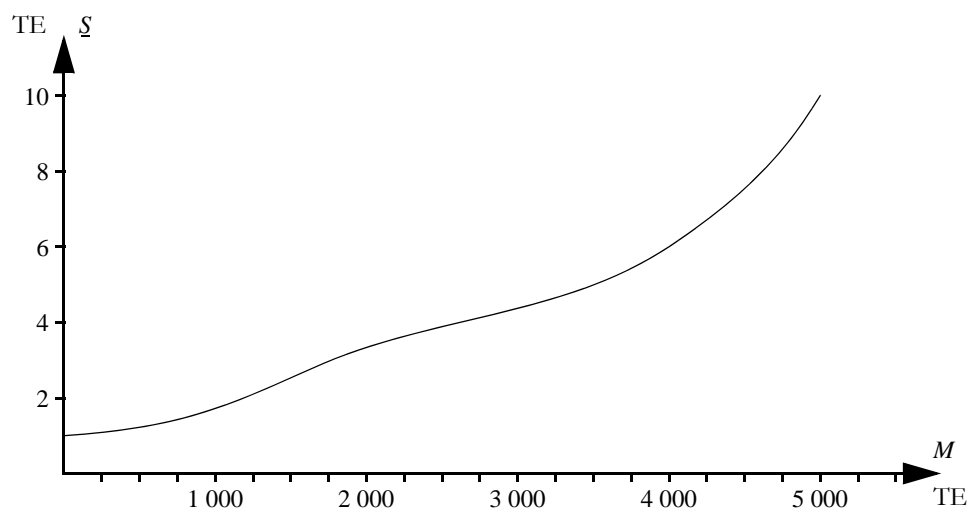
Bolaget har ett fastkraftavtal på 100 MWh/h med AB Elleverantören. För att kunna leverera denna kvantitet använder AB Vattenkraft dels de egna kraftverken och dels har man möjlighet att handla på den lokala elbörsen ElKräng. Man antar att man kan köpa och sälja obegränsade mängder el till de priser som anges i tabell 5. Därefter räknar man med ett genomsnittligt elpris på 375 SEK/MWh och att sparat vatten kan användas till elproduktion vid bästa verkningsgrad, samt att vattnet som lagras i Sjön antas användas till elproduktion i By.

a) (15 p) Formulera AB Vattenkrafts planeringsproblem som ett LP-problem. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 6 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs). Rinntiden mellan kraftverken kan försummas.

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

b) (5 p) Hur måste planeringsproblemet från a-uppgiften formuleras om för att man ska ta hänsyn till rinntiderna mellan kraftverken (se tabell 7)? Fullständiga nya eller uppdaterade ekvationerna behöver inte anges, utan att det räcker att beskriva principerna för hur planeringsproblemet behöver anpassas. (Det kan dock vara bra att ge några exempel om beskrivningen blir invecklad!).



Tabell 4 Data för AB Vattenkrafts kraftverk.

Kraftverk	Startinnehåll i vattenmagasinet [TE]	Maximalt magasininnehåll [TE]	Marginella produktions-ekvivalenter [MWh/TE]		Maximal tappning [TE]		Lokalt inflöde [TE]
			Segment 1	Segment 2	Segment 1	Segment 2	
By/Sjön	2 000	5 000	0,72	0,64	125	40	160
Fors	800	1 700	0,34	0,31	40	15	30
Sele	200	600	0,52	0,48	140	50	15

Tabell 5 Förväntade priser på ElKräng.

Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	285	265	265	265	265	285	340	355	375	385	405	420
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	435	380	375	370	365	360	370	355	350	350	365	320

Tabell 6 Beteckningar till AB Vattenkrafts planeringsproblem.

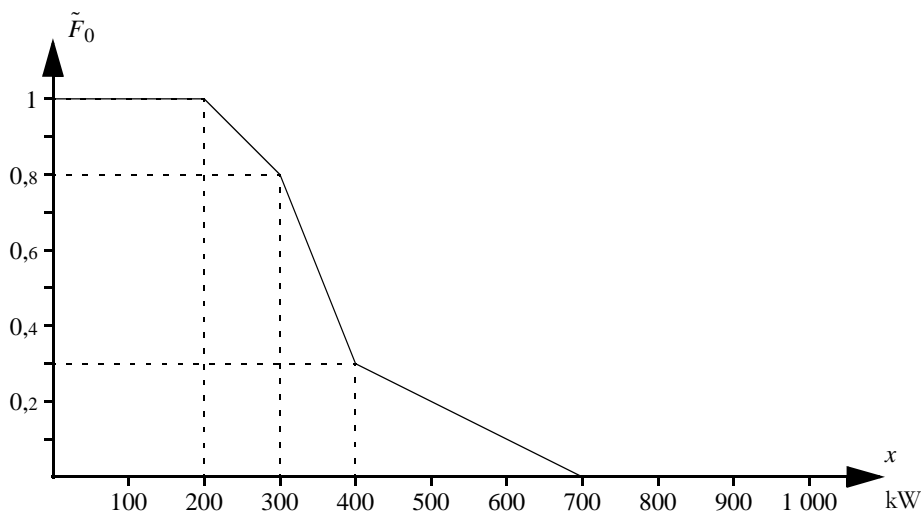
Beteckning	Förklaring	Värde
$\xi(M)$	Naturligt utflöde från Sjön som funktion av magasininnehållet	Se figur
$M_{i,0}$	Startinnehåll i magasin i	Se tabell 4
\bar{M}_i	Maximalt innehåll i magasin i	Se tabell 4
$\mu_{i,j}$	Marginell produktionsekvivalent i kraftverk i , segment j	Se tabell 4
$\bar{Q}_{i,j}$	Maximal tappning i kraftverk i , segment j	Se tabell 4
V_i	Lokal tillrinning till magasin i	Se tabell 4
λ_t	Förväntat pris på ElKräng timme t	Se tabell 5
D	Avtalat last	100
λ_f	Förväntat framtida elpris	375

Tabell 7 Rinntider mellan AB Vattenkrafts magasin och kraftverk.

Från	Till	Rinntid [h]
By	Sele	2
Sjön	Fors	1
Fors	Sele	3

Uppgift 9 (20 p)

Mji är en liten stad i Östafrika. Trots många år av löften från det elbolaget i Nchi är Mji ännu inte anslutet till det nationella elnätet. Ett antal företagare och privatpersoner i Mji överväger därför nu att starta ett kooperativ, Mji Electricity Consumers Cooperative Limited (MECCO), som ska bygga och driva ett lokalt elnät i Mji. Tanken är att man måste vara medlem för att få ansluta sig till elnätet och att alla medlemmar ska betala en enhetlig tariff per förbrukad kWh. Denna tariff, som blir MECCO:s enda intäkt ska sättas så att den täcker samtliga kostnader (fasta och rörliga) på årsbasis. Dessutom vill man att tarifferna ska generera ett överskott på ungefär 5%, som kan användas för kommande investeringar i elsystemet. Innan man startar ett kooperativ vill man dock göra en förstudie för att undersöka om det går att få kooperativet att gå runt och samtidigt erbjuda medlemmarna rimliga tariffer. Baserat på erfarenheterna från andra delar av Nchi har man valt att i förstudien utgå från den varaktighetskurva för lasten som visas i figuren nedan.



MECCO skulle få ta över två dieselgeneratorer som står på en skola i Mji (men som skolan själv saknar pengar till att driva). Dessa dieselgeneratorer har en kapacitet på 100 kW vardera, tillgängligheten antas vara ungefär 80% och driftkostnaden 10 $\text{€}/\text{kWh}$. MECCO skulle också kunna bygga en egen anslutning till det nationella elnätet. En sådan ledning skulle få en kapacitet på 2 000 kW. Ledningen i sig förmodas ha en mycket hög tillgänglighet (man kan alltså försumma risken för bortfall på ledningen), men däremot så är elförbrukningen i det nationella nätet är stor i förhållande till produktionskapaciteten att det är vanligt med roterande bortkopplingar. MECCO räknar med att Mji kommer att kopplas bort i snitt 438 timmar per år. MECCO skulle få köpa el från det nationella elbolaget till ett pris av 5 $\text{€}/\text{kWh}$. MECCO:s förbrukning skulle beräknas från anslutningspunkten till det nationella elnätet, vilket betyder att förlusterna på ledningen måste betalas av kooperativet. Dessa förluster kan beräknas enligt

$$L = \beta_L \cdot P^2,$$

där

L = förlusterna på ledningen [kW],

β_L = förlustkoefficient [kW^{-1}] = 0,0001,

P = inmatad effekt på ledningen [kW].

a) (8 p) Föreslå en metod för att beräkna den förväntade driftkostnaden för elsystemet i Mji. Beskriv vilka antaganden du gör och hur du ska gå tillväga för att få ett så noggrant resultat som möjligt med de begränsade data som ges här och den begränsade tid som du har till ditt förflöende.

b) (12 p) Vilken tariff kommer MECCO att behöva ta ut med förutsättningarna ovan? Antag att de fasta kostnaderna för kooperativet (t.ex. kapitalkostnader, löner till personal och underhållskostnader) uppgår till 23 M \square /år. Förlusterna i distributionsnätet i Mji kan anses försumbara.

Tabell 8 Slumptal från en $U(0, 1)$ -fördelning.

0,81	0,10	0,16	0,14	0,66
0,91	0,28	0,97	0,42	0,04



KTH Elektro-
och systemteknik

Svarsblad till del I

Namn:

Personnummer:

Uppgift 1

a) Alternativ är korrekt.

b) Alternativ är korrekt.

Uppgift 2

a) \varnothing /MWh b) \varnothing /MWh

c) \varnothing /MWh d) \varnothing /MWh

e)

.....

Uppgift 3

a) Alternativ är korrekt. b)

c) Område A: Hz Område B: Hz

Uppgift 4

a) timmar.

b)

c)

.....

.....

d) Alternativ är korrekt.

Uppgift 5

a) kWh/h b) %

c) \varnothing /h d) kW

e) *LOLP* % *ETOC* \varnothing /h

Uppgift 1

- a) 2, b) 1.

Uppgift 2

- a) Denna timme sätts elpriset av kraftvärmeproduktionen $\Rightarrow 250 \text{ ¢/MWh}$.
 b) Denna timme sätts elpriset av kraftvärmeproduktionen $\Rightarrow 250 \text{ ¢/MWh}$.
 c) Denna timme sätts elpriset av kolkondensproduktionen $\Rightarrow 350 \text{ ¢/MWh}$.
 d) Denna timme sätts elpriset av kraftvärmeproduktionen $\Rightarrow 250 \text{ ¢/MWh}$.

e) Ja. (Det finns inga effektbegränsningar i vattenkraften, eftersom det inte behövs någon extra kolkondens mellan 8 och 9, då lasten är som störst. Om det inte fanns några magasinbegränsningar skulle samma termiska kraftverk användas under hela dygnet. I det här fallet är dock det lagrade vattnet kl. 10 plus inflödet mellan 10 och 18 inte tillräckligt för att undvika att kolkondens måste tas i drift.)

Uppgift 3

- a) 2.
 b) Efter att Stad kopplats bort måste de reglerstyrda kraftverken minska elproduktionen med 600 MW. Område B har halva reglerstyrkan i systemet och står således för hälften av produktionsminskningen. Eftersom lasten och den övriga elproduktionen i område B är oförändrad måste produktionsminskningen i de reglerstyrda kraftverken kompenseras med ökad import från område A. Överföringen på transmissionsförbindelsen ökar därför till 1 050 MW, vilket är mer än ledningens kapacitet. Ledningen kommer således att kopplas bort.
 c) Efter att ledningen kopplats bort har man i område A tappat 200 MW produktion, 800 MW last och 750 MW export. Totalt måste primärregleringen i område A minska elproduktionen med 1 350 MW, vilket ger att frekvensen ökar med $\Delta f = \Delta G/R = 1\,350/5\,000 = 0,27 \text{ Hz}$, d.v.s. den nya frekvensen blir $50,02 + 0,27 = 50,29 \text{ Hz}$.
 I område B tappar man 750 MW import, som måste ersättas av primärregleringen i område B. Detta betyder att frekvensen minskar med $\Delta f = \Delta G/R = 750/5\,000 = 0,15 \text{ Hz}$, d.v.s. den nya frekvensen blir $50,02 - 0,15 = 49,87 \text{ Hz}$.

Uppgift 4

- a) Tappningen vid installerad effekt ges av sambandet $Q = H/\omega(O) = 37/0,25 = 148 \text{ TE}$. Utöver detta går 2 TE genom lasttappan. Således töms magasinet på sammanlagt 150 TE, vilket betyder att eftersom magasinet rymmer $6\,480\,000/3\,600 = 1\,800 \text{ TE}$ så räcker ett fullt magasin till 12 timmars maximal produktion.
 b) $M_{3,r} = M_{3,r-1} + V_{3,r} + Q_{2,1,r} + Q_{2,2,r} + S_{2,r} + Q_{5,1,r} + Q_{5,2,r} + S_{5,r} - Q_{3,1,r} - Q_{3,2,r} - S_{3,r}$
 c) De optimeringsvariabler som ingår i problemet är magasininnehåll, tappning och spill, vilket

ger oss följande gränser:

$$0 \leq M_{i,r} \leq \bar{M}_i, \quad i = 1, \dots, 5, r = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq Q_{i,j,r} \leq \bar{Q}_{i,j}, \quad i = 1, \dots, 5, j = 1, 2, r = 1, \dots, 24,$$

$$S_i \leq S_{i,r} \leq \bar{S}_i, \quad i = 1, \dots, 5, r = 1, \dots, 24.$$

- d) 4.

Uppgift 5

a) Eftersom vattenkraftverket antas ha 100% tillgänglighet får vi att $\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$. Således ges den icke-levererade energin under en timme av

$$EENS_1 = 1 \cdot \int_0^{900} \tilde{F}_0(x) dx = 0,06 \cdot 100/2 = 3 \text{ kWh/h}.$$

- b) Risken för effektbrist ges av $\tilde{F}_2(1\,050) = 0,9\tilde{F}_1(1\,050) + 0,1\tilde{F}_1(900) = 0 + 0,1 \cdot 0,06 = 0,06\%$.
 c) Den förväntade elproduktionen i dieselgeneratoren är $EG_2 = EENS_1 - EENS_2 = 3 - 0,3 = 2,7 \text{ kWh/h}$. Den förväntade driftkostnaden blir således $ETOC = 5EG_2 = 13,5 \text{ ¢/h}$.
 d) Med den inverterade transformmetoden erhålls $D = F_0^{-1}(U)$, där U är ett $U(0, 1)$ -fördelat slumptal. Eftersom vi i uppgiften fått varaktighetskurvan i stället, kan vi lika gärna använda transformen $D = F_0^{-1}(U)$. Det ursprungliga slumptalet måste ha varit $U = F_0(500) = 0,3$. Således är $U^* = 1 - U = 0,7$, vilket ger $D^* = F_0^{-1}(U^*) = 420 \text{ kW}$.

$$m_{LOLO} = m_{(LOLO - LOLO)} + m_{LOLO} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n lo_{lo_i} - \sum_{i=1}^n lo_{lo_i} \right) + 0,006 = \frac{1}{1\,000} (14 - 5) + 0,006 = 1,5\%.$$

$$m_{ENS} = m_{(TOC - TOC)} + m_{TOC} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n toc_i - \sum_{i=1}^n toc_i \right) + 13,5 = \frac{1}{1\,000} (27\,000 - 14\,500) + 13,5 = 26 \text{ ¢/h}.$$

Uppgift 6

- a) Utan de gröna certifikaten kommer all vattenkraft och all kärnkraft att utnyttjas. Dessutom behövs 30/40 av elproduktionen från fossila bränslen, vilket innebär att man utnyttjar 3/4 av prisintervallet för fossila bränslen. Elpriset för konsumenterna blir därmed 45 ¢/MWh.
 Om gröna certifikat införs så kommer 14 TWh vindkraft (10% av den totala elförbrukningen) att tillföras systemet. Detta medför att endast 16 av 40 TWh fossila bränslen behövs och elpriset blir då 38 ¢/MWh. För att beräkna konsumenternas totala kostnad per MWh måste man dock även ta hänsyn till att de måste köpa ett tiodels certifikat för varje MWh. Enligt figuren kommer certifikatpriset att bli 29 ¢/certifikat då efterfrågan motsvarar 14 TWh certifikat. Det totala priset blir alltså 40,9 ¢/MWh. Att införa gröna certifikat är alltså lönsamt för konsumenterna i Rike.

b) De två faktorer som avgör om de gröna certifikaten blir en vinst eller kostnad för konsumenterna är hur mycket elpriset minskar för varje TWh vindkraft som tillförs, samt kostnaden för certifikaten. Om de fossila bränslen i stället ligger i prisintervall 40–50 ¢/MWh och certifikatpriserna är 25% högre, så ger motsvarande beräkningar som i a-uppgiften elpriset 47,5 ¢/MWh utan certifikat och en total kostnad på 44 + 3,625 = 47,625 ¢/MWh.

Uppgift 7

För att höja frekvensen 0,05 Hz behöver man aktivera $\Delta G = R \cdot \Delta f = 5\,000 \cdot 0,05 = 250$ MW. Det billigaste alternativet vore därför att aktivera bud 1–4. Frågan är om detta är möjligt med hänsyn till transmissionsbegränsningarna.

I area A ökar produktionen till följd av den aktiverade uppregleringen med 150 MW, men samtidigt minskar elproduktionen i de reglerstyrda kraftverken med 125 MW (eftersom den totala uppregleringen är på 250 MW och area A har hälften av reglerstyrkan i elsystemet). Det nya flödet från A till C blir således 1 925 MW, vilket ledningen klarar av.

I area B ökar produktionen till följd av den aktiverade uppregleringen med 100 MW, men samtidigt minskar elproduktionen i de reglerstyrda kraftverken med 50 MW (eftersom area B har 20% av reglerstyrkan i elsystemet). Det nya flödet från B till C blir således 1 150 MW, vilket ledningen klarar av.

I area C aktiveras inga uppregleringsbud, men däremot minskar elproduktionen i de reglerstyrda kraftverken med 50 MW (eftersom area C har 20% av reglerstyrkan i elsystemet) samtidigt som importen ökar med 75 MW. Det nya flödet från C till D blir således 825 MW, vilket ledningen klarar av.

I area D aktiveras inga uppregleringsbud, men däremot minskar elproduktionen i de reglerstyrda kraftverken med 25 MW (eftersom area D har 10% av reglerstyrkan i elsystemet), men detta kompenseras som vi konstaterat ovan av ökad import från area C.

Slutsatsen blir alltså att systemoperatören kan aktivera de fyra första buden utan att någon ledning kommer att överbelastas.

Uppgift 8

a) Utmaningen i denna uppgift är att linjärisera sambandet mellan spill och magasininnehåll i Sjön. I den här lösningen väljer vi att använda två linjära segment, med brytpunkten placerad vid magasininnehållet 4 000 TE (eftersom spillet ökar markant vid den nivån). Någon heltalsvariabel för att hantera de två segmenten behövs inte, eftersom spillet från Sjön är ofördelaktigt (man får ut mer el per TE för elproduktion i By än i Fors) så kommer lösningen att utnyttja det första segmentet, där det marginella spillet är lägre.

I ord kan planeringsproblemet formuleras som

maximera $\text{värdet av s} \cdot d \cdot e + \text{värdet av s} \cdot p \cdot \text{vatten} - \text{kostnad för köpt el},$

med hänsyn till $\text{hydrologisk balans för vattenmagasinen},$

$\text{samband mellan spill och magasininnehåll i Sjön},$

$\text{lastbalans},$

$\text{begränsningar för magasininnehåll, tappning och spill}.$

Index för kraftverk

By/Sjön 1, Fors 2, Sele 3.

Parametrar

De flesta parametrarna är definierade i tabell 6 i uppgiftslydelsen, men det behövs ytterligare några parametrar för att hantera det olinjära sambandet mellan det naturliga utflödet och magasininivån i Sjön, $\underline{S}(M)$. Således introducerar vi följande parametrar:

$$\sigma_j = \text{marginellt spill i Sjön, segment } j = \begin{cases} \text{figur} \\ \left\{ \begin{array}{ll} (6-1)/4\,000 = 0,00125 & j = 1, \\ (10-6)/1\,000 = 0,004 & j = 2. \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\bar{M}_{1,j} = \text{maximalt innehåll i Sjön, segment } j = \begin{cases} 4\,000 & j = 1, \\ 1\,000 & j = 2. \end{cases}$$

Optimeringsvariabler

$Q_{i,t}$ = tappning i kraftverk i , segment j , under timme t ,

$i = 1, 2, 3, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24$,

$S_{i,t}$ = spill från magasin i under timme $t, i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24$,

$M_{1,t}$ = innehåll i Sjön, segment j vid slutet av timme $t, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24$,

$M'_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme $t, i = 2, 3, t = 1, \dots, 24$,

P_t = köp från Elkäring under timme $t, t = 1, \dots, 24$,

r_t = försäljning till Elkäring under timme $t, t = 1, \dots, 24$.

Målfunktion

$$\text{maximera}_{t=1}^{24} \sum_{t=1}^{24} \lambda_j (r_t - p_t) + \lambda_j (\mu_{1,1} + \mu_{3,1}) M_{1,24} + (\mu_{2,1} + \mu_{3,1}) M_{2,24} + \mu_{3,1} M_{3,24}.$$

Bivillkor

Hydrologisk balans för By/Sjön:

$$M_{1,1,t} + M_{1,2,t} = M_{1,1,t-1} + M_{1,2,t-1} - Q_{1,1,t} - Q_{1,2,t} - S_{1,t} + V_{1,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Fors:

$$M_{2,t} = M_{2,t-1} - Q_{2,1,t} - Q_{2,2,t} - S_{2,t} + S_{1,t} + V_{2,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Sele:

$$M_{3,t} = M_{3,t-1} - Q_{3,1,t} - Q_{3,2,t} - S_{3,t} + Q_{1,1,t} + Q_{1,2,t} + Q_{2,1,t} + Q_{2,2,t} + S_{2,t} + V_{3,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Samband mellan spill och magasininivå i Sjön:

$$S_{1,t} \geq \sum_{j=1}^2 \sigma_j M_{1,j,t}$$

Lastbalans:

$$\sum_{t=1}^2 \sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} + P_t = D + r_t \quad t = 1, \dots, 24.$$

Variabelgränser

$$\begin{aligned}
 0 &\leq Q_{i,j}, t \leq \bar{Q}_{i,j}, & i = 1, 2, 3, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24, \\
 0 &\leq S_{i,t} & i = 2, 3, t = 1, \dots, 24, \\
 0 &\leq M_{1,j,t} \leq \bar{M}_{1,j,t}, & j = 1, 2, t = 1, \dots, 24, \\
 0 &\leq M_{i,t} \leq \bar{M}_i, & i = 2, 3, t = 1, \dots, 24, \\
 0 &\leq P_p & t = 1, \dots, 24, \\
 0 &\leq r_p & t = 1, \dots, 24.
 \end{aligned}$$

b) Målfunktionen behöver uppdateras så att även vatten som vid planeringsperiodens slut är på väg från ett kraftverk till magasinet nedströms räknas in i det sparade vattnet. Man behöver också uppdatera de hydrologiska bivillkoren så att inflödet för en viss timme till ett magasin som härrör från uppströms liggande magasin beror av tappning och spill under en tidigare timme. I t.ex. det hydrologiska bivillkoret för Fors så ska man använda $S_{1,t-1}$ för vatten som spillts från Sjön, eftersom det tar en timme för vattnet att rinna från Sjön till Fors. Detta innebär att vi också kommer att behöva nya parametrar som representerar tappning och spill ett par timmar före planeringsperiodens början.

Uppgift 9

a) Vi har två fall att studera: Under 5% av tiden (438 timmar av 8 760) kommer MECO att vara bortkopplade från det nationella nätet och under övrig tid kan Mji försörjas helt och hållet från det nationella nätet (vilket är att föredra eftersom elen därifrån är billigare än el som produceras i dieselgeneratorerna). För att beräkna de rörliga driftkostnaderna kan vi således införa två stratum: i det första är ledningen bortkopplad (stratumvikt 0.05) och i det andra är ledningen tillgänglig (stratumvikt 0.95).

I det första stratumet behöver vi inte ta hänsyn till några förluster, eftersom de två dieselgeneratorerna står i Mji och vi kan bortse från distributionsförlusterna. Den förväntade driftkostnaden för detta stratum kan således beräknas analytiskt med hjälp av stokastisk produktionskostnadssimulering.

I det andra stratumet bör vi ta hänsyn till transmissionsförlusterna, som ju inte är obetydliga (49 kW vid maxlasten 700 kW). Eftersom vi för varje nivå på elförbrukningen i Mji (vars sannolikhetsfördelning är given) får en viss överföringsförlust, skulle vi kunna ta fram en ny varaktighetskurva för summan av lasten och ledningsförlusterna och sedan beräkna den förväntade överföringen från det nationella nätet analytiskt. Det är emellertid en lite besvärlig procedur att genomföra för hand och i detta fall är det nog att föredra att använda Monte Carlo-simulering för att beräkna den förväntade driftkostnaden i det andra stratumet. I denna simulering kan vi förstås också enkelt utnyttja slumpalskomplement.

b) Vi börjar med att beräkna den förväntade driftkostnaden enligt de metoder som beskrivits ovan.

Det första stratumet simuleras med hjälp av stokastisk produktionskostnadssimulering. Efter-som dieselgeneratorerna endast har två tillstånd (tillgänglig eller otillgänglig) kan vi använda formeln

$$EG_g = T \cdot P_g \int_{\bar{G}_g^{ot}}^{\bar{G}_g^{tot}} \int_{\bar{G}_g^{ot}-1}^{\bar{G}_g^{ot}} (x) dx$$

$$\Rightarrow EG_1 = 0.8 \int_0^{100} \bar{F}_0(x) dx = 80 \text{ kWh/h},$$

$$EG_2 = 0.8 \int_0^{200} \bar{F}_1(x) dx = \{ \bar{F}_1(x) = \bar{F}_0(x) \text{ för } x \leq 200 \} = 80 \text{ kWh/h}.$$

Därmed får vi $ETOC_1 = 10 \cdot (80 + 80) = 1 600$ \square /h.

Med hjälp av de givna slumpalen och deras slumpalskomplement kan vi generera tjugo scenarier för det andra stratumet:

Slumpal, t_i	Last, d_i [kW]	Ledningsförluster, f_i [kW]	Driftkostnad, loc_i [\square /h]	Slumpalskomplement, t_i^*	Last, d_i^* [kW]	Ledningsförluster, f_i^* [kW]	Driftkostnad, loc_i^* [\square /h]
0.81	295	8.7	1 519	0.19	510	26.0	2 680
0.10	600	36.0	3 180	0.90	250	6.2	1 281
0.16	540	29.2	2 846	0.84	280	7.8	1 439
0.14	560	31.4	2 957	0.86	270	7.3	1 386
0.66	328	10.8	1 694	0.34	392	15.4	2 037
0.91	245	6.0	1 255	0.09	610	37.2	3 236
0.28	420	17.6	2 188	0.72	316	10.0	1 630
0.97	215	4.6	1 098	0.03	670	44.9	3 574
0.42	376	14.1	1 951	0.58	344	11.8	1 779
0.04	660	43.6	3 518	0.96	220	4.8	1 124

Medelvärden av dessa tjugo observationer blir 2 119 \square /h, vilket alltså är vår skattning av $ETOC_2$.

Vi får nu $ETOC = 0.05ETOC_1 + 0.95ETOC_2 = 2 093$ \square /h eller 18,56 M \square /år. Inklusiv de fasta kostnaderna får man en total kostnad på 41,56 M \square /år. Dessutom vill man ha en marginal på 5%, vilket betyder att intäkterna ska uppgå till 43,64 M \square /år.

För att beräkna tariffen behöver vi nu veta hur mycket el MECO kommer att leverera på ett år. Detta kan beräknas med hjälp av delresultaten från simuleringen av driftkostnaden. I det första stratumet är den förväntade elproduktionen i de bägge dieselgeneratorerna 160 kWh/h och eftersom distributionsförlusterna försummas är detta även lika med leveransen till förbrukarna. I det andra stratumet tar vi medelvärdet av de tjugo observerade lastvärdena, vilket ger oss en förväntade lasten 405 kWh/h. Då vi viktar samman dessa resultat får vi en genomsnittsliverans på ungefär 393 kWh/h eller 3 441 MWh/år. Vi kan därmed dra slutsatsen att tariffen behöver sättas omkring 12,68 \square /kWh.