BLOCK 1: Eulkidiska vektorrum

Kapitel 1

A) Vektorer och matriser i $\mathbb{R}^n$

Sektion 1.1

KONCEPT: Geometrisk vektor, Riktning, Längd, Begynnelse och slutpunkt, Ekvivalenta vektorer, Noll-vektor, Vektoraddition: parallellogramregeln och triangelregeln, Vektorsubtraktion, Skalärmultiplikation, Parallella vektorer, Vektorkomponenter, Verktoroperationer i $\mathbb{R}^n$, Linjärkombination av vektorer.

FÄRDIGHETER: Utföra geometriska och algebraiska operationer på vektorer som addition, multiplikation och skalärmultiplikation både analytisk och i Matlab. Bestämma om två vektorer är ekvivalenta. Rita vektorer (med papper och penna och i Matlab) givet begynnelse och slutpunkt. Hitta komponenterna i en vektor vars begynnelse och slutpunkt är givna. Bevisa grundläggande algebraiska egenskaper hos vektorer.

UPPGIFTER:

Från boken

Sektion 1.1: 1, 3, 9, 11, 13, 15, 19, P1, D7, T2, T3.

I Matlab kan man bestämma själv vilken färg man ska ha på det man plottar. Det finns ett antal fördefinierade färger, gör `»help plot` i Matlab för att se vilka dessa är. Om man vill ha en annan färg kan man använda sig av RGB koder (se boken s 11) enligt följande

```
>> plot([x1,x2],[y1,y2],'Color',[r g b],'LineWidth',2)
```

Om man vill ha en bredare linje än den som används som standard lägger man till 'LineWidth',2.

Använd detta kommando för att rita upp vektorerna i uppgift 1 med olika färger som du väljer själv.

B) Skalärprodukt och ortogonalitet

Sektion 1.2

KONCEPT: Längden av en vektor (Euklidisk norm). Enhetsvektorer. Normaliserade vektorer. Avstånd i $\mathbb{R}^n$ (Euklidiskt avstånd). Vinkel mellan två vektorer. Skalärprodukt. Ortogonala vektorer. Cauchy-Schwartz olikhet. Triangelolikheten.

FÄRDIGHETER: Beräkna längden av en vektor i $\mathbb{R}^n$. Bestämma om en given vektor är en enhetsvektor. Normalisera en vektor i $\mathbb{R}^n$. Bestämma avståndet mellan två vektorer i $\mathbb{R}^n$. Beräkna skalärprodukten av två vektorer i $\mathbb{R}^n$. Beräkna vinkeln mellan två vektorer i $\mathbb{R}^n$. Bestämma om två vektorer är ortogonala. Ovanstående både med papper och penna och med hjälp av Matlab. Bevisa grundläggande egenskaper gällande avstånd och skalärprodukter.

UPPGIFTER:

Från boken

Sektion 1.2: 1, 3, 5, 9, 11, 13, 19, 25, 27, T1,T2.

T2: Om man vill generera en vektor $\mathbf{v} = (1, 2, 3, \ldots, k)$ i Matlab kan man göra på följande sätt

```
>> k=10
>> u=[1:k];
```

Om man vill generera en vektor $\mathbf{v} = (1^2, 2^2, 3^2, \ldots, k^2)$ i Matlab kan man göra på följande sätt

```
>> k=10
>> u=[1:k];
>> v=u.*u;
```

Notera `.*`-notationen. Det betyder elementvis multiplikation.

C) Vektorer, linjer och plan

Sektion 1.3

KONCEPT: Normal till ett plan. Vektorekvation av en linje och ett plan. Linjer och plan uttryckta på parameterform.

FÄRDIGHETER: Uttrycka linjer och plan med antingen vektorer eller på parameterform. Bestämma skärningspunkter mellan linjer och plan.

UPPGIFTER:

Från boken

Sektion 1.3: 3, 5, 7, 9, 13, 23, 27, 31, 35, 39, 45.

D) Komplexa tal, z

Appendix B

KONCEPT: Realdel av z. Imaginärdel av z. Beloppet av z. Komplexkonjugat av z. Argument av z. Komplext tal på polär form. Komplexa planet. De Moivres formel.

FÄRDIGHETER: Bestämma realdel, imaginärdel och beloppet av ett komplext tal. Rita upp ett komplext tal i komplexa planet. Kunna addera, subtrahera, multiplicera komplexa tal.

UPPGIFTER:

1) Visa med papper och penna att Sats B.1 c) är sann. Prova även i Matlab att det stämmer för eget val av komplexa tal. Gör detsamma för Sats B.2 b).

2) Exempel 4, 5, 6 i *Appendix B* i boken.

MATLAB-kommandon för BLOCK 1

Radvektor

```
>> u=[1, 2]          >> v=[4, 5]        >> w=[6, 7, 8]
```

Kolonnvektor

```
>> u=[9; 10]         >> v=[11; 12]       >> w=[13; 14; 15]
```

Addition/subtraktion

```
>> u+v
>> u-v
```

Multiplikation med en skalär

```
>> 3*u                        >> -4*(u+v)
```

Rita upp en vektor i R^2 eller R^3 med begynnelsepunkt, $BP = (x_1, y_1)$, eller $BP = (x_1, y_1, z_1)$ och slutpunkt, $SP = (x_2, y_2)$ eller $SP = (x_2, y_2, z_2)$. Notera att x och y-komponenterna måste ha värden.

```
>> plot([x1,x2],[y1,y2])               >> plot([x1;y1],[x2;y2])
>> plot3([x1,x2],[y1,y2],[z1,z3])      >> plot3([x1;x2],[y1;y2],[z1,z2])
```

Beräkna den Euklidiska normen av en vektor

```
>> norm(u)
```

Skalärprodukten av två vektorer

```
>> dot(u,v)
```

Summa av komponenterna i en vektor

```
>> sum(u)
```

Komplexa tal i Matlab

```
>> x=2          >> y=3
>> z=x+i*y      >> abs(z)
>> real(z)      >> imag(z)
>> conj(z)
```