



KTH Elektro-  
och systemteknik

## Kompletterings skrivning i EG2050 Systemplanering, 12 april 2012, 13:00-15:00, lilla konferensrummet

### Instruktioner

Endast de uppgifter som är markerade på det bifogade svarsbladet behöver lösas (på de övriga uppgifterna tillgodoräknas resultatet från tentamen). Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Denna kompletterings skrivning kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng.

### Tillåtna hjälpmedel

Vid denna kompletterings skrivning får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).  
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

## Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

**a) (1 p)** Vilken eller vilka aktörer har det ekonomiska ansvaret för att systemet under en viss handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som förbrukats?

1. Systemoperatören.
2. De balansansvariga.
3. Konsumenterna.

**b) (2 p)** På en centraliserad elmarknad gäller att I) Producenterna är fria att sälja till vilka andra producenter, återförsäljare och konsumenter som helst, II) All elhandel måste ske via en elbörs, III) Konsumenterna är fria att köpa från vilken producent eller återförsäljare som helst.

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och III är sanna men inte II.

**c) (1 p)** Betrakta en producent som mellan 13 och 14 producerar enligt plan, med undantag för att man kl. 13:30 på systemoperatörens begäran verkställer ett uppregeringsbud på 120 MW. Vilken realtidshandel har detta bolag genomfört under denna timme?

1. Bolaget har köpt 60 MWh reglerkraft av systemoperatören.
2. Bolaget har sålt 60 MWh reglerkraft till systemoperatören.
3. Bolaget har sålt 120 MWh reglerkraft till systemoperatören.

## Uppgift 2 (6 p)

Antag att man på elmarknaden i Land har perfekt konkurrens, alla aktörer har perfekt information, samt att det inte finns några nät- eller effektbegränsningar. Vattenmagasinen i Land har emellertid en maximal lagringskapacitet på 50 TWh. Den rörliga produktionskostnaden i vattenkraften är försumbar. Den 1 januari innehåller vattenmagasinen totalt 40 TWh och enligt långtidsprognoserna för elmarknaden (vilka som sagt var antas vara felfria) ska magasinen innehålla 35 TWh den 31 december. Tillrinningen och övriga data för elmarknaden i Land ges i tabell 1 nedan. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära inom de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

**Tabell 1** Data för elmarknaden i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh]		Rörlig produktionskostnad [ $\varnothing$ /MWh]
	1 januari till 30 juni	1 juli till 31 december	
Kärnkraft	32	28	100–120
Kolkondens	20	20	300–500
Gasturbiner	5	5	800–1 000
Tillrinning i vattenkraftmagasinen [TWh]	50	20	
Elförbrukning [TWh]	80	75	

- a) (2 p)** Vilket elpris skulle man få på elmarknaden i Land om det *inte* fanns någon magasinbegränsning, d.v.s. om vattenmagasinen hade oändlig lagringskapacitet?
- b) (2 p)** Hur mycket skulle vattenmagasinen innehålla natten mellan 30 juni och 1 juli vid midnatt om det *inte* fanns någon magasinbegränsning, d.v.s. om vattenmagasinen hade oändlig lagringskapacitet?
- c) (1 p)** Vilket elpris får man mellan 1 januari och 30 juni om man tar hänsyn till magasinbegränsningen?
- d) (1 p)** Vilket elpris får man mellan 1 juli och 31 december om man tar hänsyn till magasinbegränsningen?

### Uppgift 3 (6 p)

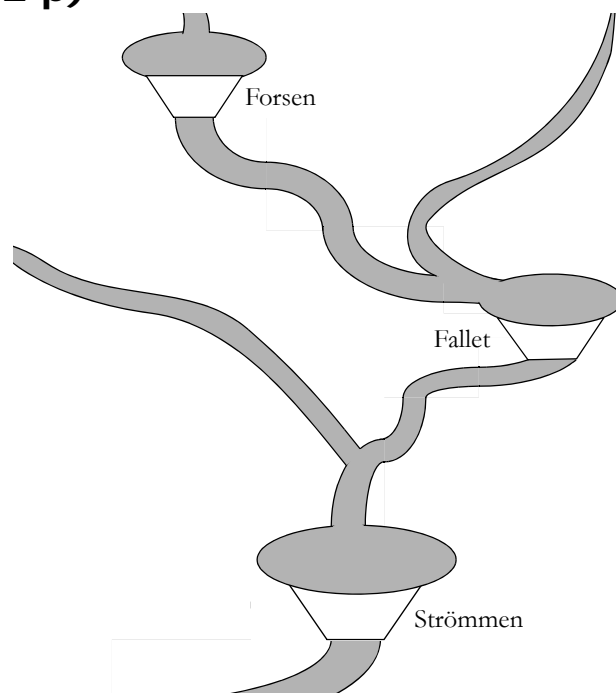
Betrakta ett elsystem där primärregleringen är uppdelad i en normaldriftreserv och en störningsreserv. Normaldriftreserven har reglerstyrkan 6 000 MW/Hz och är till för att hantera normala variationer i t.ex. last och vindkraftproduktion. Störningsreserven har reglerstyrkan 2 000 MW/Hz och är till för att hantera bortfall i större kraftverk. Normaldriftreserven är tillgänglig i frekvensintervallet 49,9–50,1 Hz och störningsreserven är tillgänglig i frekvensintervallet 49,5–49,9 Hz.

**a) (2 p)** Klockan 11:02 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 50,01 Hz. Vid detta tillfälle slår ett blixtnedslag i ett ställverk ut 300 MW elproduktion. De berörda kraftverken deltog inte i primärregleringen. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?

**b) (2 p)** Klockan 11:06 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 49,95 Hz. Vid detta tillfälle slår ett blixtnedslag i ett ställverk ut 1 020 MW elproduktion. De berörda kraftverken deltog inte i primärregleringen. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?

**c) (2 p)** Klockan 11:08 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 49,86 Hz. Vid detta tillfälle slår ett blixtnedslag i ett ställverk ut regionnätet i Stad, vilket innebär att 980 MW last kopplas bort. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?

## Uppgift 4 (12 p)



AB Vattenkraft äger tre vattenkraftverk lokaliserade som i figuren ovan. I ett korttidsplaneringsproblem för dessa kraftverk har man infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Forsen 1, Fallet 2, Strömmen 3.

- $\gamma_i$  = förväntad framtida produktionsekvivalent för vatten lagrat i magasin  $i$ ,  
 $i = 1, 2, 3$ ,
- $D_t$  = avtalad last timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $\lambda_t$  = förväntat elpris timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $\lambda_{25}$  = förväntat elpris efter planeringsperiodens slut,
- $M_{i,0}$  = innehåll i magasin  $i$  vid planeringsperiodens början,  $i = 1, 2, 3$ ,
- $M_{i,t}$  = innehåll i magasin  $i$  vid slutet av timme  $t$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $\bar{M}_i$  = maximalt innehåll i magasin  $i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,
- $\mu_{i,j}$  = marginell produktionsekvivalent för kraftverk  $i$ , segment  $j$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $j = 1, 2$ ,
- $p_t$  = köp från ElKräng timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $Q_{i,j,t}$  = tappning i kraftverk  $i$ , segment  $j$ , under timme  $t$ ,  
 $i = 1, 2, 3$ ,  $j = 1, 2$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $\bar{Q}_{i,j}$  = maximal tappning i kraftverk  $i$ , segment  $j$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $j = 1, 2$ ,
- $r_t$  = försäljning till ElKräng timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $S_{i,t}$  = spill från magasin  $i$  under timme  $t$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $\bar{S}_i$  = maximalt spill från magasin  $i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,
- $W_t$  = förväntad vindkraftproduktion timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ .

**a) (4 p)** AB Vattenkraft säljer el till kunder med fastkraftavtal, men bolaget har också möjlighet att handla på den lokala börsen ElKräng. Formulera målfunktionen i bolagets planeringsproblem om syftet med planeringen är att maximera intäkterna från el såld på ElKräng plus värdet av sparad vatten minus kostnaden för el köpt från ElKräng. Använd beteckningarna ovan.

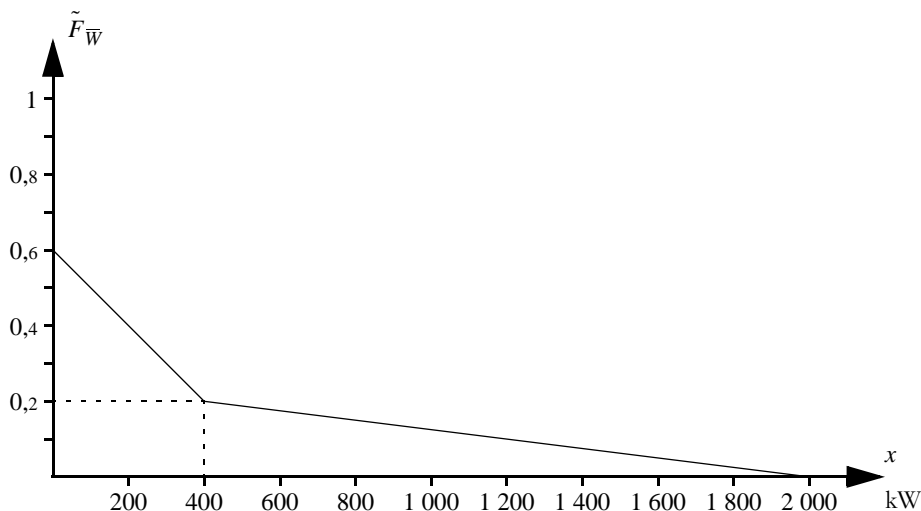
**b) (4 p)** Antag att AB Vattenkraft dels säljer el till kunder med fastkraftavtal och dels handlar man på den lokala elbörsen, ElKräng, där man har möjlighet att både köpa och sälja el. Formulera lastbalansbivillkoret i bolagets korttidsplaneringsproblem. Använd beteckningarna ovan.

**c) (3 p)** Formulera gränserna för de optimeringsvariabler i AB Vattenkrafts korttidsplaneringsproblem som definierats ovan. För att få full poäng på denna uppgift måste du även ange tillåtna indexvärden för varje gräns!

**d) (1 p)** Det termiska kraftverket Flisinge eldas med bibränsle som kostar 600  $\text{kr}$ /ton. Bränslets värmeinhåll är 5 MWh/ton och kraftverket har en verkningsgrad på 40%. Hur stor är den rörliga produktionskostnaden i Flisinge?

## Uppgift 5 (12 p)

Mjiregionen är inte ansluten till det nationella elnätet i Nchi, utan man har ett regionalt 33-kV transmissionsnät som omfattar tätorterna Mji och Kijiji, samt ett antal mindre byar. Det regionala nätet försörjs av sju dieselgeneratorer i Mji, samt en vindkraftpark och ytterligare två dieselgeneratorer i Kijiji. Dieselgeneratorerna i Mji har vardera en kapacitet på 500 kW, 90% tillgänglighet samt en rörlig produktionskostnad på 10  $\text{kr}$ /kWh. Dieselgeneratorerna i Kijiji har vardera en kapacitet på 250 kW, 85% tillgänglighet samt en rörlig produktionskostnad på 10  $\text{kr}$ /kWh. Vindkraftparken i Kijiji har en total installerad effekt på 2 MW och den rörliga produktionskostnaden är försumbar. Varaktighetskurvan för den tillgängliga produktionskapaciteten i vindkraftparken,  $\tilde{F}_{\bar{W}}(x)$ , visas i figuren nedan. I tabell 2 visas några delresultat då man genomför en stokastisk produktionskostnadssimulering av elsystemet i Mjiregionen.



**a) (2 p)** Hur stor är den förväntade tillgängliga produktionskapaciteten (d.v.s.  $E[\bar{W}]$ ) i vindkraftparken?

**b) (2 p)** Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den *sammanlagda* förväntade elproduktionen per timme i de nio dieselgeneratorerna.

**c) (1 p)** Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den förväntade totala driftkostnaden per timme i Mjiregionen.

**d) (2 p)** Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna risken för effektbrist i Mjiregionen.

**Tabell 2** Resultat från en stokastisk produktionskostnadssimulering av elsystemet i Mjiregionen.

	$x = 0$	$x = 2\ 000$	$x = 3\ 000$	$x = 4\ 000$	$x = 5\ 000$	$x = 6\ 000$	$x = 7\ 000$	$x = 8\ 000$	$x = 9\ 000$
$F_0(x)$	1,000	1,000	0,200	0,100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
$\int_x^\infty \tilde{F}_0(\xi) d\xi$	2 800,0	800,0	200,0	50,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
$F_1(x)$	1,000	1,000	0,950	0,788	0,168	0,074	0,000	0,000	0,000
$\int_x^\infty \tilde{F}_1(\xi) d\xi$	4 480,0	2 480,0	1 496,7	606,2	153,6	33,5	0,0	0,0	0,0
$F_8(x)$	1,000	1,000	0,971	0,854	0,366	0,113	0,024	0,001	0,000
$\int_x^\infty \tilde{F}_8(\xi) d\xi$	4 830,0	2 830,0	1 838,7	912,7	288,0	74,1	9,1	0,3	0,0
$F_{10}(x)$	1,000	1,000	0,976	0,868	0,405	0,125	0,030	0,002	0,000
$\int_x^\infty \tilde{F}_{10}(\xi) d\xi$	4 905,0	2 905,0	1 912,2	979,0	321,0	84,2	11,7	0,4	0,0

**e) (3 p)** Antag att man önskar simulera Mjiregionen med en detaljerad modell, som t.ex. beaktar transmissionsförlusterna samt de tekniska detaljerna i de scenarier då man kör elsystemet med en hög andel vindkraft och att man därför använder Monte Carlo-teknik. Simuleringen genomförs med hjälp av kontrollvariabelmetoden. Den förenklade modellen som används för att generera kontrollvariabler motsvarar den modell som används i stokastisk produktionskostnadssimulering. I Monte Carlo-simuleringen genererar man 10 000 scenarier. I 1 216 av dessa uppstår effektbrist både i den detaljerade och den förenklade modellen. I 340 scenarier uppstår effektbrist endast i den detaljerade modellen. Vilken skattning av *LOLP* får man från denna simulering?

**f) (2 p)** Att en Monte Carlo-simulering är effektiv betyder att det är hög sannolikhet att man får en skattning som ligger nära det korrekta väntevärdet. Ett sätt att öka effektiviteten i en Monte Carlo-simulering är att använda stratifierad sampling. Frågan är under vilka omständigheter som stratifierad sampling är effektivt: I) Stratifierad sampling är alltid mer effektivt än enkel sampling, II) Stratifierad sampling kan vara mer effektivt än enkel sampling, men det beror på hur man väljer stratum, III) Stratifierad sampling kan vara mer effektivt än enkel sampling, men det beror på hur man väljer att fördela antalet sampel per stratum.

1. Inget av påståendena är sant.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. II och III är sanna men inte I.



KTH Elektro-  
och systemteknik

## Svarsblad

Namn: .....

Personnummer: .....

### Uppgift 1

a) Alternativ ..... är korrekt.

b) Alternativ ..... är korrekt.

c) Alternativ ..... är korrekt.

### Uppgift 2

a) .....  $\varnothing$ /MWh    b) ..... TWh

c) .....  $\varnothing$ /MWh    d) .....  $\varnothing$ /MWh

### Uppgift 3

a) ..... Hz                      b) ..... Hz

c) ..... Hz

### Uppgift 4

a) .....

b) .....

c) .....

.....

.....

d) .....  $\varnothing$ /MWh

### Uppgift 5

a) ..... kW                      b) ..... kWh/h

c) .....  $\varnothing$ /h                      d) ..... %

e) ..... %

f) Alternativ ..... är korrekt.



### Uppgift 1

- a) 2, b) 3, c) 2.

### Uppgift 2

- a) Den totala lasten i Land under året är 155 TWh. Tillrinnningen och startinnehållet i vattenmagasinen uppgår tillsammans till 110 TWh, men eftersom man ska spara 35 TWh till nästa år kan vattenkraften endast producera 75 TWh. Kärnkraften kan bidra med 60 TWh, vilket inte är tillräckligt. De sista 20 TWh måste komma från kolkondensen, vilket betyder att man utnyttjar hälften av kolkondenskapaciteten. Priset måste därför vara 400 €/MWh.
- b) Under första halvåret produceras 32 TWh kärnkraft och 10 TWh kolkondens, vilket betyder att vattenkraften ska producera 38 TWh, samtidigt som tillrinnningen är 50 TWh. Således fylls magasinerna på med 12 TWh under denna period. Eftersom magasinet från början innehöll 40 TWh skulle det då innehålla 52 TWh i slutet av perioden.
- c) Från a-uppgiften kan vi dra slutsatsen att vattenmagasinen kommer att vara helt fyllda den 30 juni. För att man ska slippa spilla vatten kommer vattenkraften att producera totalt 40 TWh mellan 1 januari och 30 juni. Kärnkraften bidrar med 32 TWh, vilket innebär att kolkondensen måste producera 8 TWh under samma period. Detta innebär att man utnyttjar 40% av kolkondenskapaciteten och därmed måste elpriset vara 380 €/MWh.
- d) Under perioden 1 juli till 31 december har vattenkraften tillgång till 50 TWh (sparat vatten från föregående halvår) + 20 TWh (tillrinning) = 35 TWh (vatten som sparas till nästa år) = 35 TWh. Kärnkraften bidrar med 28 TWh, vilket innebär att kolkondensen måste producera 12 TWh under samma period. Detta innebär att man utnyttjar 60% av kolkondenskapaciteten och därmed måste elpriset vara 420 €/MWh.

### Uppgift 3

- a) Den minskade elproduktionen leder till en frekvensminskning  $\Delta f = \Delta G/R = 300/6\,000 = 0,05$  Hz, d.v.s. den nya frekvensen blir 50,01 - 0,05 = 49,96 Hz.
- b) Då frekvensen är 49,95 Hz kan normaldrifreserven öka elproduktionen med  $0,05 \cdot 6\,000 = 300$  MW. Frekvensen har då minskat till 49,9 Hz. Resterande 720 MW produktionsökning tas om hand av störningsreserven vilket leder till en frekvensminskning  $\Delta f = \Delta G/R = 720/2\,000 = 0,36$  Hz, d.v.s. den nya frekvensen blir 49,9 - 0,36 = 49,54 Hz.
- c) Då frekvensen är 49,86 Hz kan störningsreserven minska elproduktionen med  $0,04 \cdot 2\,000 = 80$  MW. Frekvensen har då ökat till 49,9 Hz. Resterande 800 MW produktionsminskning tas om hand av normaldrifreserven, vilket leder till en frekvensökning  $\Delta f = \Delta G/R = 900/6\,000 = 0,15$  Hz, d.v.s. den nya frekvensen blir 49,9 + 0,15 = 50,05 Hz.

### Uppgift 4

$$a) \text{maximera } \sum_{t=1}^{24} \lambda_t(r_t - p_t) + \lambda_{25}((\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)M_{1,24} + (\gamma_2 + \gamma_3)M_{2,24} + \gamma_3 M_{3,24}).$$

$$b) \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} + W_t + P_t = D_t + r_t.$$

$$c) 0 \leq M_{i,t} \leq \bar{M}_{i,t} \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq P_t \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq Q_{i,j,t} \leq \bar{Q}_{i,j} \quad i = 1, 2, 3, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq r_t \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq S_{i,t} \leq \bar{S}_{i,t} \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$

- d) Ett ton bränsle ger  $0,4 \cdot 5 = 2$  MWh och kostar 600 €, vilket innebär att den rörliga produktionskostnaden är  $600/2 = 300$  €/MWh.

### Uppgift 5

- a) Den förväntade tillgängliga produktionskapaciteten i vindkraftparken beräknas enklast direkt ur varaktighetskurvan  $F_{\bar{W}}(x)$ :

$$E[\bar{W}] = \int_0^{\infty} \bar{F}_{\bar{W}}(x) dx = 400 \cdot (0,6 + 0,2)/2 + 1\,600 \cdot 0,2/2 = 320 \text{ kW}.$$

En alternativ lösning är att konstatera att den installerade effekten inte överskrider den lägsta lasten (vilket man kan se eftersom  $F_0(2\,000) = 1$ ) så kommer all tillgänglig vindkraftproduktion att utnyttjas. Således är förväntad tillgänglig produktionskapacitet lika med förväntad elproduktion för vindkraftparken och den senare kan beräknas med hjälp av stokastisk produktionskostnadsmodellering:

$$EG_1 = EENS_0 - EENS_1 = \int_0^{\infty} \bar{F}_0(x) dx - \int_0^{\infty} \bar{F}_1(x) dx = 2\,800,0 - 2\,480,0 = 320,0 \text{ kWh/h}.$$

- b) Den sammanlagda elproduktionen ges av

$$EG_{\text{diesel}} = EENS_1 - EENS_{10} = \int_0^{\infty} \bar{F}_1(x) dx - \int_0^{\infty} \bar{F}_{10}(x) dx = 2\,480,0 - 84,2 = 2\,395,8 \text{ kWh/h}.$$

- c) Den förväntade totala driftkostnaden ges av

$$ETOC = 10EG_{\text{diesel}} = 10 \cdot 2\,395,8 = 23\,958 \text{ €}.$$

- d) Risken för effektbrist ges av

$$LOLP = \bar{F}_{10}(6\,000) = 12,5\%.$$

$$e) m_{L\tilde{O}O} = \eta_{L\tilde{O}O} - L\tilde{O}O + \mu_{L\tilde{O}O} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (l\tilde{o}l_i - l\tilde{o}l_i) + 0,125 = \frac{1}{10\,000} 340 + 0,125 = 15,9\%$$

f) 5.