

SF1664 Tillämpad envariabelanalys med numeriska metoder
Tentamen 2 den 5 juni 2013 kl 8-13

Examinator: Lars Filipsson

Hjälpmedel: Inga

DEL A: Lösningarna bedöms som godkända eller underkända. DEL B: Lösningarna bedöms med maximalt 4 poäng vardera. För godkänt betyg på denna tentamen krävs minst 6 poäng totalt på DEL B samt godkänt på samtliga uppgifter på DEL A.

För godkänt eller full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa, att alla införda beteckningar förklaras och att den logiska strukturen förklaras i ord eller symboler.

Godkänd kontrollskrivning ger 4 poäng på uppgift 5 som då inte behöver lösas. Godkänd läsrapport ger godkänt på uppgift 1 som då inte behöver lösas.

DEL A

1. Förklara sambandet mellan derivata och integral (analysens huvudsats).

2. Beräkna integralen $\int_0^2 \frac{x}{1 + (\frac{x}{2})^4} dx$ på två olika sätt:

A. Exakt med hjälp av substitutionen $t = (x/2)^2$.

B. Approximativt med hjälp av trapetsregeln och steglängden 2.

3. Betrakta differentialekvationen $y'(t) + \frac{y(t)}{2} = 2$ med initialvillkoret $y(0) = 2$. Om $y(t)$ löser differentialekvationen och uppfyller initialvillkoret, beräkna $y(1/2)$ på två sätt:

A. Exakt genom att lösa differentialekvationen analytiskt.

B. Approximativt med hjälp av Eulers metod och steglängden $1/2$.

4. Beräkna ett närmevärde till $\sqrt{104}$ med hjälp av andra gradens Maclaurinpolynom till funktionen $f(x) = \sqrt{100 + x}$. Avgör om ditt närmevärde har ett fel som till beloppet är mindre än 0,001.

DEL B

5. Beräkna nedanstående integraler.

A. $\int_2^e \frac{dx}{x \ln x}$

B. $\int_2^e x \ln x \, dx$

6. En tråd är spänd mellan punkterna 0 och 2 på x -axeln (graderad i meter). Trådens densitet varierar så att densiteten i punkten x ges av $\rho(x) = 1 + \frac{x^2}{9}$ gram per meter. Beräkna trådens massa.

7. Beräkna volymen av den rotationskropp K som genereras då området mellan x -axeln och kurvan $y = \sin x$ på intervallet $0 \leq x \leq \pi$ roteras

A. ett varv runt x -axeln.

B. ett varv runt y -axeln.

8. Låt $f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1}{x}$. Bestäm värdemängden till f .
