REGLERTEKNIK

KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2013–05–31, kl. 8.00–13.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande)
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig lärare: Bo Wahlberg, 08–790 7242

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2013-06-21.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!

---

1. (a) Antag att ett systems överföringsfunktion ges av

$$G(s) = \frac{3}{s+4}.$$

(i) Bestäm systemets enhetsstegsvar, d.v.s. utsignalen $y(t)$ då insignalen är

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

och systemet är i vila vid $t = 0$.

(2p)

(ii) Bestäm systemets utsignal $y(t)$ i stationäritet då insignalen är

$$u(t) = \sin(2t).$$

(2p)

(iii) Ange en differentialekvation vars överföringsfunktion är $G(s)$.

(2p)

(b) Ett första ordningens system ges av

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -2x(t) + 4u(t) \\ y(t) &= x(t) + u(t). \end{aligned}$$

Antag att systemet ska styras med en P-regulator $u(t) = K(r(t) - y(t))$, med en konstant $K > 0$.

(i) För vilket K hamnar det slutna systemets pol i -4?

(2p)

(ii) Skissa det slutna systemets rotort för $K > 0$. (2p)

Figur 1: Ett friläggningsdiagram av bilen i uppgift 2 med de modellerade krafterna inritade.

2. Bilen i figur 1 kan modelleras med differentialekvationen

$$m\ddot{z}(t) = u(t) - b\dot{z}(t) \tag{1}$$

där m är bilens massa, $z(t)$ dess position och $b > 0$ är en friktionskoefficient. Den applicerade kraften från motorn betecknas med $u(t)$.

(a) Ställ upp en valfri tillståndsmodell för bilens dynamik (1). Insignal ska vara den applicerade kraften $u(t)$ och utsignal $y(t)$ ska vara bilens position $z(t)$.

(2p)

(b) Vid ett visst val av tillståndsvariabler $x(t)$ och parametrar m och b fås tillståndsmodellen

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.05 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0.01 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t). \end{aligned} \tag{2}$$

Konstruera om möjligt en tillståndsåterkoppling $u(t) = -Lx(t) + l_0 r(t)$ som placerar det slutna systemets poler i $-1 \pm i$, och så att statiska förstärkningen från referensen $r(t)$ till utsignalen $y(t)$ är lika med 1.

(4p)

(c) Konstruera en observatör på formen

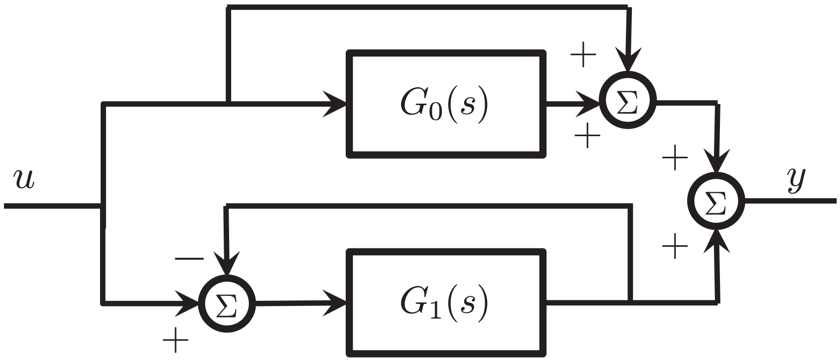
$$\frac{d}{dt}\hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t))$$

för systemet (2). Gör lämpliga val av A, B, C och välj K så att skattningsfelet uppfyller

$$\|x(t) - \hat{x}(t)\| \leq \kappa e^{-3t}\|x(0) - \hat{x}(0)\|,$$

för någon konstant κ.

(4p)



Figur 2: Blockschema till uppgift 3 (a).

3. (a) Två system med överföringsfunktionerna $G_0(s)$ och $G_1(s)$ är kopplade enligt blockschemat i figur 2. Överföringsfunktionerna ges av

$$G_0(s) = \frac{1}{s+4}, \qquad G_1(s) = \frac{2}{s+5}.$$

Bestäm överföringsfunktionen från u till y.

(4p)

(b) Bodediagrammet för överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{s^\alpha}{(s+\omega)^\beta}$$

återges i figur 3.

Bestäm konstanterna α, β och ω från data i figuren.

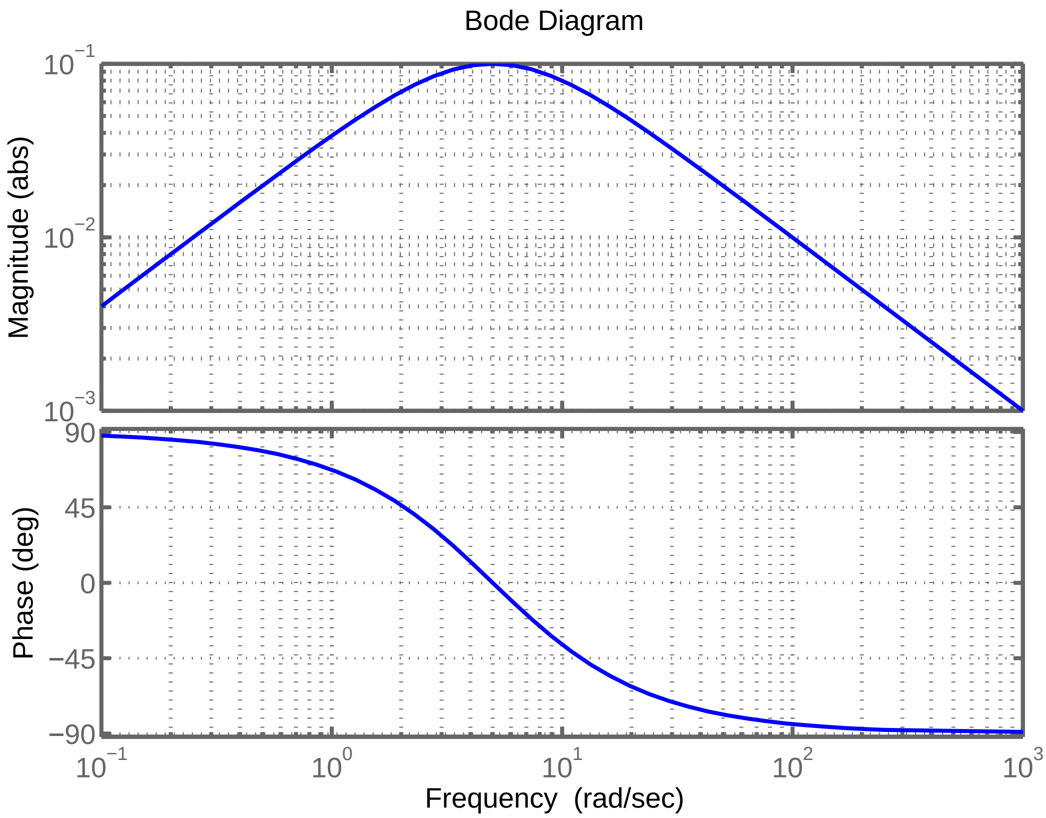
(3p)

(c) Använd Tustins formel för att tidsdiskretisera PI-regulatorn

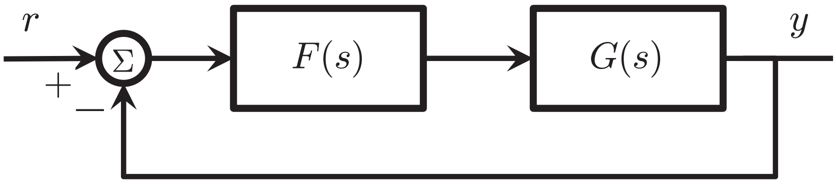
$$u(t) = 10e(t) + 2\int_0^t e(\tau)d\tau$$

med samplingsintervallet $T = 0.1$ s.

(3p)



Figur 3: Blockschema till uppgift 3 (b).



Figur 4: Blockschema till uppgift 4.

4. I denna uppgift ska vi studera det återkopplade systemet i figur 4. Processen som styrs innehåller en tidsfördröjning och kan modelleras med överföringsfunktionen

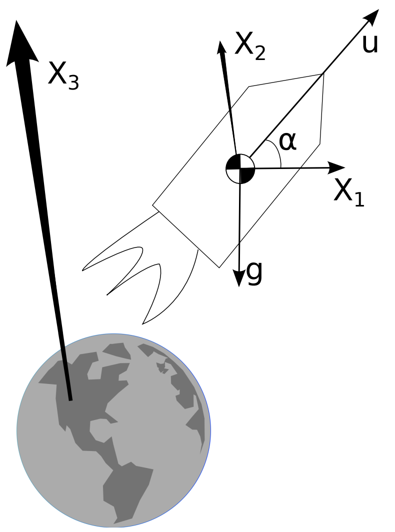
$$G(s) = \frac{4}{(s+1)(s+3)}e^{-0.5s}$$

Då $G(s)$ återkopplas med $F(s) = 1$ blir det slutna systemets bandbredd för låg, men dess översläng är liten nog. Ta därför fram en ny kompenseringslänk $F(s)$ som uppfyller följande krav:

- Det slutna systemets bandbredd ska bli (ungefär) dubbelt så stor som med $F(s) = 1$.

- Fasmarginalen hos kretsförstärkningen $F(s)G(s)$ med den nya kompenseringslänken $F(s)$ får som mest minska med $6°$ jämfört med då $F(s) = 1$.

(10p)



Figur 5: En trasig raket

5. Vi är intresserade av att undersöka en trasig raket. Regulatorn som styr raketens attitydvinkel, α, har hakat upp sig och fixerar $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Vi är intresserade av hur detta trasiga system beter sig. Dynamiken bestäms av

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -ax_1^2 + \cos(\alpha)bu \\ \dot{x}_2 &= -ax_2^2 + \sin(\alpha)bu - gm \\ \dot{x}_3 &= x_2 \\ y &= x_3 \end{aligned}$$

där x_1 betecknar raketens horisontella hastighet, x_2 den vertikala hastigheten, x_3 raketens höjd och u kraften från raketmotorn. Parametern a är en friktionskoefficient, m är raketens massa, g är gravitationskonstanten och b är en skalfaktor.

(a) Finn systemets stationära punkt och linjärisera systemet kring denna.

(8p)

(b) Kontrollera om systemet är styrbart och observerbart för parametrarna $a = 1$, $g = 9.82$, $m = \dfrac{\sqrt{3}}{4g}$ och $b = 2$.

(2p)