KTH Elektro-
och systemteknik

Tentamen i EG2050 Systemplanering, 13 juni 2012, 8:00–13:00, V34, V35

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven**, **enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia). Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (2 p) En balansansvarig aktör har det ekonomiska ansvaret för att systemet under en viss handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som ens kunder förbrukar. I praktiken hanteras detta ansvar genom att I) Den balansansvarige är skyldig att köpa finansiella derivat på förhandsmarknaden, II) Den balansansvarige är skyldig att köpa och sälja reglerkraft på realtidsmarknaden, III) Den balansansvarige är skyldig att köpa och sälja balanskraft på efterhandsmarknaden.

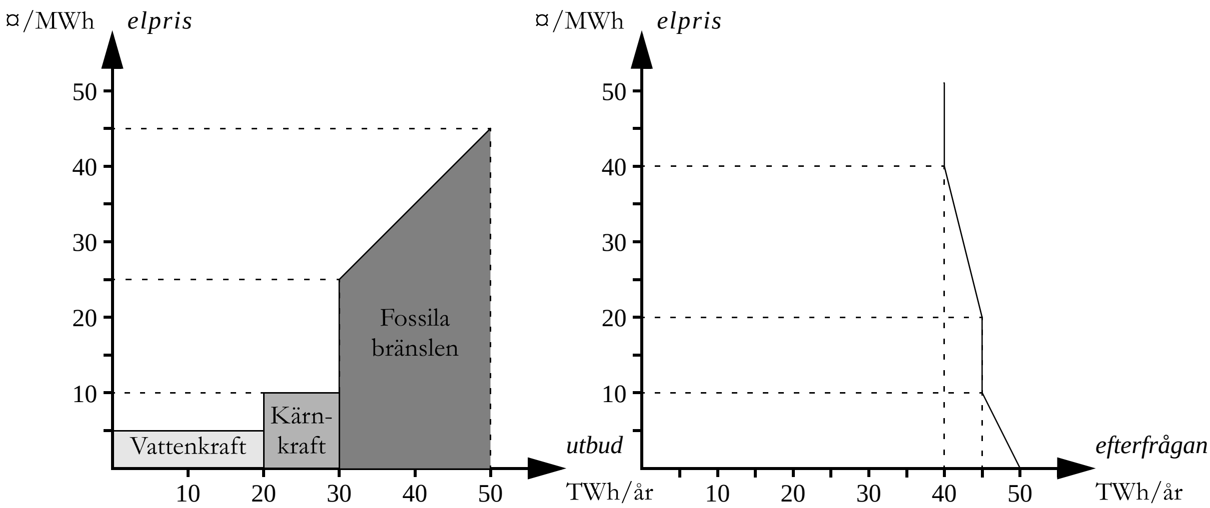
1. Endast I är sant.
2. Endast II är sant.
3. Endast III är sant.
4. I och II är sanna men inte III.
5. II och III är sanna men inte I.

b) (2 p) Med förhandshandeln avser vi all handel som sker före själva leveranstimmen (eller någon annan handelsperiod). På förhandsmarknaden kan man handla med följande typer av kontrakt: I) Självbetjäningskontrakt, d.v.s. då kunden abonnerar på en viss maximal effekt och under kontraktets giltighetstid får köpa valfri mängd energi per handelsperiod, så länge den maximala effekten inte överskrids, II) Fastkraft, d.v.s. då en säljaren förbinder sig att leverera en viss mängd energi i varje handelsperiod under kontraktets giltighetstid, III) Reglerkraft, d.v.s. då en aktör på begäran av systemoperatören tillför systemet mer effekt (uppreglering) eller då en aktör på begäran av systemoperatören tar ut mer effekt från systemet (nedreglering).

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och II är sanna men inte III.

Uppgift 2 (6 p)

a) (3 p) Figurerna nedan visar utbuds- respektive efterfrågekurvorna för en viss elmarknad. Vilket elpris får man om man antar att det råder perfekt konkurrens, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar?



b) (2 p) Vilket pris skulle man få på elmarknaden i a-uppgiften om det dessutom fanns 2 TWh vindkraft tillgängligt per år?

c) (1 p) Antag att AB Vattenkraft är ägare till ett vattenkraftverk och att det inte finns några andra vattenkraftverk i samma älv. Den elmarknad som AB Vattenkraft är verksam på har perfekt konkurrens, perfekt information och inga nätbegränsningar. Den installerade effekten i AB Vattenkrafts kraftverk är 1 000 MW och magasinet kan totalt lagra motsvarande 10 000 MWh. Under timmen 10-11 producerar AB Vattenkraft 800 MWh. Klockan 11 är vattenmagasinet helt tomt. Vad kan man säga om elpriset på denna elmarknad?

1. Elpriset timme 10-11 kan inte vara lägre än elpriset timme 11-12.
2. Elpriset timme 10-11 kan inte vara högre än elpriset timme 11-12..
3. Det finns ingen koppling alls mellan elpriserna under de två timmarna.

Uppgift 3 (6 p)

Betrakta ett elsystem indelat i fyra areor. Data för primärregleringen i systemet framgår av tabell 1. Data för transmissionsförbindelserna mellan areorna framgår av tabell 2. Varje förbindelse är försedd med ett skyddssystem som efter en kort tidsfördröjning automatiskt kopplar bort förbindelsen om flödet skulle överskrida den maximala kapaciteten. Effektflödena på HVDC-förbindelsen påverkas inte av frekvensen i systemet, utan kan bara kontrolleras manuellt.

Tabell 1 Data för primärregleringen.

Area	Reglerstyrka (tillgänglig mellan 49,0 och 51,0 Hz) [MW/Hz]
A	3 000
B	3 000
C	1 000
D	1 000

Tabell 2 Data för transmissionsförbindelserna.

Förbindelse	Typ	Nuvarande transmission (kl. 10:15) [MW]	Maximal kapacitet [MW]
A ↔ B	Växelström	1 000 MW från A till B	2 000
A ↔ C	Växelström	600 MW från A till C	1 000
B ↔ D	Växelström	1 000 MW från B till D	1 500
C ↔ D	Likström (HVDC)	500 MW från C till D	600

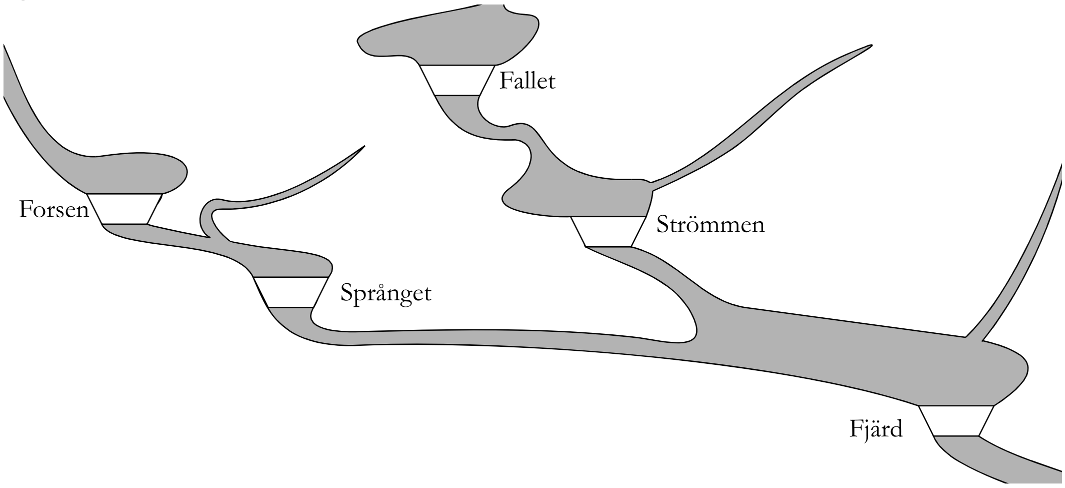
a) (1 p) Klockan 10:00 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet, inga transmissionsförbindelser är överbelastade och frekvensen i area A är lika med 49,94 Hz. Vilken frekvens har man i area D vid detta tillfälle?

b) (2 p) Klockan 10:15 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen i area A är exakt lika med 50 Hz. Vid detta tillfälle förlorar man 1 200 MW produktion i area B och strax därefter kopplas ytterligare 1 000 MW produktion bort i area B. Hur stor blir överföringen från area A till area B efter att primärregleringen stabiliserat frekvensen i systemet efter dessa två händelser? (Svara 0 MW om förbindelsen kopplas bort p.g.a. överbelastning.)

c) (1 p) Vilken frekvens får man i area A då primärregleringen stabiliserat frekvensen i systemet efter händelserna i b-uppgiften?

d) (2 p) Vilken frekvens får man i area B då primärregleringen stabiliserat frekvensen i systemet efter händelserna i b-uppgiften?

Uppgift 4 (12 p)



AB Vattenkraft äger fem vattenkraftverk lokaliserade som i figuren ovan. I ett korttidsplaneringsproblem för dessa kraftverk har man infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Forsen 1, Språnget 2, Fallet 3, Strömmen 4, Fjärd 5.

γ_i = förväntad framtida produktionsekvivalent för vatten lagrat i magasin i, $i = 1, \ldots, 5$,
λ_t = förväntat elpris timme t, $t = 1, \ldots, 24$,
λ_{25} = förväntat elpris efter planeringsperiodens slut,
$M_{i,0}$ = innehåll i magasin i vid planeringsperiodens början, $i = 1, \ldots, 5$,
$M_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme t, $i = 1, \ldots, 5$, $t = 1, \ldots, 24$,
$\overline{M}_i$ = maximalt innehåll i magasin i, $i = 1, \ldots, 5$,
$\mu_{i,j}$ = marginell produktionsekvivalent för kraftverk i, segment j, $i = 1, \ldots, 5$, $j = 1, 2$.
$Q_{i,j,t}$ = tappning i kraftverk i, segment j, under timme t, $i = 1, \ldots, 5$, $j = 1, 2$, $t = 1, \ldots, 24$,
$\overline{Q}_{i,j}$ = maximal tappning i kraftverk i, segment j, $i = 1, \ldots, 5$, $j = 1, 2$,
$S_{i,t}$ = spill från magasin i under timme t, $i = 1, \ldots, 5$, $t = 1, \ldots, 24$,
$\overline{S}_i$ = maximalt spill från magasin i, $i = 1, \ldots, 5$,
$V_{i,t}$ = lokal tillrinning till magasin i under timme t, $i = 1, \ldots, 5$, $t = 1, \ldots, 24$.

a) (4 p) Den bästa verkningsgraden i vattenkraftverket Forsen erhålls vid tappningen 120 m^3/s och elproduktionen är då 48 MW. Den maximala tappningen i Forsen är 200 m^3/s och då är den relativa verkningsgraden 95%. Antag att man vill ta fram en styckvis linjär modell av elproduktionen som funktion av tappningen i Forsen. Modellen ska ha två segment och brytpunkten läggs vid bästa verkningsgrad. Beräkna följande parametrar:

$\mu_{1,j}$ = marginell produktionsekvivalent i Forsen, segment j,
$\overline{Q}_{1,j}$ = maximal tappning i Forsen, segment j.

b) (5 p) Formulera målfunktionsvärdet om syftet med planeringsproblemet är att maximera intäkterna från vattenkraftproduktionen plus värdet av sparat vatten. Använd beteckningarna ovan.

c) (2 p) Det termiska kraftverket Flisinge eldas med biobränsle. Bränslet kostar 260 ¤/m^3 och har en densitet på 400 kg/m^3. Bränslets värmeinnehåll är 5 MWh/ton och kraftverket har en verkningsgrad på 40%. Hur stor är den rörliga produktionskostnaden i Flisinge?

d) (1 p) I ett korttidsplaneringsproblem för ett termiskt kraftverk har man infört följande variabler och parametrar:

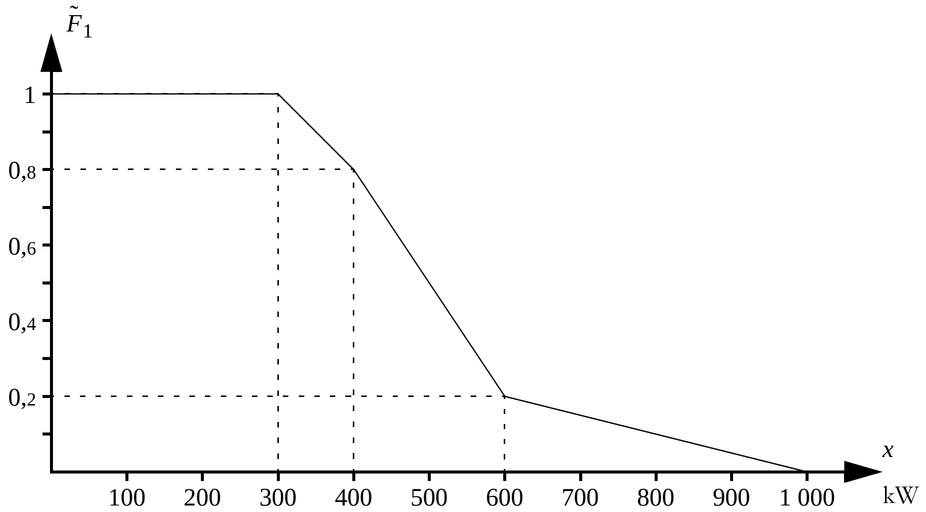
$\underline{G}$ = undre gräns för elproduktionen i kraftverket då det är i drift,
G_t = elproduktion i kraftverket under timme t,
u_t = driftstatus i kraftverket under timme t (1 om kraftverket är i drift under timme t, annars 0).

Hur formuleras det linjära bivillkor som reglerar sambandet mellan $\underline{G}$, G_t och u_t för timme t?

1. $G_t - \underline{G} \cdot u_t \leq 0.$
2. $G_t - \underline{G} \cdot u_t = 0.$
3. $G_t - \underline{G} \cdot u_t \geq 0.$

Uppgift 5 (12 p)

Ekibuga är en stad i Östafrika. Staden är inte ansluten till något nationellt elnät, utan man har ett eget lokalt system som försörjs av ett vattenkraftverk. Vattenkraftverket saknar magasin, men vattenflödet är alltid tillräckligt stort för att man ska kunna producera installerad effekt (900 kW) och risken för driftstopp i kraftverket är försumbar.



a) (3 p) Hur stor är den förväntade elproduktionen i vattenkraftverket?

b) (3 p) Antag att man förutom vattenkraftverket också har ett vindkraftverk i Ekibuga. En modell av den tillgängliga vindkraftkapaciteten anges i tabell 3. Vad har detta system för *LOLP*?

Tips: Faltningsekvationen för en flertillståndsmodell ser ut så här:

$$\tilde{F}_g(x) = \sum_{i=1}^{N_g} p_{g,i} \tilde{F}_{g-1}(x - x_{g,i}).$$

c) (2 p) Använd den inversa transformmetoden för att slumpa fram ett värde på lasten, *D*. Utgå från slumptalet 0,15 från en *U*(0,1)-fördelning. Beräkna även motsvarande slumptalskomplement, *D**.

Tabell 3 Modell av vindkraftverket i uppgift 5b.

Tillgänglig produktionskapacitet [kW]	Sannolikhet [%]
0	40
50	40
100	20

d) (3 p) I en Monte Carlo-simulering av Ekibuga har man använt en lite mer avancerad modell av vindkraftparken än den som ges i tabell 3. Dessutom har man tagit hänsyn till transmissionsförlusterna i elsystemet. Resultatet av 1 000 studerade scenarier är sammanställt i tabell 4. Vilken skattning av *LOLP* får man utifrån dessa resultat?

Tabell 4 Resultat från en Monte Carlo-simulering av elsystemet i Ekibuga.

Stratum, h	Stratumvikt, ω_h	Antal scenarier, n_h	Resultat, $\sum_{i=1}^{n_h} x_{i,h}$, (där $x_{i,h}$ är det observerade värdet på *LOLO* i scenario i, stratum h)
1	0,85	50	0
2	0,06	900	150
3	0,09	50	50

e) (1 p) Man önskar skatta väntevärdet $E[X]$ med hjälp av kontrollvariabelmetoden. Låt x_i beteckna den i:te observationen av X och låt z_i beteckna den i:te observationen av kontrollvariabeln, Z. Totalt har man gjort n observationer. Hur beräknas skattningen m_X?

1. $m_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i + E[Z]$.
2. $m_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - z_i) + E[Z]$.
3. $m_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - z_i) - E[Z]$.

DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

Uppgift 6 (10 p)

Elmarknaden i Land är uppdelad i tre prisområden: Norr, Mitt och Syd. Data för elproduktion och elkonsumtion ges i tabell 5 och data för transmissionskapaciteten mellan prisområdena återfinns i tabell 6. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Elbolaget AB har beslutat att förbättra bolagets miljöprofil genom att investera i en riktigt stor vindkraftpark. Investeringskostnaden blir densamma oavsett var i Land vindkraftparken byggs. I norra Land är det emellertid möjligt att bygga parken i ett bättre vindläge; den årliga elproduktionen skulle då bli 0,6 TWh, vilket ska jämföras med 0,5 TWh om vindkraftparken byggs i något av de två andra prisområdena. Var ska Elbolaget AB bygga vindkraftparken för att få bästa möjliga avkastning på investeringen?

Tabell 5 Data för produktion och konsumtion på elmarknaden i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]			Rörlig kostnad [¤/MWh]
	Norr	Mitt	Syd	
Vattenkraft	60	10		5
Kärnkraft		30	30	80–120
Fossila bränslen	10	15	15	350–650
Elförbrukning	23	65,5	58,5	

Tabell 6 Data för transmission mellan prisområdena i Land.

Förbindelse	Kapacitet [TWh/år]
Norr ↔ Mitt	40
Mitt ↔ Syd	20

Uppgift 7 (10 p)

Elsystemet i Rike är uppdelat i två prisområden. I den norra delen av systemet finns stora mängder vattenkraft, men huvuddelen av lasten ligger i den södra delen. Mellan dessa två områden finns ett flertal parallella växelströmsledningar, samt en likströmsförbindelse. Primärregleringen i Rike är uppdelad i en normaldriftreserv och en störningsreserv. Normaldriftreserven är tillgänglig i frekvensintervallet 49,9–50,1 Hz och är på totalt 3 000 MW/Hz, varav 2 500 MW/Hz tillhandahålls av kraftverk i norra Rike. Störningsreserven är tillgänglig i frekvensintervallet 49,5–49,9 Hz och är på totalt 2 500 MW/Hz, varav 2 000 MW/Hz tillhandahålls av kraftverk i norra Rike.

Vid ett visst tillfälle är frekvensen i systemet 49,92 Hz och den sammanlagda överföringen från norra Rike till södra Rike är 3 100 MW. För att frigöra primärregleringsreserver har driftcentralen på Riksnät (som är systemoperatör i Rike) beslutat att avropa uppregleringsbud för att höja frekvensen. Dessutom vill man frigöra överföringskapacitet mellan norra och södra Rike. De uppregleringsbud som finns tillgängliga visas i tabell 7. Vilka bud ska Riksnät aktivera för att minimera kostnaden om målsättningen är att höja frekvensen i systemet till minst 50,0 Hz och sänka överföringen mellan norr och söder till högst 2 950 MW?

Tabell 7 Uppregleringsbud på reglermarknaden i Rike.

Bud	Effekt [MW]	Prisområde	Pris [¤/MWh]
1	40	Norr	400
2	50	Norr	410
3	100	Söder	415
4	50	Norr	425
5	50	Norr	450
6	40	Söder	500
7	80	Söder	520
8	50	Norr	550

Uppgift 8 (20 p)

På elbörsen ElKräng kan elmarknadens aktörer sälja och köpa el under varje timme det nästkommande dygnet. De två viktigaste typerna av bud är säljbud och köpbud. Ett säljbud gäller för en viss timme t, $t = 1, \ldots, 24$, och omfattar en viss maximal volym, $\bar{r}_{i,t}$, $i = 1, \ldots, N_t$,[1] $t = 1, \ldots, 24$, samt ett begärt pris, $\beta_{Ri,t}$, $i = 1, \ldots, N_t$, $t = 1, \ldots, 24$. Ett köpbud gäller för en viss timme t, $t = 1, \ldots, 24$, och omfattar en viss maximal volym, $\bar{p}_{j,t}$, $j = 1, \ldots, M_t$,[2] $t = 1, \ldots, 24$, samt ett värde av köpt el, $\beta_{Pj,t}$, $j = 1, \ldots, M_t$, $t = 1, \ldots, 24$. Notera att dessa bud inte behöver antas i sin helhet; den som lämnar ett säljbud på 100 MW kan alltså mycket väl bara få sälja 50 MW.

Bud till ElKräng måste lämnas in senast kl. 12:00. Därefter sammanställer ElKräng buden och avgör vilka bud som antas, samt vilka elpriser som gäller för varje timme (alla accepterade bud under en viss timme erhåller samma elpris). Detta görs genom att lösa ett optimeringsproblem, där målfunktionen är att maximera värdet av de antagna köpbudet minus det begärda priset för de antagna säljbuden.

a) (8 p) Formulera ElKrängs planeringsproblem som ett LP-problem. För parametrarna ska de beteckningar som införts ovan användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

b) (2 p) Givet lösningen till planeringsproblemet från a-uppgiften, hur ska ElKräng beräkna elpriset för varje timme?

c) (10 p) ElKräng planerar att även införa blockbud. Dessa bud kommer att vara en variant på säljbud som gäller för flera timmar i följd och som bara kan antas i sin helhet. Säljare kan välja mellan fem typer av blockbud, som omfattar olika tidsperioder (se tabell 8). Hur måste planeringsproblemet från a-uppgiften formuleras om för att man ska ta hänsyn till dessa blockbud? Glöm inte att definiera alla nya variabler och parametrar du inför!

Tips: Inför en binär variabel $u_{k,s}$, $k = 1, \ldots, L_s$,[3] $s = 1, \ldots, 5$, som är lika med ett om ett visst blockbud antas och lika med noll om budet förkastas.

Tabell 8 Olika typer av blockbud på ElKräng.

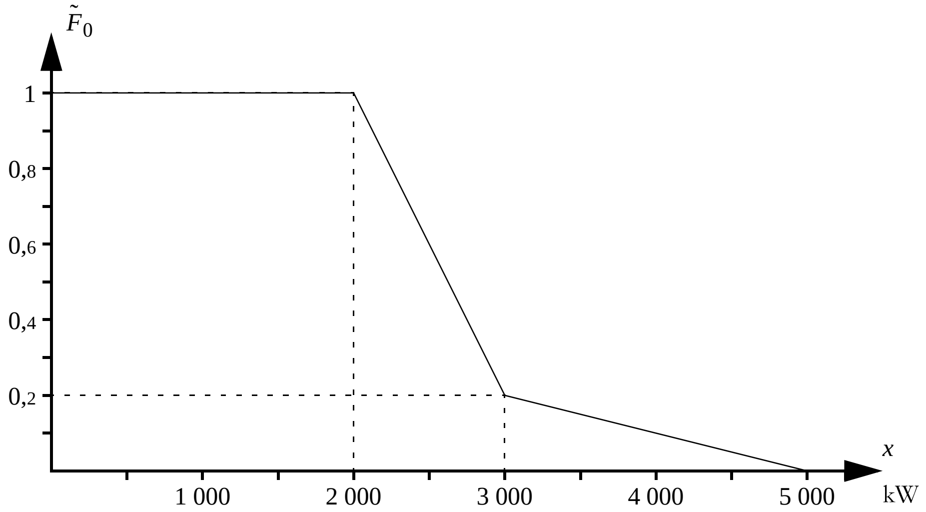
Typ, s	Timmar, t
1	1–24
2	1–6
3	7–12
4	13–18
5	19–24

1. Where N_t är antalet säljbud som inkommit för timme t.
2. Där M_t är antalet köpbud som inkommit för timme t.
3. Där L_s är antalet blockbud av typ s.

Uppgift 9 (20 p)

Mjiregionen är inte ansluten till det nationella elnätet i Nchi, utan man har ett regionalt 33 kV transmissionsnät som omfattar tätorterna Mji och Kijiji, samt ett antal mindre byar. Det regionala nätet försörjs av sju dieselgeneratorer i Mji, samt ytterligare två dieselgeneratorer i Kijiji. Dieselgeneratorerna i Mji har vardera en kapacitet på 500 kW, 90% tillgänglighet samt en rörlig produktionskostnad på 10 ¤/kWh. Dieselgeneratorerna i Kijiji är också på 500 kW och har samma rörliga produktionskostnad, men en något sämre tillgänglighet (85%).

a) (10 p) Figuren nedan visar varaktighetskurvan för den totala lasten i Mjiregionen. I tabell 9 redovisas de viktigaste punkterna från varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten då man lagt in först de sju dieselgeneratorerna i Mji och sedan de två dieselgeneratorerna i Kijiji.



Tabell 9 Delresultat från en stokastisk produktionskostnadssimulering av elsystemet i Mjiregionen.

x	$\tilde{F}_9(x)$	x	$\tilde{F}_9(x)$	x	$\tilde{F}_9(x)$
2 000	1,0000	4 000	0,1781	6 000	0,0041
2 500	0,8618	4 500	0,1046	6 500	0,0007
3 000	0,5672	5 000	0,0505	7 000	0,0001
3 500	0,3156	5 500	0,0173	7 500	0,0000

I närheten av Kijiji ligger Kijoto, där man skulle kunna bygga ett vattenkraftverk. En sådan investering skulle resultera i fasta kostnader på 60 M¤/år. Vattenkraftverket skulle få en kapacitet på 1 000 kW, 100% tillgänglighet och försumbar driftkostnad. Är det lönsamt att bygga vattenkraftverket om man enbart ser till systemets förväntade driftkostnad (d.v.s. försumma kostnaderna för bortkopplad last)?

b) (10 p) Elsystemet i Mjiregionen har relativt höga förluster och man överväger därför att förstärka vissa 33 kV-ledningar. För att analysera vilka förstärkningar som är värda att genomföra har man byggt upp en multi-areamodell. Denna modell används sedan för Monte Carlo-simuleringar av olika varianter av elsystemet (med och utan vattenkraftverket i Kijoto, med och utan förstärkta ledningar, o.s.v.). I dessa simuleringar önskar man använda stratifierad sampling. Med hjälp av ett stratumträd har man definierat följande tre stratum:

- *Stratum 1:* Alla scenarier där den totala lasten är lägre än tillgänglig total produktionskapacitet minus de maximala förlusterna i nätet ($D_{tot} \leq \bar{H} + \bar{G}_{tot} - \bar{L}$).
- *Stratum 2:* Alla scenarier där den totala lasten är lägre än tillgänglig total produktionskapacitet förutom de scenarier som ingår i stratum 1 ($\bar{H} + \bar{G}_{tot} - \bar{L} < D_{tot} \leq$

$\overline{H} + \overline{G}_{tot}$).

- *Stratum 3:* Alla scenarier där den totala lasten är högre än tillgänglig total produktionskapacitet ($\overline{H} + \overline{G}_{tot} < D_{tot}$).

För att denna stratifiering ska vara effektiv krävs emellertid att man har en rimlig uppskattning av de maximala förlusterna i nätet, $\overline{L}$. Tyvärr är det svårt att exakt beräkna denna storhet för ett system med sju areor och man väljer därför att slumpa fram några scenarier och utifrån dessa skatta $\overline{L}$. Därefter slumpar man fram ytterligare scenarier från varje stratum. Ett exempel på hur en sådan simulering kan se ut återfinns i tabell 10 och tabell 11. Vilken skattning av den förväntade totala driftkostnaden får man i denna Monte Carlo-simulering för vart och ett av de tre stratumen?[4]

Tips: De scenarier som användes för att skatta $\overline{L}$ kan även användas för att skatta förväntad driftkostnad!

Tabell 10 Scenarier för att skatta de maximala förlusterna i Mjiregionen.

Scenario	$\overline{H}$ [kW]	$\overline{G}_{tot}$ [kW]	D_{tot} [kW]	L [kW]	TOC [¤/h]
1	1 000	4 000	4 649	604	40 000
2	1 000	4 500	2 820	321	21 410
3	1 000	4 500	2 040	282	13 216
4	1 000	3 000	2 957	492	24 492
5	1 000	4 500	2 203	278	14 818
6	1 000	4 500	3 909	723	36 316
7	1 000	4 500	2 437	324	17 615
8	1 000	4 500	2 947	482	24 289

Tabell 11 Scenarier för att skatta den förväntade driftkostnaden i Mjiregionen.

Scenario	$\overline{H}$ [kW]	$\overline{G}_{tot}$ [kW]	D_{tot} [kW]	L [kW]	TOC [¤/h]
1	1 000	3 000	2 469	259	17 282
2	1 000	4 500	2 818	460	22 789
3	1 000	3 500	2 470	309	17 794
4	1 000	3 500	2 458	435	18 933
5	1 000	4 000	2 700	384	20 841
6	1 000	3 500	2 959	538	24 975
7	1 000	4 500	4 702	583	42 848
8	1 000	3 500	3 543	464	30 066
9	1 000	4 500	4 592	658	42 497
10	1 000	4 000	4 509	679	40 000
11	1 000	4 500	4 775	746	45 000
12	1 000	4 500	4 614	677	42 910
13	1 000	3 500	4 789	650	35 000
14	1 000	3 500	4 840	620	35 000
15	1 000	3 000	4 097	689	30 000
16	1 000	3 500	4 700	711	35 000
17	1 000	3 500	4 686	623	35 000
18	1 000	3 000	45 31	716	30 000

4. För att beräkna den slutliga förväntade driftkostnaden behöver man stratumvikten, men den beräkningen är för komplicerad för att rymmas i denna uppgift.

KTH Elektro-
och systemteknik

Svarsblad till del I

Namn: ....

Personnummer: ....

Uppgift 1

a) Alternativ .... är korrekt.

b) Alternativ .... är korrekt.

Uppgift 2

a) .... ¤/MWh **b)** .... ¤/MWh

c) Alternativ .... är korrekt.

Uppgift 3

a) .... Hz **b)** .... MW

c) .... Hz **d)** .... Hz

Uppgift 4

a) μ_1 .... MWh/TE μ_2 .... MWh/TE

$\overline{Q}_1$ .... TE $\overline{Q}_2$ .... TE

b) ....

....

c) .... ¤/MWh

d) Alternativ .... är korrekt.

Uppgift 5

a) .... kWh/h **b)** .... %

c) D .... kW D^* .... kW

d) .... %

e) Alternativ .... är korrekt.

Uppgift 1

a) 3, **b)** 5.

Uppgift 2

a) Elpriset sätts av skärningspunkten mellan utbuds- och efterfrågekurvorna. Skärningspunkten kan identifieras grafiskt genom att rita bägge kurvorna i samma figur. Alternativt kan man anta ett elpris, λ, mellan 25 och 40 ¤/MWh. Utbudet vid denna prisnivå kan skrivas 30 (vattenkraft & kärnkraft) + $(\lambda - 25)$ (fossila bränslen) och efterfrågan kan skrivas $45 - (\lambda - 20)/4$. Dessa två uttryck ska vara lika, vilket ger elpriset $\lambda = 36$ ¤/MWh.

b) Tillskottet av 2 TWh vindkraft ändrar utbudskurvan i intervallet mellan 25 och 40 ¤/MWh till $32 + \lambda - 25$, vilket ger elpriset $\lambda = 34{,}4$ ¤/MWh.

c) 1.

Uppgift 3

a) Alla areor är förbundna via växelströmsledningar och utgör således ett synkront nät. Frekvensen i D är därför densamma som i area A, d.v.s. 49,94 Hz.

b) Hälften av systemets reglerstyrka finns i area A och C. Primärregleringen i dessa två areor kommer således att öka elproduktionen med 1 100 MW (halva bortfallet). Eftersom flödet mellan area C och D endast styrs manuellt måste hela den ökade elproduktionen överföras på ledningen mellan area A och area B. Denna har emellertid inte tillräckligt med ledig kapacitet och kommer därför att kopplas bort. Överföringen blir med andra ord 0 MW.

c) Efter att ledningen mellan A och B kopplats bort utgör area A och C ett eget synkront nät med en total reglerstyrka på 4 000 MW/Hz. I detta synkrona nät finns nu ett överskott på 1 000 MW (den effekt som tidigare skickades till area B), vilket leder till en frekvensökning $\Delta f = \Delta G/R$ = 1 000/4 000 = 0,25 Hz, d.v.s. den nya frekvensen blir 50 + 0,25= 50,25 Hz.

d) Efter att ledningen mellan A och B kopplats bort utgör area B och D ett eget synkront nät med en total reglerstyrka på 4 000 MW/Hz. I detta synkrona nät finns nu ett underskott på 2 200 MW (bortfallet i kraftverken i area B) + 1 000 MW (den effekt som tidigare importerades från area A), vilket leder till en frekvensminskning $\Delta f = \Delta G/R$ = 3 200/4 000 = 0,80 Hz, d.v.s. den nya frekvensen blir 50 – 0,80= 49,20 Hz.

Uppgift 4

a) Följande data är givna i uppgiften:

$\bar{Q}$ = maximal tappning i Forsen = 200,
$\hat{Q}$ = tappning i Forsen vid bästa verkningsgrad = 120,
$\hat{H}$ = elproduktion i Forsen vid bästa verkningsgrad = 48,
$\eta(\bar{Q})$ = relativ verkningsgrad vid maximal tappning i Forsen = 0,95.

För att beräkna de marginella produktionsekvivalenterna behövs elproduktionen vid maximal tappning, som kan beräknas med hjälp av sambandet $H = \gamma_{max} \cdot \eta(Q) \cdot Q$. Först måste vi dock beräkna den maximala produktionsekvivalenten, som erhålls vid bästa verkningsgrad:

γ_{max} = maximal produktionsekvivalent i Forsen = 48/120 = 0,40 MWh/TE.

Den sökta elproduktionen vid maximal tappning är därmed

$\bar{H}$ = maximal elproduktion i Forsen = 0,40 · 0,95 · 200 = 76 MW.

De marginella produktionsekvivalenterna kan nu beräknas enligt

$$\mu_{1,1} = \frac{\hat{H}}{\hat{Q}}$$

och

$$\mu_{1,2} = \frac{\bar{H} - \hat{H}}{\bar{Q} - \hat{Q}},$$

vilket ger följande linjära modeller av kraftverket:

$$\mu_{1,j} = \text{marginell produktionsekvivalent i Forsen, segment } j = \begin{cases} 0{,}40 & j = 1, \\ 0{,}35 & j = 2, \end{cases}$$

$$\bar{Q}_{1,j} = \text{maximal tappning i Forsen, segment } j = \begin{cases} 120 & j = 1, \\ 80 & j = 2. \end{cases}$$

b) maximera
$$\sum_{t=1}^{24} \lambda_t \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{2} \mu_{i,j} Q_{i,j,t} + \lambda_{25}(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_5) M_{1,24} + \lambda_{25}(\gamma_2 + \gamma_5) M_{2,24}$$
$$+ \lambda_{25}(\gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5) M_{3,24} + \lambda_{25}(\gamma_4 + \gamma_5) M_{4,24} + \lambda_{25}\gamma_5 M_{5,24}.$$

c) Värmeinnehållet i en m^3 bränsle är 0,4 ton/m^3 · 5 MWh/ton = 2 MWh/m^3. Eftersom verkningsgraden är 40% får man således ut 0,4 · 2 = 0,8 MWh/m^3. Om bränslet då kostar 260 ¤/m^3 får man en rörlig produktionskostnad på 260/0,8 = 325 ¤/MWh.

d) 3.

Uppgift 5

a) Den förväntade elproduktionen beräknas enligt

$$EG_1 = EENS_0 - EENS_1 = \int_0^{\infty} \tilde{F}_0(x)dx - \int_{900}^{\infty} \tilde{F}_1(x)dx.$$

Eftersom vattenkraftverket är 100% tillgängligt får vi $\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$, vilket innebär att vi får

$$EG_1 = \int_0^{\infty} \tilde{F}_0(x)dx - \int_{900}^{\infty} \tilde{F}_0(x)dx = \int_0^{900} \tilde{F}_0(x)dx =$$
$$= 300 \cdot 1 + 100 \cdot (1 + 0{,}8)/2 + 200 \cdot (0{,}8 + 0{,}2)/2 + 300 \cdot (0{,}2 + 0{,}05)/2 = 527{,}5 \text{ kWh/h}.$$

b) $LOLP = \tilde{F}_2(1\,000) = 0{,}2\tilde{F}_1(1\,000) + 0{,}4\tilde{F}_1(950) + 0{,}4\tilde{F}_1(900) =$
$= 0.2 \cdot 0 + 0{,}4 \cdot 0{,}025 + 0{,}4 \cdot 0{,}05 = 3{,}0\%$.

c) Med den inversa transformmetoden erhålls $D = F_D^{-1}(U)$, där U är ett $U(0, 1)$-fördelat slumptal.

Eftersom vi i uppgiften fått varaktighetskurvan i stället, kan vi lika gärna använda transformen $D = \tilde{F}_D^{-1}(U)$ = {använd figuren i uppgiften} = 700 kW. Slumptalskomplementet erhålls genom att transformera $U^* = 1 - U$; alltså får vi $D^* = \tilde{F}_D^{-1}(0{,}85)$ = 375 kW.

d) Skattningen av väntevärdet i ett enskilt stratum ges av

$$m_{Xh} = \frac{1}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h} x_{i,h},$$

vilket ger $m_{X1} = 0$, $m_{X2} = 1/6$ och $m_{X1} = 1$. Resultaten viktas samman enligt

$$m_X = \sum_{h=1}^{3} \omega_h m_{Xh},$$

vilket ger en skattning av *LOLP* på 0,85 · 0 + 0,06 · 1/6 + 0,09 · 1 = 10%.

e) 2.

Uppgift 6

För att avgöra vilken placering som ger den största intäkten måste vi beräkna elpriset i de tre prisområdena. Vi börjar med att göra detta utan vindkraftparken. Om man bortser från transmissionsbegränsningarna så skulle elpriset då bli 477,50 ¤/MWh, eftersom vattenkraft och kärnkraft kan leverara maximalt 147 TWh/år; alltså behövs 17 TWh/år från fossila bränslen, vilket betyder att man utnyttjar 17/40 av prisintervallet för fossila bränslen. Elpriset skulle således bli 477,5 ¤/MWh. Vid detta elpris är elproduktionen i prisområde Norr 64,25 TWh/år medan konsumtionen är 23 TWh/år; således skulle Norr behöva exportera 41,25 TWh/år, men det är inte möjligt eftersom exportkapaciteten till prisområde Mitt endast är 40 TWh/år. Vi kan alltså dra slutsatsen att transmissionskapaciteten mellan Norr och Mitt kommer att vara fullt utnyttjad.

Den sammanlagda elförbrukningen i prisområdena Mitt och Syd är 124 TWh/år. Import från Norr, vattenkraft och kärnkraft kan leverara sammanlagt 110 TWh/år och därmed måste de andra två kraftslagen tillsammans producera 14 TWh, vilket betyder att man utnyttjar 14/30 av prisintervallet för fossila bränslen. Elpriset skulle således bli 490 ¤/MWh. Vid detta elpris skulle elproduktionen i prisområde Mitt plus importen ge en tillförsel på 87 TWh/år medan elförbrukningen är 65,5 TWh. Alltså skulle man behöva exportera 21,5 TWh/år, men förbindelsens kapacitet är endast 20 TWh/år. Även denna förbindelse kommer med andra ord att vara fullt utnyttjad.

I och med att förbindelserna mellan är fullt utnyttjade kommer man att få olika elpriser i de tre prisområdena. Det lägsta priset kommer att vara i Norr (annars skulle man inte exportera något därifrån) och det högsta priset kommer att vara i Syd (annars skulle man inte importera något dit). Frågan är om det högre priset i Syd gör det lönsamt att bygga vindkraftparken där, trots att vindläget är sämre.

Efterfrågan i prisområde Norr blir 23 (lokal efterfrågan) + 40 (export) = 63 TWh/år. Vindkraftparken och vattenkraften leverar tillsammans 60,6 TWh, vilket betyder att 2,4 TWh måste produceras med fossila bränslen. Därmed utnyttjas 24% av prisintervallet för fossila bränslen, vilket ger elpriset 422 ¤/MWh. Intäkten från vindkraftparken skulle då bli 422 · 0,6 = 253,2 M¤/år.

I prisområde Syd erhålls totalt 50,5 TWh/år från import, kärnkraft och vindkraft. Resterande 8 TWh måste produceras med fossila bränslen. Därmed utnyttjas 8/15 av prisintervallet för fossila bränslen, vilket ger elpriset 510 ¤/MWh. Intäkten från vindkraftparken skulle då bli 510 · 0,5 = 255 M¤/år.

Slutsatsen blir alltså att det är bäst att bygga vindkraftparken i prisområde Syd, trots att den årliga elproduktionen skulle bli lägre.

Uppgift 7

För att höja frekvensen med minst 0,08 Hz krävs en uppreglering $\Delta G = R{\cdot}\Delta f$ = 3 000 · 0,08 = 240 MW, vilket man skulle kunna erhålla genom att aktivera de fyra billigaste buden. Frågan är då vad som händer med transmissionen från norr till söder. Då frekvensen ökar med 0,08 Hz minskar primärregleringen i norra Rike elproduktionen med $\Delta G = R{\cdot}\Delta f$ = 2 500 · 0,08 = 200 MW, samtidigt som man aktiverar 140 MW uppreglering (bud 1, 2 och 4). Sammantaget innebär detta att man får ett underskott på 60 MW i norra Rike, vilket innebär att exporten söderut måste minska från 3 100 MW till 3 040 MW. Detta är dock mer än vad som är tillåtet. Fördelningen av primärregleringskapaciteten kan man inte göra något åt och således måste man se till att mer uppreglering genomförs i södra Rike. Bud 6 ger ytterligare 40 MW i södra Rike, men det är inte tillräckligt. Lösningen måste därför bli att aktivera både bud 6 och 7, vilket ger en total uppreglering på 220 MW i södra Rike. Eftersom vi behöver minst 240 MW för att höja frekvensen till minst 50,0 Hz så måste även det lägsta budet i norra Rike aktiveras.

Riksnät ska alltså aktivera bud 1, 3, 6 och 7, vilket resulterar i en frekvens som är något högre än 50,0 Hz och en överföring på ungefär 2 923 MW.

Uppgift 8

a) I ord kan planeringsproblemet formuleras som

maximera	*värdet av antagna köpbud – begärt pris för säljbuden*,
med hänsyn till	*lastbalans*,
	maximal volym för samtliga bud.

Parametrar

Parametrarna är definierade i uppgiftslydelsen.

Optimeringsvariabler

$p_{j,t}$ = antagen volym av köpbud j, timme t, $j = 1, \ldots, M_t$, $t = 1, \ldots, 24$,
$r_{i,t}$ = antagen volym av säljbud i, timme t, $i = 1, \ldots, N_t$, $t = 1, \ldots, 24$.

Målfunktion

$$\text{maximera} \quad \sum_{t=1}^{24}\left(\sum_{j=1}^{M_t} \beta_{j,t}p_{j,t} - \sum_{i=1}^{N_t} \beta_{i,t}r_{i,t}\right).$$

Bivillkor

$$\sum_{j=1}^{M_t} p_{j,t} = \sum_{i=1}^{N_t} r_{i,t}, \qquad t = 1, \ldots, 24.$$

Variabelgränser

$$0 \le p_{j,t} \le \bar{p}_{j,t}, \qquad j = 1, \ldots, M_t,\ t = 1, \ldots, 24,$$
$$0 \le r_{i,t} \le \bar{r}_{i,t}, \qquad i = 1, \ldots, N_t,\ t = 1, \ldots, 24.$$

b) Elpriset kan erhållas direkt ur lösningen till optimeringsproblemet från a-uppgiften, närmare bestämt genom dualvariablerna till lastbalansvillkoret för motsvarande timme.

c) Följande nya parametrar behövs:

$\bar{b}_{k,s}$ = volym i blockbud k, typ s, $k = 1, \ldots, L_s$, $s = 1, \ldots, 5$,
$\beta_{k,s}$ = begärt pris för blockbud k, typ s, $k = 1, \ldots, L_s$, $s = 1, \ldots, 5$,
L_s = antal blockbud av typ s, $s = 1, \ldots, 5$.

Vi inför även nya optimeringsvariabler i enlighet med tipset:

$u_{k,s}$ = tillslag på blockbud, typ s, $k = 1, \ldots, L_s$, $s = 1, \ldots, 5$.

Kostnaden för antagna blockbud måste tas med i målfunktionen. Här måste man tänka på vilka timmar ett blockbud gäller, vilket ger oss följande uppdaterade målfunktion:

$$\text{maximera} \quad \sum_{t=1}^{24}\left(\sum_{j=1}^{M_t}\beta_{j,t}p_{j,t} - \sum_{i=1}^{N_t}\beta_{i,t}r_{i,t} - \sum_{k=1}^{L_1}\beta_{k,1}\bar{b}_{k,1}u_{k,1}\right) - \sum_{t=1}^{6}\sum_{k=1}^{L_2}\beta_{k,2}\bar{b}_{k,2}u_{k,2}$$
$$- \sum_{t=7}^{12}\sum_{k=1}^{L_3}\beta_{k,3}\bar{b}_{k,3}u_{k,3} - \sum_{t=13}^{18}\sum_{k=1}^{L_4}\beta_{k,4}\bar{b}_{k,4}u_{k,4} - \sum_{t=19}^{24}\sum_{k=1}^{L_5}\beta_{k,5}\bar{b}_{k,5}u_{k,5}.$$

Antagna blockbud måste också räknas in lastbalanserna. Även här måste man tänka på vilka timmar ett blockbud gäller, vilket ger oss följande uppdaterade bivillkor:

$$\sum_{j=1}^{M_t} p_{j,t} = \sum_{i=1}^{N_t} r_{i,t} + \sum_{k=1}^{L_1}\bar{b}_{k,1}u_{k,1} + \sum_{k=1}^{L_2}\bar{b}_{k,3}u_{k,3}, \qquad t = 1, \ldots, 6,$$
$$\sum_{j=1}^{M_t} p_{j,t} = \sum_{i=1}^{N_t} r_{i,t} + \sum_{k=1}^{L_1}\bar{b}_{k,1}u_{k,1} + \sum_{k=1}^{L_3}\bar{b}_{k,4}u_{k,4}, \qquad t = 7, \ldots, 12,$$
$$\sum_{j=1}^{M_t} p_{j,t} = \sum_{i=1}^{N_t} r_{i,t} + \sum_{k=1}^{L_1}\bar{b}_{k,1}u_{k,1} + \sum_{k=1}^{L_4}\bar{b}_{k,2}u_{k,2}, \qquad t = 13, \ldots, 18,$$
$$\sum_{j=1}^{M_t} p_{j,t} = \sum_{i=1}^{N_t} r_{i,t} + \sum_{k=1}^{L_1}\bar{b}_{k,1}u_{k,1} + \sum_{k=1}^{L_5}\bar{b}_{k,2}u_{k,2}, \qquad t = 19, \ldots, 24.$$

Slutligen måste vi ange variabelgränserna för de nya optimeringsvariablerna:

$$u_{k,s} \in \{0, 1\}, \qquad k = 1, \ldots, L_s,\ s = 1, \ldots, 5.$$

Uppgift 9

a)

KOMMENTAR: *Förklaring av styckvis linjär varaktighetskurva och brytpunkter…*

Vi börjar med att beräkna *ETOC* i systemet med endast dieselgeneratorer:

$$EENS_0 = \int_0^\infty \tilde{F}_0(x)dx = 2\,000 \cdot 1 + 1\,000 \cdot (1 + 0{,}2)/2 + 2\,000 \cdot 0{,}2/2 = 2\,800 \text{ kWh/h.}$$

$$EENS_9 = \int_{4\,500}^\infty \tilde{F}_9(x)dx = 500 \cdot ((0{,}1046 + 0{,}0505)/2 + (0{,}0505 + 0{,}0173)/2 + (0{,}0173 + 0{,}0041)/2$$
$$+ (0{,}0041 + 0{,}0007)/2 + (0{,}0007 + 0{,}0001)/2 + 0{,}0001/2) = 62{,}5 \text{ kWh/h.}$$

$$ETOC = 10EG = 10(EENS_0 - EENS_9) = 27\,375 \text{ ¤/h.}$$

Då vi simulerar systemet med vattenkraftverket ska detta lägga in först, eftersom det har lägre driftkostnad än dieselgeneratorerna. I och med att vattenkraftverket antas vara 100% tillförlitligt får vi i denna simulering att $\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$. Vattenkraftverket påverkar därför inte varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten utan endast den installerade effekten i systemet; vi får med andra ord att $\tilde{F}_{10}(x)$ då man simulerar systemet med vattenkraftverket är lika med $\tilde{F}_9(x)$ då man simulerar systemet med endast dieselgeneratorer. *ETOC* i systemet med vattenkraftverket ges därmed av följande beräkningar:

$$EENS_1 = \int_0^\infty \tilde{F}_1(x)dx = 1\,000 \cdot 1 + 1\,000 \cdot (1 + 0{,}2)/2 + 2\,000 \cdot 0{,}2/2 = 1\,800 \text{ kWh/h.}$$

$$EENS_{10} = \int_{5\,500}^\infty \tilde{F}_9(x)dx = 500 \cdot ((0{,}0173 + 0{,}0041)/2 + (0{,}0041 + 0{,}0007)/2 + (0{,}0007 + 0{,}0001)/2$$
$$+ 0{,}0001/2) = 6{,}775 \text{ kWh/h.}$$

$$ETOC = 10EG = 10(EENS_1 - EENS_{10}) \approx 17\,932{,}5 \text{ ¤/h.}$$

På ett år skulle vattenkraftverket alltså förväntas sänka driftkostnaden med 8 760 · (27 375 – 17 932) ≈ 82,7 M¤. Eftersom besparingen är större än investeringskostnaden är kraftverket lönsamt.

b) Poängen med den valda stratifieringen är att alla scenarier där man inte på förhand kan säga om den tillgängliga produktionskapaciteten är tillräcklig ej ska ingå i stratum 2. Det är därför viktigt att man inte underskattar $\bar{L}$, eftersom man då skulle kunna få effektbristscenarier även i stratum 1. Vi kan därför inte skatta $\bar{L}$ som medelvärdet av förlusterna i scenarierna från tabell 10, utan vi bör välja vår skattning som de högsta observerade förlusterna plus en viss säkerhetsmarginal (det är ju extremt osannolikt att vi bland åtta slumpmässigt genererade scenarier skulle råka få med det scenario som verkligen resulterar i de högsta förlusterna). I det här fallet är de största förlusterna 723 kW och man kan då t.ex. välja att avrunda detta uppåt till 1 000 kW.

Vi kan nu skatta den förväntade driftskostnaden per stratum utifrån de totalt 26 scenarier vi har tillgängliga. (Notera att resultatet kan ändras lite beroende på vilken skattning av $\bar{L}$ som används.) Alla scenarierna i tabell 10 tillhör stratum 1 utom scenario 1, som tillhör stratum 2. Scenario 1–6 i tabell 11 tillhör stratum 1, scenario 7–12 tillhör stratum 3 och scenario 13–18 tillhör stratum 3. Detta ger oss följande skattningar:

$$m_{TOC1} = (21\,410 + 13\,216 + 24\,492 + 14\,818 + 36\,316 + 17\,615 + 24\,289 + 17\,282$$
$$+ 22\,789 + 17\,794 + 18\,933 + 20\,841 + 24\,975)/15 \approx 18\,318 \text{ ¤/h.}$$

$$m_{TOC2} = (40\,000 + 42\,848 + 30\,066 + 42\,497 + 40\,000 + 45\,000 + 42\,910)/7$$
$$\approx 40\,474 \text{ ¤/h.}$$

$$m_{TOC2} = (35\,000 + 35\,000 + 30\,000 + 35\,000 + 35\,000 + 30\,000)/6 \approx 33\,333 \text{ ¤/h.}$$