

---

## Komplexa tal

### Övningsexempel

#### Addition och subtraktion

1. Bestäm följande uttryck. Svara på formen  $a + ib$

a)  $(2 - 3i) - (3 + 2i)$    b)  $(2 - 7i) + (5 - 2i)$    c)  $(8 - 7i) + (-9 + 4i)$

2. Bestäm  $\operatorname{Re} z$  och  $\operatorname{Im} z$

a)  $z = (2 - 3i) - (3 + 2i)$    b)  $z = (2 - 7i) + (5 - 2i)$    c)  $z = (8 - 7i) + (-9 + 4i)$

3. Förenkla

a)  $2\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}i\right) + 3\left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6}i\right)$    b)  $\frac{(2-7i)}{5} + \frac{(5-2i)}{4}$    c)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

#### Multiplikation

4. Bestäm följande uttryck. Svara på formen  $a + ib$

a)  $(2 - 3i)(3 + 2i)$    b)  $(2 - 7i)(5 - 2i)$    c)  $(8 - 7i)(-9 + 4i)$

5. Bestäm  $\operatorname{Re} z$  och  $\operatorname{Im} z$

a)  $z = (4 - 3i)(-5 - 2i)$    b)  $z = (7 - i)(5 - 2i)$    c)  $z = (8 - 7i) + (-9 + 4i)$

6. Förenkla

a)  $6\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}i\right)\left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6}i\right)$    b)  $\frac{(2+6i)}{5} \frac{(5-15i)}{4}$    c)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

7. Förenkla och svara på rektangulär form

a)  $(a - bi)(a + bi)$    b)  $(a + bi)(a + bi)$    c)  $(b - ai)(a - bi)$    d)  $(b - ai)(a + bi)$

**Bråk****8.** Förenkla och skriv på rektangulär form

$$a. \frac{(a-bi)(a+bi)}{(a+bi)} \quad b. \frac{(2+3i)}{(3+4i)} \quad c. \frac{(4+3i)}{(3-4i)} \quad d. \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

**Belopp, konjugat och argument****9.** Bestäm konjugatet av  $z$ .

$$a. z = 3 - 7i \quad b. z = -5 - 6i \quad c. z = \frac{(3+3i)}{(3-4i)}$$

**10.** Bestäm beloppet av  $z$ .

$$a. z = 3 - 7i \quad b. z = -5 - 6i \quad c. z = \frac{(3+3i)}{(3-4i)}$$

**11.** Bestäm argumentet för  $z$ .

$$a. z = 3 - 7i \quad b. z = -5 - 6i \quad c. z = \frac{(3+3i)}{(3-4i)} \quad d. \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

**Polär form****12.** Skriv på polär form och plotta i komplexa talplanet

$$a) z = (4+4i) \quad b) z = (1-i)(1-2i) \quad c) z = (8-7i) + (-9+4i)$$

**13.** Skriv på lämplig polär form och plotta i komplexa talplanet

$$a. z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \quad b. z_2 = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \quad c. z_1 + z_2 \quad d. z_1/z_2$$

**14.** Skriv på rektangulär form och plotta i komplexa talplanet

$$a) z_1 = 3(\cos \pi/3 + i \sin \pi/3) \quad b) z_2 = 3(\cos \pi/6 - i \sin \pi/6) \quad c) z_3 = 3(\cos(-\pi/4) + i \sin(-\pi/4))$$

**15.** Använd de komplexa talen i uppgift 14 och bestäm

$$a) z_1 z_2 \quad b) z_1 z_3 \quad c) z_2 z_3 \quad d) z_1 / z_2 \quad e) z_1 / z_3 \quad f) z_2 / z_3$$

### DeMoivre's formel

**16.** Använd de komplexa talen i uppgift 14 och bestäm nedanstående uttryck. Illustrera i komplexa talplanet

$$a) z_1^3 \quad b) z_2^5 \quad c) z_3^8 \quad d) z_1^2 z_2^4$$

### Exponentialform

**17.** Skriv nedanstående uttryck på komplex exponentialform

$$a) \cos \pi/6 + i \sin \pi/6 \quad b) 4 + 4i \quad c) \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

**18.** Skriv nedanstående komplexa tal på komplex exponentialform

$$a) z = 3 - 7i \quad b) z = -5 - 6i \quad c) z = \frac{(3 + 3i)}{(3 - 4i)}$$

**19.** Upprepa uppgift **15** och **16** men räkna och svara i exponentialform

$$a) z = 3 - 7i \quad b) z = -5 - 6i \quad c) z = \frac{(3 + 3i)}{(3 - 4i)}$$

### Binomisk ekvation

**20.** Bestäm samtliga lösningar till ekvationerna. Använd komplex exponentialform. Illustrera i komplexa talplanet

$$a) z^3 = 1 \quad b) z^4 = 4 + 4i \quad c) z^5 + 1 = -i$$

### Addition av sinusfunktioner

**21.** Använd komplex exponentialform och Eulers formel för att utföra nedanstående addition. Svara med sinusfunktion.

$$a) \sin(t + \pi/6) + \sin t$$