
Några "gamla" tentauppgifter

1. Ett plan är ortogonalt mot vektorn $(-2, 1, 3)$. Kortaste avståndet från planet till origo är 7.

Bestäm den punkt i planet som ligger närmast origo.

2. (Pär Olsson hade en bonnagård..... Mel: Ol' McDonald had a farm...)

Bonden Pär Olsson har en bondgård. Han har tre sorters djur: hästar, kor och får. För att hjälpa dig att bestämma exakt hur många djur han har, får du nedanstående upplysningar:

- En dag konstaterar Pär Olsson att antalet får är dubbelt så stort som antalet kor och hästar tillsammans.
- När det är dags att utfodra djuren ger han varje ko två fång hö, medan varje häst får ett fång hö. För fåren räcker ett fång hö till fyra djur. Totalt går det åt 18 fång hö.
- Han ger också djuren vatten. Varje ko dricker två hinkar vatten, medan varje häst dricker tre hinkar. Ett får dricker en hink. Totalt 34 hinkar vatten går åt.

Bestäm hur många djur det finns av varje sort, genom att ställa upp ett ekvationssystem med tre ekvationer och tre obekanta, och sedan lösa systemet med radreduktion.

3. Bestäm skärningen mellan nedanstående tre plan:

$$x + 3z = -1$$

$$2x + y + 7z = -3$$

$$3x + y + 10z = -4$$

Tolka lösningen geometriskt.

4. Punkterna $p_1 = t(2, -1, 4)$ och $p_2 = u(4, 2, 1)$ befinner sig på samma avstånd från origo. Bestäm ett uttryck för avståndet mellan punkterna.
-

5. En linjär transformation beskrivs av transformationsmatrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Hur transformeras, med denna transformation, en kvadrat som har två diagonalt motstående hörn i punkterna $(2, 1)$ och $(5, 4)$?

6. Studera lösningarna till ekvationssystemet

$$x + y + z = 36$$

$$x - y + z = 12$$

$$2x + 2z = 48$$

och bestäm antalet lösningar om x , y och z är heltal som är större än 0 och mindre än 20