

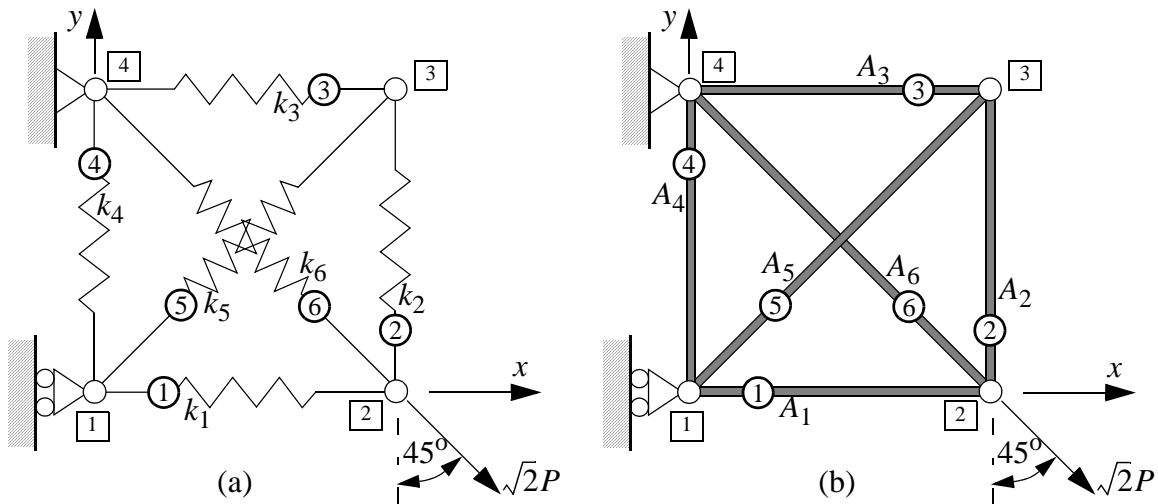
# Laboration 1, FEM för ingenjörstillämpningar 2013

## Allmän information

Laborationen genomföres i grupper om två eller tre teknologer vardera. Resultaten skall redovisas för övningsledaren/övningsledarna vid laborationstillfället. Under laborationen skall tre problem analyseras med hjälp av finita elementprogrammet ANSYS.

## Uppgifter

**Problem 1.** I hemuppgift 1 analyserades fackverket bestående av fjäderelement visat i Figur 1(a) nedan. Detta problem är helt ekvivalent med problemet visat i Figur 1(b) där fjäderelementen är utbytta mot stångelement, förutsatt att stängernas dragstyvhet  $EA$  ( $E$  är elasticitetsmodulen och  $A$  är tvärsnittsarea) bestäms så att de motsvarar fjäderkonstanterna i Figur 1(a). Analysera fackverket i Figur 1(b) m.h.a. ANSYS, där stängerna lämpligen modelleras med elementet "LINK180". Innan analysen påbörjas måste  $E$  och  $A$  väljas på lämpligt sätt. Den yttre kraften,  $P$ , kan sättas till 1 N. Skriv upp de resulterande nodförskjutningarna i Tabell 3 nedan. Stämmer de med resultaten från din hemuppgift?



Figur 1. (a) fackverk av fjäderelement och (b) fackverk av stångelement

Node	x/m	y/m
1	0.0	0.0
2	1.0	0.0
3	1.0	1.0
4	0.0	1.0

Tabell 1. Nodkoordinater i enheten meter.

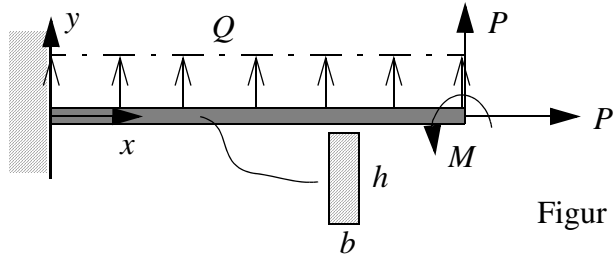
dd	$k_1$ [N/m]	$k_2$ [N/m]	$k_3$ [N/m]	$k_4$ [N/m]	$k_5$ [N/m]	$k_6$ [N/m]
01-10	1.0	2.0	1.0	2.0	1.0	1.0
11-20	1.0	1.0	1.0	1.0	2.0	2.0
21-31	2.0	2.0	2.0	2.0	1.0	1.0

Tabell 2. Fjäderkonstanter i enheten N/m. dd i kolumn ett anger dagen i det personnummer som används vid bestämning av modellparametrarna.

Nod	1	2	3	4
$u_x/m$				
$u_y/m$				

Tabell 3. Resultat från analys med ANSYS

**Problem 2.** Analysera konsolbalken visad i Figur 2 nedan. Balken har längden  $L = 1$  meter och är gjord av aluminium (elasticitetsmodul  $E = 70$  GPa). Balkens laster, tvärsnitt och övriga mått framgår av Figur 2. Genomför analysen i ANSYS och använd balkelementet "BEAM188", vilket är avsett för analys av ramverk i planet (2D). Elementet har två noder med tre frihetsgrader i varje nod. Elementet använder en ansats för balkens utböjning som är av polynomgrad tre, samt en linjär ansats för balkens axiella förskjutning. Utför totalt tre analyser med (i) 1 element, (ii) 2 element och (iii) 4 element. Skriv upp resultaten i Tabell 4 nedan, där  $u_y$  och  $\theta_z$  skall utvärderas i balkens nodpunkter och där  $M_R$  avser reaktionsmomentet i balkens vänstra ände. Avviker FEM-lösningen från den exakta lösningen?



Tvärsnitt:  
 $h = 6$  cm,  $b = 2$  cm  
 Laster:  
 $P = 1$  kN,  $M = 1$  kNm,  $Q = 1$  kN

Figur 2

		1 Element	2 Element	4 Element	Exakt
$x = \frac{L}{4}$	$u_y / \text{mm}$				2.900
	$\theta_z / \text{rad}$				0.02242
$x = \frac{L}{2}$	$u_y / \text{mm}$				10.851
	$\theta_z / \text{rad}$				0.04051
$x = \frac{3L}{4}$	$u_y / \text{mm}$				22.846
	$\theta_z / \text{rad}$				0.05487
$x = L$	$u_y / \text{mm}$				38.029
	$\theta_z / \text{rad}$				0.06614
$x = 0$	$M_R / \text{Nm}$				-2500

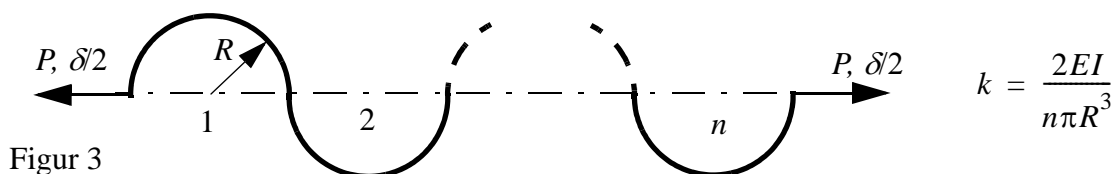
Tabell 4. Resultat från analys med ANSYS

Exakt lösning:

$$u_y(x) = \frac{QL^3}{24EI} \left( 6\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 4\left(\frac{x}{L}\right)^3 + \left(\frac{x}{L}\right)^4 \right) + \frac{PL^3}{6EI} \left( 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - \left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) + \frac{ML^2}{2EI} \left(\frac{x}{L}\right)^2$$

$$\theta(x) = \frac{QL^2}{6EI} \left( 3\frac{x}{L} - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) + \frac{PL^3}{2EI} \left( 2\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L}\right)^2 \right) + \frac{ML^2}{EI} \frac{x}{L}$$

**Problem 3.** Bestäm fjäderkonstanten  $k (=P/\delta)$  för den linjärelastiska strukturen i Figur 3. Strukturen består av  $n$  stycken enkelkröpta balkar i form av halvcirkelbågar, där varje halvcirkelbåge har medelradien  $R$  och en cirkulär tvärsnittsytta med radien  $r$ . Deformationen i strukturen beror främst på böjning. Utför analysen med ANSYS och modellera geometrin m.h.a. balkelement av typen "BEAM188". Låt speciellt  $r/R = 0.1$ . Notera att om symmetrin i systemet utnyttjas kan  $k$  beräknas för ett godtyckligt antal halvcirkelbågar  $n$ . En grov skattning kan faktiskt erhållas med ett enda finita element. Hur? Genomför sedan analysen med successivt ökande antal element. Jämför med den analytiska lösningen given i Figur 3. Hur många element behövs för att avvikelserna från den analytiska lösningen skall vara mindre än 2%? => Redovisa svar och val av randvillkor för övningsledaren!



Figur 3