



KTH Teknikvetenskap

SF1664 Tillämpad envariabelanalys med numeriska metoder

Tentamen 1

Onsdagen den 9 januari 2013

Skrivtid: 08:00-13:00

Tillåtna hjälpmedel: inga

Examinator: Lars Filipsson

Denna tentamen består av två delar, del A och del B, med vardera 4 uppgifter. Lösningarna på de uppgifter som hör till del A bedöms på skalan Godkänt/Underkänt. Lösningarna på de uppgifter som hör till del B poängsätts med maximalt 4 poäng vardera.

Godkänd kontrollskrivning 1 ger automatiskt godkänt på uppgift 1 och godkänd kontrollskrivning 2 ger automatiskt 4 poäng på uppgift 5 (som då inte behöver lösas).

För godkänt betyg på denna tentamen krävs Godkänt på samtliga uppgifter som ingår i del A samt minst 6 poäng totalt på del B.

För den som fått Godkänt på samtliga uppgifter på del A kommer betygsgränserna att ges av:

Betyg	A	B	C	D	E
Poäng på del B	14	12	10	8	6

På samtliga uppgifter gäller om inget annat sägs att lösningarna ska vara väl presenterade och lätta att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade.

Var god vänd!

DEL A

- (1) Låt $f(x) = \sqrt{3x - 1}$. Bestäm inversen till f . Bestäm också inversens definitionsmängd och värdemängd.
- (2) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = x^3 - 3x + 1$ i den punkt på kurvan där x -koordinaten är 2.
- (3) Antar funktionen $f(x) = x^2 e^{-x}$ något största eller minsta värde när x varierar i intervallet $-4 \leq x \leq 4$? Bestäm i så fall dessa.
- (4) Beräkna dessa integraler. A. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$. B. $\int_1^3 x \ln x dx$.
-

DEL B

- (5) Med Newton-Raphsons metod för att approximativt lösa ekvationen $f(x) = 0$ ska man börja med ett startvärde x_0 och får sedan successiva approximationer till lösningen genom formeln

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Förklara varför formeln ser ut som den gör.

- (6) Låt $f(x) = x \ln |x|$.

- A. Bestäm definitionsmängden till f .
- B. Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ och $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$.
- C. Bestäm alla lokala extrempunkter till f .
- D. Skissa kurvan $y = f(x)$.
- E. Bestäm värdemängden till f .

- (7) Låt $f(x) = x^2 - \cos x$. Hur många lösningar har ekvationen $f(x) = 0$ på intervallet $0 \leq x \leq 10$?

- (8) Vilket är störst, 3^π eller π^3 ?
-