



KTH Elektro-  
och systemteknik

## Kompletterings skrivning i EG2050 Systemplanering, 4 april 2011, 13:00-15:00, H21

### Instruktioner

Endast de uppgifter som är markerade på det bifogade svarsbladet behöver lösas (på de övriga uppgifterna tillgodoräknas resultatet från tentamen). Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Denna kompletterings skrivning kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng.

### Tillåtna hjälpmedel

Vid denna kompletterings skrivning får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).  
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.



## Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

**a) (1 p)** Vilken eller vilka aktörer har ansvaret för att den fysiska balansen mellan produktion och konsumtion upprätthålls i varje ögonblick?

1. Varje enskild producent respektive konsument.
2. De balansansvariga aktörerna.
3. Systemoperatören.

**b) (2 p)** Konsumenterna på en bilateral elmarknad har följande valmöjligheter: I) De kan välja vilken systemoperatör de vill ha, II) De kan välja vilken elleverantör de vill ha, III) De kan välja vilken aktör som ska sköta deras balansansvar.

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast III är sant.
4. I och II är sanna men inte III.
5. II och III är sanna men inte I.

**c) (1 p)** Betrakta en producent som mellan 13 och 14 producerar enligt plan, med undantag för att man kl. 13:40 på systemoperatörens begäran verkställer ett uppregleringsbud på 180 MW. Vilken realtidshandel har detta bolag genomfört under denna timme?

1. Bolaget har köpt 60 MWh reglerkraft av systemoperatören.
2. Bolaget har sålt 60 MWh reglerkraft till systemoperatören.
3. Bolaget har sålt mer än 60 MWh reglerkraft till systemoperatören.

## Uppgift 2 (6 p)

Antag att det råder perfekt konkurrens på elmarknaden i Land, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Data för kraftverken i Land ges i tabell 1. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset på den högsta nivån. Data för elförbrukningen i Land ges i tabell 2. Konsumenternas betalningsvilja antas vara linjär i de angivna intervallen, d.v.s. då förbrukningen är noll är priset på den högsta nivån och vid maximal förbrukningen är priset på den lägsta nivån.

**Tabell 1** Data för kraftverken i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]	Rörlig kostnad [ $\varnothing$ /MWh]
Vattenkraft	20	4–6
Kärnkraft	10	10–15
Biobränsle	10	20–40
Fossila bränslen	10	20–40

**Tabell 2** Data för elförbrukningen i Land.

Typ av elförbrukning	Maximal konsumtion [TWh/år]	Betalningsvilja [ $\varnothing$ /MWh]
Baslast	40	100
Priskänslig last	5	20–40
Elintensiv industri	5	0–10

- a) (2 p) Hur stor skulle den totala elproduktionen vara i Land om elpriset vore 30  $\varnothing$ /MWh?
- b) (2 p) Hur stor skulle den totala elförbrukningen vara i Land om elpriset vore 30  $\varnothing$ /MWh?
- c) (2 p) Vid vilket elpris råder balans mellan utbud och efterfrågan i Land?

### Uppgift 3 (6 p)

Betrakta ett elsystem indelat i två areor, Land och Ön. De två areorna är förbundna via en växelströmsledning med en maximal kapacitet på 400 MW. Denna förbindelse är försedd med ett skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning automatiskt kopplar bort förbindelsen om flödet skulle överskrida den maximala kapaciteten. Kl. 13:00 överförs 390 MW från Land till Ön på denna ledning.

Data för kraftverken på Ön framgår av tabell 3. De kraftverk som är belägna i Land och som deltar i primärregleringen har en sammanlagd reglerstyrka på 4 400 MW/Hz. Denna reglerstyrka är tillgänglig i frekvensområdet  $50 \pm 0,4$  Hz.

**Tabell 3** Kraftverken på Ön.

Kraftverk	Elproduktion kl. 13:00 [MW]	Minimal produktion då kraftverket är i drift [MW]	Installerad effekt [MW]	Reglerstyrka [MW/Hz]
Flisinge	75	35	120	200
Forsen	60	10	80,4	200
Udden	127,3	0	180	–

Kl. 13:00 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är lika med 49,98 Hz i hela systemet. Vid detta tillfälle förlorar man 600 MW produktion till följd av en kortslutning i ett ställverk i Land.

- a) (2 p)** Hur stor blir elproduktionen i Forsen efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?
- b) (2 p)** Hur stor blir elproduktionen i Flisinge efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?
- c) (1 p)** Vilken frekvens får man på Ön? Svara med tre decimaler!
- d) (1 p)** Vilken frekvens får man i Land? Svara med tre decimaler!

## Uppgift 4 (12 p)

AB Energi äger kraftvärmeverket Flisinge med tre block, samt kärnkraftverket Strålinge med två reaktorer. Dessutom äger man en vindkraftpark. Antag att bolaget formulerat sitt korttidsplaneringsproblem som ett MILP-problem och att man har infört följande beteckningar:

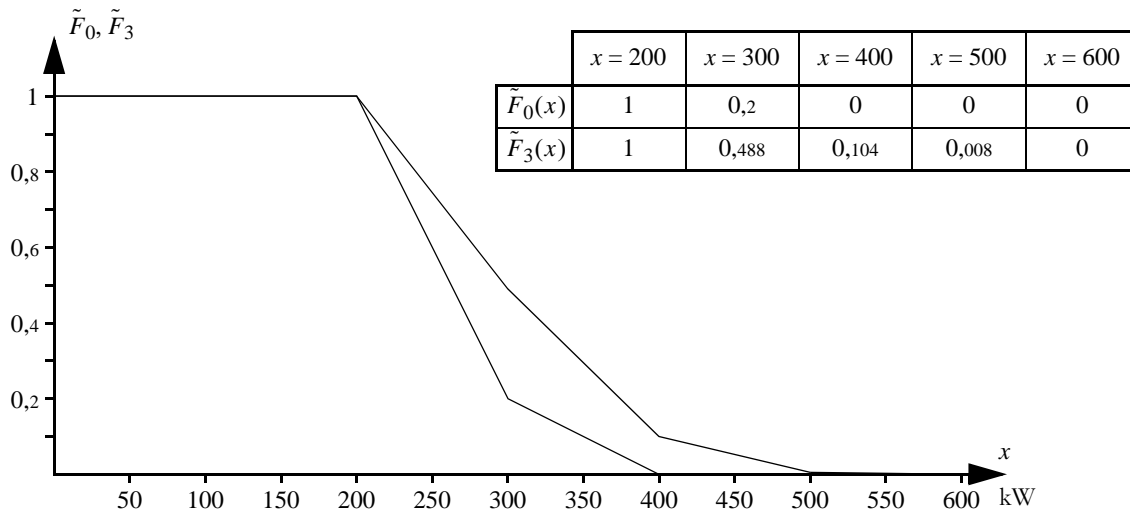
Index för kraftverken: Flisinge block I - 1, Flisinge block II - 2, Flisinge block III - 3, Strålinge I - 4, Strålinge II - 5.

$$\begin{aligned} \beta_{G^g} &= \text{rörlig produktionskostnad i kraftverk } g, g = 1, \dots, 5, \\ C_g^+ &= \text{startkostnad i kraftverk } g, g = 1, \dots, 5, \\ G_{g,t} &= \text{elproduktion i kraftverk } g, \text{ timme } t, g = 1, \dots, 5, t = 1, \dots, 24, \\ \bar{G}_g &= \text{installerad effekt i kraftverk } g, g = 1, \dots, 5, \\ \underline{G}_g &= \text{minimal elproduktion då kraftverk } g \text{ är i drift, } g = 1, \dots, 5, \\ s_{g,t}^+ &= \text{startvariabel för kraftverk } g, \text{ timme } t, g = 1, \dots, 5, t = 1, \dots, 24, \\ u_{g,0} &= \text{driftstatus i kraftverk } g \text{ vid planeringsperiodens början, } g = 1, \dots, 5, \\ u_{g,t} &= \text{driftstatus i kraftverk } g, \text{ timme } t, g = 1, \dots, 5, t = 1, \dots, 24, \\ W_t &= \text{förväntad vindkraftproduktion timme } t, t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$

- a) (3 p)** Vilka av beteckningarna ovan representerar optimeringsvariabler respektive parametrar?
- b) (4 p)** AB Energi önskar minimera driftkostnaden under det kommande dygnet. Formulera målfunktionen i bolagets korttidsplaneringsproblem. Använd beteckningarna ovan.
- c) (3 p)** Formulera gränserna för de optimeringsvariabler i AB Energis korttidsplaneringsproblem som definierats ovan. För att få full poäng på denna uppgift måste du även ange tillåtna indexvärden för varje gräns!
- d) (2 p)** Den maximala produktionsekvivalenten i vattenkraftverket Forsen är 0,6 MWh/TE. Antag att kraftverket ska producera 88,2 MWh mellan 13:00 och 14:00. Hur stor är tappningen i Forsen under denna timme om den relativa verkningsgraden är 98%? Svaret ska ges i TE.

## Uppgift 5 (12 p)

Mji är en stad i Östafrika. Staden är inte ansluten till något nationellt elnät, utan man har ett eget lokalt system som försörjs av ett vattenkraftverk och två dieselgeneratorer. Vattenkraftverket saknar magasin, men vattenflödet är alltid tillräckligt stort för att man ska kunna producera installerad effekt (300 kW) och risken för driftstopp i kraftverket är försumbar. Dieselgeneratorerna har en kapacitet på 100 kW vardera. Bägge generatorerna har tillgängligheten 80% och driftkostnaden 2  $\text{€}/\text{kWh}$ .



- a) (2 p)** Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den förväntade icke-levererade energin per timme.
- b) (2 p)** Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den förväntade driftkostnaden per timme.
- c) (2 p)** Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna risken för effektbrist.
- d) (2 p)** Antag att man vill göra en Monte Carlo-simulering av elsystemet i Mji och att man vill använda slumptalskomplement då man slumpar fram den totala lasten i systemet. Vilket värde får slumptalskomplementet,  $D^*$ , om den totala lasten i systemet slumpas fram till  $D = 350$  kW?
- e) (4 p)** Antag att man i Monte Carlo-simuleringen använder en detaljerad modell som tar hänsyn till förlusterna i elnätet. Resultaten från 10 000 scenarier redovisas i tabell 4. I denna simulering används både kontrollvariabler och stratifierad sampling. Kontrollvariablerna beräknas med hjälp av en förenklad modell som motsvarar den modell som används vid stokastisk produktionskostnadssimulering. Vilken skattning av  $ETOC$  ger denna simulering?

**Tabell 4** Resultat från en Monte Carlo-simulering av elsystemet i uppgift 5.

Stratum, $h$	Stratumvikt, $\omega_h$	Antal scenarier, $n_h$	Resultat från detaljerad modell, $\sum_{i=1}^{n_h} x_{i,h}$ (där $x_{i,h}$ är det observerade värdet på $TOC$ i scenario $i$ , stratum $h$ )	Resultat från förenklad modell, $\sum_{i=1}^{n_h} z_{i,h}$ (där $z_{i,h}$ är det observerade värdet på $TOC$ i scenario $i$ , stratum $h$ )
1	0,75	100	0	0
2	0,05	4 900	58 800	0
3	0,2	5 000	602 000	490 000



KTH Elektro-  
och systemteknik

## Svarsblad

Namn: .....

Personnummer: .....

### Uppgift 1

a) Alternativ ..... är korrekt.

b) Alternativ ..... är korrekt.

c) Alternativ ..... är korrekt.

### Uppgift 2

a) ..... TWh/år    b) ..... TWh/år

c) .....  $\alpha$ /MWh

### Uppgift 3

a) ..... MW    b) ..... MW

c) ..... Hz    d) ..... Hz

### Uppgift 4

a) Parametrar: .....

Optimeringsvariabler: .....

b) .....

c) .....

d) ..... TE

### Uppgift 5

a) ..... kWh/h    b) .....  $\alpha$ /h

c) ..... %    d) ..... kW

e) .....  $\alpha$ /h



### Uppgift 1

- a) 3, b) 5, c) 2.

### Uppgift 2

- a) Vid elpriset 30  $\square$ /MWh används all vattenkraft och kärnkraft samt hälften vardera av bio-bränsleproduktionen och den fossilbaserade elproduktionen, vilket ger totalt  $20 + 10 + 5 + 5 = 40$  TWh/år.  
 b) Vid elpriset 30  $\square$ /MWh efterfrågas all baslast samt hälften av den priskänsliga lasten, vilket ger en total förbrukning på  $40 + 2,5 = 42,5$  TWh/år.  
 c) Anta ett elpriset,  $\lambda$ , mellan 20 och 40  $\square$ /MWh. Utbudet vid denna prisnivå kan skrivas  $30 + (\lambda - 20)$  och efterfrågan kan skrivas  $45 - (\lambda - 20)/4$ . Dessa två uttryck ska vara lika, vilket ger elpriset  $\lambda = 32$   $\square$ /MWh.

### Uppgift 3

- a) Till följd av bortfallet ökar varje kraftverk elproduktionen i enlighet med kraftverkets andel av den totala reglerstyrkan, vilket skulle innebära en ökning på  $200/4800 \cdot 600 = 25$  MW i Forsen. Det går dock endast att öka produktionen med 20,4 MW och således kommer kraftverket att producera så mycket som möjligt, d.v.s. 80,4 MW.  
 b) I och med att Forsen inte längre bidrar med reglerstyrka är den totala reglerstyrkan nu 4 600 MW/Hz. Eftersom Forsen ökar elproduktionen med 20,4 MW måste den sammanlagda ökningen i de övriga kraftverken bli 579,6 MW. Följande andel av denna produktionsökning blir  $200/4 600 \cdot 579,6 = 25,2$  MW. Den nya elproduktionen blir därmed 100,2 MW.  
 c) Överföringen från Land till Ön kommer att minska eftersom produktionen på Ön ökar utan att lasten förändras. Detta innebär att det inte finns någon risk att transmissionsförbindelsen kopplas bort. Den nya frekvensen i systemet sätts av de kraftverk som fortsätter att bidra med reglerstyrka tills dess att balansen mellan produktion och konsumtion är återställd, d.v.s.  $\Delta f = 579,6/4 600 = 0,126$  Hz. Den nya frekvensen på Ön blir alltså  $49,98 - 0,126 = 49,854$  Hz.  
 d) Frekvensen på Land är densamma som på Ön, d.v.s. 49,854 Hz.

### Uppgift 4

- a) Parametrar:  $\beta_{G_g^+}$ ,  $C_g^+$ ,  $\bar{G}_g$ ,  $G_g$ ,  $u_{g,0}$  och  $W_r$ . Optimeringsvariabler:  $G_{g,r}$ ,  $s_{g,r}^+$  och  $u_{g,r}$   

$$24 \sum_{t=1}^5 (C_{g,t}^+ s_{g,t}^+ + \beta_{G_g} G_{g,t})$$
  
 b) minimera 
$$\sum_{t=1}^5 (C_{g,t}^+ s_{g,t}^+ + \beta_{G_g} G_{g,t})$$

- c) Minsta respektive största elproduktion i varje timme regleras med särskilda bivillkor. De enda gränser som behöver anges är därmed för de binära variablerna:

- $s_{g,t}^+ \in \{0, 1\}$ ,  $g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24$ ,  
 $u_{g,t} \in \{0, 1\}$ ,  $g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24$ .  
 d) Elproduktionen som funktion av tappningen kan skrivas  $H(Q) = \eta(Q)/\eta_{max} Q \Rightarrow$   
 $Q = H(Q)/\eta(Q)/\eta_{max} = 88,2 \text{ MWh}/(0,98 \cdot 0,6 \text{ MWh}/\text{TE}) = 150 \text{ TE}$ .

### Uppgift 5

- a) Den förväntade icke-levererade energin ges av  

$$EENS_3 = \int_{300}^{\infty} \tilde{F}_3(x) dx = 0,008 \cdot 100/2 = 0,4 \text{ kWh/h}$$
  
 b) Till att börja med kan vi notera att  $\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$ , eftersom vi inte har några bortfall i vattenkraftverket. Den icke-levererade energin om man endast beaktar vattenkraftverket blir då  

$$EENS_1 = \int_{300}^{\infty} \tilde{F}_1(x) dx = 0,2 \cdot 100/2 = 10 \text{ kWh/h}$$

Den förväntade sammanlagda elproduktionen i de två diesलगенераторerna blir då  $EG_{23} = EENS_1 - EENS_3 = 10 - 0,4 = 9,6 \text{ kWh/h}$  och därmed blir den förväntade driftkostnaden  $ETOC = 2EG_{23} = 19,2$   $\square$ /h.

- c) Risken för effektbrist ges av

$$LOLP = \tilde{F}_3(500) = 0,8\%$$

- d) Med den inversa transformmetoden erhålls  $D = F_D^{-1}(U)$ , där  $U$  är ett  $U(0, 1)$ -fördelat slumptal. Eftersom vi i uppgiften fått varaktighetskurvan i stället, kan vi lika gärna använda transformen  $D = F_0^{-1}(U)$ . Det ursprungliga slumptalet måste ha varit  $U = F_0(350) = 0,1$ . Således är  $U^* = 1 - U = 0,9$ , vilket ger  $D^* = F_0^{-1}(U^*) = 212,5 \text{ kW}$ .

- e) Först beräknar vi den förväntade skillnaden mellan den detaljerade och den förenklade modellen i respektive stratum:

$$m_{(X-Z),h} = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (x_{i,h} - z_{i,h}) = \frac{1}{n_h} \left( \sum_{i=1}^{n_h} x_{i,h} - \sum_{i=1}^{n_h} z_{i,h} \right)$$

$$\Rightarrow m_{(X-Z),1} = 0, \\ m_{(X-Z),2} = (58 800 - 0)/4 900 = 12, \\ m_{(X-Z),3} = (602 000 - 490 000)/5 000 = 22,4.$$

Därefter viktar vi ihop resultaten för varje stratum i enlighet med deras stratumvikter:

$$m_{(X-Z)} = \sum_{h=1}^3 \omega_h m_{(X-Z),h} = 0 + 0,05 \cdot 12 + 0,2 \cdot 22,4 = 5,08.$$

$ETOC$  för multi-areamodellen ges av den förväntade skillnaden plus resultatet från SPS-modellen (som beräknades i b-uppgiften):  $ETOC = m_{(X-Z)} + ETOC_{SPS} = 5,08 + 19,2 = 24,28$   $\square$ /h.