



KTH Elektro-  
och systemteknik

## Kompletterings skrivning i EG2050/2C1118 Systemplanering, 24 juni 2010, 16:00-18:00, seminarierummet

### Instruktioner

Endast de uppgifter som är markerade på det bifogade svarsbladet behöver lösas (på de övriga uppgifterna tillgodoräknas resultatet från tentamen). Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Denna kompletterings skrivning kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng.

### Tillåtna hjälpmedel

Vid denna kompletterings skrivning får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).  
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.



## Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

**a) (2 p)** En aktör som är balansansvarig har följande skyldigheter: I) Man är ekonomiskt ansvarig för att systemet under en viss handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som ens kunder förbrukat, II) Man är fysiskt ansvarig för att systemet under en viss handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som ens kunder förbrukat, III) Man är fysiskt ansvarig för att systemet i varje ögonblick tillförs lika mycket effekt som ens kunder förbrukar.

1. Inget av påståendena är sant.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och II är sanna men inte III.

**b) (2 p)** Följande gäller för ett nedregleringsbud på en reglermarknad: I) Om ett nedregleringsbud aktiveras så innebär det att den som lämnat budet köper energi av systemoperatören, II) Ett nedregleringsbud kan verkställas genom att minska produktionen i t.ex. ett vattenkraftverk, III) Ett nedregleringsbud kan verkställas genom att minska elförbrukningen i t.ex. en stor industri.

1. Endast I är sant.
2. I och II är sanna men inte III.
3. I och III är sanna men inte II.
4. II och III är sanna men inte I.
5. Alla påståendena är sanna.

## Uppgift 2 (6 p)

Betrakta den gemensamma elmarknaden för de två länderna Rike och Maa. Antag att det råder perfekt konkurrens, att alla aktörer har perfekt information, samt att det inte finns några magasinsbegränsningar eller effektbegränsningar i kraftverken. Data för den gemensamma elmarknaden framgår av tabell 1. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära inom de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Tabell 1 Data för elmarknaden i Rike och Maa.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]		Rörlig produktionskostnad [ $\varnothing$ /MWh]
	Rike	Maa	
Vattenkraft	60	10	30–60
Kärnkraft	60	20	100–120
Kolkondens	10	20	350–500
Gasturbiner	5	5	800–1 000
Elförbrukning [TWh/år]	110	55	

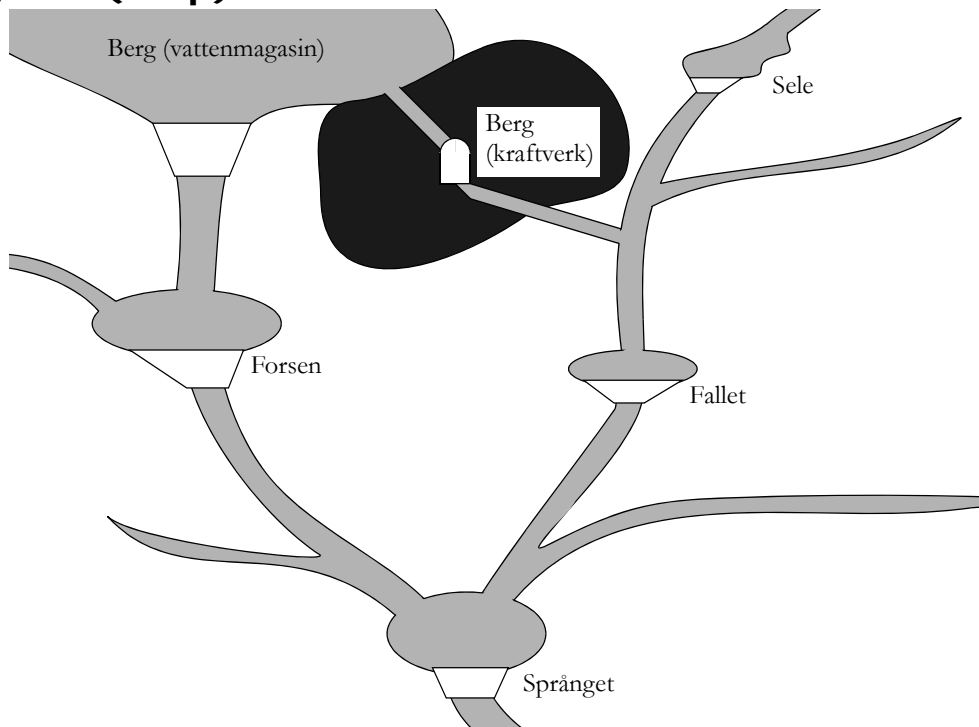
- a) (2 p) Vilket elpris skulle man få på den gemensamma elmarknaden om det inte finns någon transmissionsbegränsning mellan de två länderna?
- b) (2 p) Vilken handel skulle man få mellan de två länderna om det inte finns någon transmissionsbegränsning, d.v.s. vilket land skulle exportera och hur mycket?
- c) (2 p) Antag att elsystemen i Rike och Maa är förbundna via en HVDC-ledning, som maximalt kan överföra ett visst antal TWh per år. Hur stor är överföringskapaciteten på denna ledning om elpriset i Rike är 395  $\varnothing$ /MWh medan elpriset i Maa är 440  $\varnothing$ /MWh?

## Uppgift 3 (6 p)

Betrakta ett elsystem där primärregleringen är uppdelad i en normaldriftreserv och en störningsreserv. Normaldriftreserven har reglerstyrkan 5 000 MW/Hz och är till för att hantera normala variationer i t.ex. last och vindkraftproduktion. Störningsreserven har reglerstyrkan 2 000 MW/Hz och är till för att hantera bortfall i större kraftverk. Normaldriftreserven är tillgänglig i frekvensintervallet 49,9–50,1 Hz och störningsreserven är tillgänglig i frekvensintervallet 49,5–49,9 Hz.

- a) (2 p) Klockan 11:02 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 50,02 Hz. Vid detta tillfälle slår ett blixtnedslag i ett ställverk ut 200 MW elproduktion. De berörda kraftverken deltog inte i primärregleringen. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?
- b) (2 p) Klockan 11:05 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 49,80 Hz. Vid detta tillfälle återstartas kärnkraftverket Strålinge efter ett tidigare snabbstopp, vilket innebär att systemet tillförs ytterligare 1 000 MW produktion. Kärnkraftverket Strålinge deltar inte i primärregleringen. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?
- c) (2 p) Klockan 11:08 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 49,91 Hz. Vid detta tillfälle minskar lasten i systemet med 100 MW. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?

## Uppgift 4 (12 p)



AB Vattenkraft äger fem vattenkraftverk lokaliserade som i figuren ovan. Notera att Berg är ett underjordiskt kraftverk och att vatten som tappas genom turbinen rinner vidare till Fallet, medan spill hamnar i Forsen. I ett korttidsplaneringsproblem för dessa kraftverk har man infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Berg - 1, Sele - 2, Forsen - 3, Fallet - 4, Språnget - 5.

$\lambda_t$  = förväntat elpris timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,

$M_{i,0}$  = innehåll i magasin  $i$  vid planeringsperiodens början,  $i = 1, \dots, 5$ ,

$M_{i,t}$  = innehåll i magasin  $i$  vid slutet av timme  $t$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,

$\bar{M}_i$  = maximalt innehåll i magasin  $i$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,

$\mu_{i,j}$  = marginell produktionsekvivalent i kraftverk  $i$ , segment  $j$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,  $j = 1, 2$ .

$Q_{i,j,t}$  = tappning i kraftverk  $i$ , segment  $j$ , under timme  $t$ ,  
 $i = 1, \dots, 5$ ,  $j = 1, 2$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,

$\bar{Q}_{i,j}$  = maximal tappning i kraftverk  $i$ , segment  $j$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,  $j = 1, 2$ ,

$S_{i,t}$  = spill från magasin  $i$  under timme  $t$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,

$V_{i,t}$  = lokal tillrinning till magasin  $i$  under timme  $t$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,  $t = 1, \dots, 24$ .

**a) (3 p)** Vattenkraftverket Språnget har en maximal tappning på  $200 \text{ m}^3/\text{s}$ . Bästa verkningsgrad erhålls vid tappningen  $150 \text{ m}^3/\text{s}$ . Vid maximal tappning producerar kraftverket installerad effekt, närmare bestämt  $60,5 \text{ MW}$ . Vid bästa verkningsgrad producerar kraftverket  $48,0 \text{ MW}$ .

Antag att man vill ta fram en styckvis linjär modell av elproduktionen som funktion av tappningen i Språnget. Modellen ska ha två segment och brytpunkten läggs vid bästa verkningsgrad. Beräkna följande parametrar:

$\mu_{5,j}$  = marginell produktionsekvivalent i Språnget, segment  $j$ ,

$\bar{Q}_{5,j}$  = maximal tappning i Språnget, segment  $j$ .

**b) (3 p)** Vilka av beteckningarna ovan representerar optimeringsvariabler respektive parametrar?

**c) (4 p)** Formulera det hydrologiska bivillkoret för Fallet, timme  $t$ . Rinntiden mellan kraftverken kan försummas. Använd beteckningarna ovan.

**d) (2 p)** I ett korttidsplaneringsproblem för ett termiskt kraftverk har man infört följande variabler och parametrar:

$\bar{G}$  = övre gräns för elproduktionen i kraftverket då det är i drift,

$G_t$  = elproduktion i kraftverket under timme  $t$ ,

$u_t$  = driftstatus i kraftverket under timme  $t$  (1 om kraftverket är i drift under timme  $t$ , annars 0).

Hur formuleras det linjära bivillkor som reglerar sambandet mellan  $\bar{G}$ ,  $G_t$  och  $u_t$  för timme  $t$ ?

1.  $G_t + \bar{G} + u_t \leq 0$ .

2.  $G_t + \bar{G} \cdot u_t \leq 0$ .

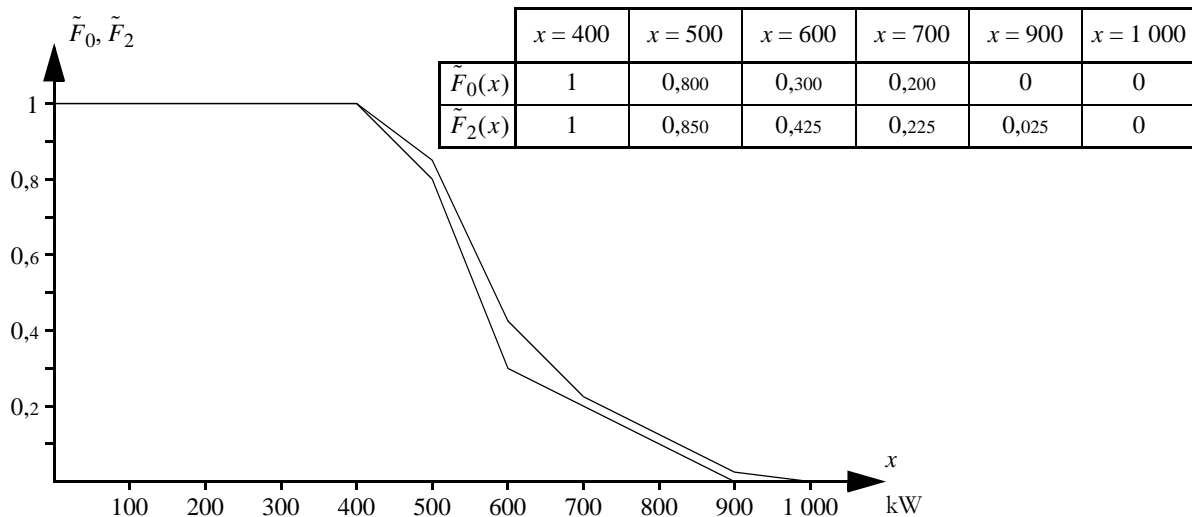
3.  $G_t + \bar{G} \cdot u_t = 0$ .

4.  $G_t + \bar{G} \cdot u_t \geq 0$ .

5.  $G_t - \bar{G} \cdot u_t \leq 0$ .

## Uppgift 5 (12 p)

Ekibuga är en stad i Östafrika. Staden är inte ansluten till något nationellt elnät, utan man har ett eget lokalt system som försörjs av ett vattenkraftverk i närbelägna Ekiyira. Det lokala systemet omfattar också några mindre byar på vägen mellan Ekiyira och Ekibuga. Vattenkraftverket saknar magasin, men vattenflödet är alltid tillräckligt stort för att man ska kunna producera installerad effekt (800 kW) och risken för driftstopp i kraftverket är försumbar. Dessutom finns en dieselgenerator på 100 kW. Figuren nedan visar varaktighetskurvan för den totala lasten i Ekibuga och de små byarna,  $\tilde{F}_0(x)$ , samt varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten inklusive bortfall i dieselgeneratoren,  $\tilde{F}_2(x)$ .



**a) (3 p)** Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den förväntade elproduktionen per timme i dieselgeneratoren.

**b) (3 p)** Vilken tillgänglighet har dieselgeneratoren?

*Tips:* Studera hur man beräknar  $\tilde{F}_2(900)$ !

**c) (2 p)** Ta fram ett värde på lasten med hjälp av den inversa transformmetoden och slumptalet 0,5 från en  $U(0, 1)$ -fördelning.

**d) (3 p)** Antag att man simulerar elsystemet i Ekibuga med hjälp av kontrollvariabelmetoden. Den förenklade modellen motsvarar den modell som används i stokastisk produktionskostnadssimulering, medan den detaljerade modellen är en multi-areamodell, som tar hänsyn till förlusterna på ledningarna mellan Ekiyira och Ekibuga. I Monte Carlo-simuleringen genererar man 5 000 scenarier. I 132 av dessa uppstår effektbrist både i multi-areamodellen och den förenklade modellen. I 110 scenarier uppstår effektbrist endast i multi-areamodellen. Antag att *LOLP* för den förenklade modellen är 2,5%. Vilken skattning av *LOLP* får man från denna simulering?

**e) (1 p)** Antag att man i stället för att använda kontrollvariabelmetoden simulerar elsystemet i Ekibuga med hjälp av stratifierad sampling. Delresultat för varje stratum återfinns i tabell 2. Vilken skattning av *LOLP* får man från denna simulering?

**Tabell 2** Stratum i simuleringen av Ekibuga.

Stratum, $h$	1	2	3	4	5
Stratumvikt, $\omega_h$	0,8	0,025	0,025	0,075	0,075
Skattning av risken för effektbrist, $m_{LOLOh}$	0	0,26	1	0	0,18



KTH Elektro-  
och systemteknik

## Svarsblad

Namn: .....

Personnummer: .....

### Uppgift 1

a) Alternativ ..... är korrekt.

b) Alternativ ..... är korrekt.

### Uppgift 2

a) .....  $\alpha$ /MWh

b) ..... skulle exportera ..... TWh/år

c) ..... TWh/år

### Uppgift 3

a) ..... Hz      b) ..... Hz

c) ..... Hz

### Uppgift 4

a)  $\mu_{5,1}$  ..... MWh/TE     $\mu_{5,2}$  ..... MWh/TE

$\bar{Q}_{5,1}$  ..... TE       $\bar{Q}_{5,2}$  ..... TE

b) Parametrar: .....

Optimeringsvariabler: .....

c) .....

d) Alternativ ..... är korrekt.

### Uppgift 5

a) ..... kWh/h      b) ..... %

c) ..... kW      d) ..... %

e) ..... %



Lösningsslag till kompletteringskrivning i EG2050/2C1118 Systemplanering, 24 juni 2010.

### Uppgift 1

a) 2, b) 2.

### Uppgift 2

a) Den sammanlagda elförbrukningen i de två länderna uppgår till 165 TWh. Vattenkraft och kärnkraft kan totalt producera 150 TWh, vilket betyder att 15 TWh kolkondens kommer att behövas. Därmed utnyttjas 15/30 av prisintervall för kolkondens, d.v.s. elpriset måste vara  $350 + 15/30 \cdot 150 = 425$  €/MWh.

b) Elproduktionen blir 125 TWh i Rike (60 TWh vattenkraft, 60 TWh kärnkraft och 15/30 · 10 = 5 TWh av kolkondenspotentialen). Eftersom elförbrukningen i Rike endast är 110 TWh skulle man exportera 15 TWh till Maa.

c) Eftersom elpriset är lägre i Rike än i Maa så utnyttjas förbindelsen mellan Rike och Maa maximalt (om det inte hade funnits någon transmissionsbegränsning hade man haft samma elpris i bägge länderna). I Rike produceras totalt 123 TWh/år (all vatten- och kärnkraft samt 45/150 = 30% av kolkondenskapaciteten), medan elförbrukningen är 110 TWh/år. Överskottet exporteras till Maa. Alltså kan vi dra slutsatsen att den maximala överföringskapaciteten är 13 TWh/år.

### Uppgift 3

a) Den minskade elproduktionen leder till en frekvensminskning  $\Delta f = \Delta G/R = 200/5000 = 0,04$  Hz, d.v.s. den nya frekvensen blir  $50,02 - 0,04 = 49,98$  Hz.

b) Då frekvensen är 49,80 Hz kan störmingsreserven minska elproduktionen med  $0,1 \cdot 2000 = 200$  MW. Frekvensen har då ökat till 49,9 Hz. Resterande 800 MW produktionsminskning tas om hand av normaldriftreserven, vilket leder till en frekvensökning  $\Delta f = \Delta G/R = 800/5000 = 0,16$  Hz, d.v.s. den nya frekvensen blir  $49,9 + 0,16 = 50,06$  Hz.

c) Den minskade lasten leder till en frekvensökning  $\Delta f = \Delta G/R = 100/5000 = 0,02$  Hz, d.v.s. den nya frekvensen blir  $49,91 + 0,02 = 49,93$  Hz.

### Uppgift 4

a) Följande data är givna i uppgiften:

$\bar{Q}$  = maximal tappning i Språnget = 200,

$\underline{Q}$  = tappning i Språnget vid bästa verkningsgrad = 150,

$\bar{H}$  = elproduktion i Språnget vid bästa verkningsgrad = 48,

$\underline{H}$  = maximal elproduktion i Språnget = 60,5.

De marginella produktionssekvivalenterna kan nu beräknas enligt

$$H_1 = \frac{\bar{H}}{\bar{Q}}$$

och

$$H_2 = \frac{\bar{H} - \underline{H}}{\bar{Q} - \underline{Q}},$$

vilket ger följande linjära modeller av kraftverket:

$H_{5,j} =$  marginell produktionssekvivalent i Språnget, segment  $j =$

$$= \begin{cases} 0,32 & j = 1, \\ 0,25 & j = 2, \end{cases}$$

$$\bar{Q}_{5,j} = \text{maximal tappning i Språnget, segment } j = \begin{cases} 150 & j = 1, \\ 50 & j = 2. \end{cases}$$

b) Parametrar:  $\lambda_p$ ,  $M_{i,p}$ ,  $\bar{M}_i$ ,  $\bar{Q}_{i,j}$ ,  $\mu_{i,j}$  och  $V_{i,r}$ . Optimeringsvariabler:  $M_{i,r}$ ,  $Q_{i,j,r}$  och  $S_{i,r}$ .

c)  $M_{4,r} = M_{4,r-1} + V_{4,r} + Q_{1,1,r} + Q_{1,2,r} + Q_{2,1,r} + Q_{2,2,r} + S_{2,r} - Q_{4,1,r} - Q_{4,2,r} - S_{4,r}$

d) 5.

### Uppgift 5

a) Till att börja med kan vi notera att  $\bar{F}_1(x) = \bar{F}_0(x)$ , eftersom vi inte har några bortfall i vattenkraftverket. Den förväntade elproduktionen i dieselgeneratorm beräknas då enligt

$$EG_2 = EENS_1 - EENS_2 = \int_{800}^{\infty} \bar{F}_1(x) dx - \int_{900}^{\infty} \bar{F}_2(x) dx = 0,1 \cdot 100/2 - 0,025 \cdot 100/2 = 3,75 \text{ kW/h.}$$

b)  $\bar{F}_2(900) = p_1 \bar{F}_1(900) + (1 - p_1) \bar{F}_1(900 - 100) \Rightarrow$

$$p_1 = \frac{\bar{F}_2(900) - \bar{F}_1(800)}{\bar{F}_1(900) - \bar{F}_1(800)} = \frac{0,025 - 0,1}{0 - 0,1} = 75\%.$$

c) Om det givna slumptalet betecknas  $U$  så erhålls ett värde på lasten genom  $D = \bar{F}_0^{-1}(U) =$  {interpolera med hjälp av figuren eller tabellen} = 560 kW.

d)  $m_{LOLO} = \eta_{LOLO} \cdot LOLO + \mu_{LOLO} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (LOLO_i - LOLO) + 0,025 = \frac{1}{5000} \cdot 110 + 0,025 = 4,7\%.$

e)  $m_{LOLO} = \sum_{h=1}^5 \omega_h m_{LOLO,h} = 0 + 0,025 \cdot 0,26 + 0,025 \cdot 1 + 0 + 0,075 \cdot 0,18 = 4,5\%.$