



KTH Elektro-
och systemteknik

Kompletterings skrivning i EG2050 Systemplanering, 13 april 2010, 14:00-16:00, L31

Instruktioner

Endast de uppgifter som är markerade på det bifogade svarsbladet behöver lösas (på de övriga uppgifterna tillgodoräknas resultatet från tentamen). Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Denna kompletterings skrivning kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng.

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna kompletterings skrivning får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (2 p) Följande gäller för ett uppregeringsbud på en reglermarknad: I) Om ett uppregeringsbud aktiveras så innebär det att den som lämnat budet säljer energi till systemoperatören, II) Ett uppregeringsbud kan verkställas genom att öka produktionen i t.ex. ett vattenkraftverk, III) Ett uppregeringsbud kan verkställas genom att minska elförbrukningen i t.ex. en stor industri.

1. Endast I är sant.
2. I och II är sanna men inte III.
3. I och III är sanna men inte II.
4. II och III är sanna men inte I.
5. Alla påståendena är sanna.

b) (2 p) Betrakta en handelsperiod på en timme mellan 8:00 och 9:00. Efterhandshandeln för denna timme innebär att I) Balansansvariga som matat in mer energi till elnätet än vad man har tagit ut måste sälja balanskraft till systemoperatören, II) Balansansvariga som tagit ut mer energi från elnätet än vad man har matat in måste köpa balanskraft av systemoperatören, III) På många elmarknader (t.ex. den nordiska) beror priset på balanskraften av upp- och nedregleringspriserna från realtidshandeln.

1. Inget av påståendena är sant.
2. Endast II är sant.
3. Endast III är sant.
4. I och II är sanna men inte III.
5. Alla påståendena är sanna.

Uppgift 2 (6 p)

Antag att det råder perfekt konkurrens på elmarknaden i Land, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Data för kraftverken i Land ges i tabell 1. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Tabell 1 Data för kraftverken i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]	Rörlig kostnad [\varnothing /MWh]
Vattenkraft	60	5
Kärnkraft	50	90–100
Biobränslen	20	100–400
Fossilgas	10	200–300
Import från grannländerna	10	300–500

- a) (3 p)** Vilket elpris får man i Land om elförbrukningen inte är priskänslig och uppgår till 141,5 TWh/år?
- b) (1 p)** Antag att kärnkraftproducenterna måste betala en avfallshanteringsavgift på 20 \varnothing för varje producerad MWh. Vilket elpris får man i Land?
- c) (2 p)** Om man tar hänsyn till kapacitetsbegränsningar i kraftverken och transmissionsbegränsningar så varierar elpriset i Land och grannländerna från timme till timme. Betrakta en timme då elpriset i Land är 400 \varnothing /MWh och elpriset i grannlandet Mark är 300 \varnothing /MWh. Antag att ledningarna mellan de två länderna har en kapacitet på 400 MW. Hur mycket importerar Land från Mark under denna timme?

Uppgift 3 (6 p)

Betrakta ett elsystem som är indelat i två områden, A och B. Det finns endast en transmissionsförbindelse mellan dessa två områden. Denna förbindelse utgörs av en 220 kV växelströmsledning med en maximal överföringskapacitet på 1 000 MW. Ledningen är försedd med skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning kopplar bort ledningen om den maximala kapaciteten överskrids.

Klockan 14:00 är frekvensen i systemet 50,02 Hz. Effektflödet på transmissionsledningen är 300 MW från area A till area B. Den totala reglerstyrkan i systemet är 4 000 MW/Hz och är tillgänglig i intervallet 50 ± 1 Hz. Strax därefter snabbstoppas ett kärnkraftverk (som ej deltar i primärregleringen) i area B, vilket leder till att man tappar 1 000 MW produktion. Primärregleringen kompenserar detta bortfall genom att öka produktionen med 400 MW i area A och 600 MW i area B.

- a) (1 p) Hur stor är reglerstyrkan i area A?
- b) (1 p) Hur stor är reglerstyrkan i area B?
- c) (2 p) Hur stor är transmissionen från area A till area B efter att primärregleringen stabiliserat frekvensen i systemet? (Svara 0 MW om förbindelsen kopplas bort p.g.a. överbelastning.)
- d) (2 p) Vilken frekvens får man i area A efter att primärregleringen stabiliserat frekvensen i systemet?

Uppgift 4 (12 p)

Stads energi AB äger ett termiskt kraftverk med tre block. Dessutom äger man vattenkraftverket Forsen. Antag att bolaget formulerat sitt korttidsplaneringsproblem som ett MILP-problem och att man har infört följande beteckningar:

Index för de termiska kraftverken: Block I - 1, Block II - 2, Block III - 3.

- β_{Gg} = rörlig produktionskostnad i kraftverk g ,
- C_g^+ = startkostnad i kraftverk g , $g = 1, 2, 3$,
- γ = förväntad framtida produktionsekvivalent för vatten lagrat i Forsens magasin,
- D_t = avtalad last timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- $G_{g,t}$ = elproduktion i kraftverk g , timme t , $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$,
- \bar{G}_g = installerad effekt i kraftverk g , $g = 1, 2, 3$,
- \underline{G}_g = minimal elproduktion då kraftverk g är i drift, $g = 1, 2, 3$,
- λ_t = förväntat elpris timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- λ_{25} = förväntat elpris efter planeringsperiodens slut,
- M_0 = innehåll i Forsens magasin vid planeringsperiodens början,
- M_t = innehåll i Forsens magasin vid slutet av timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- \bar{M} = maximalt innehåll i Forsens magasin,
- p_t = köp från ElKräng timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- $Q_{j,t}$ = tappning i Forsen, segment j , timme t , $j = 1, 2$, $t = 1, \dots, 24$,
- \bar{Q}_j = maximal tappning i Forsen, segment j , $j = 1, 2$,
- r_t = försäljning till ElKräng timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- S_t = spill i Forsen under timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- \bar{S} = maximalt spill från Forsen,
- $s_{g,t}^+$ = startvariabel för kraftverk g , timme t , $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$,
- $u_{g,0}$ = driftstatus i kraftverk g vid planeringsperiodens början, $g = 1, 2, 3$,
- $u_{g,t}$ = driftstatus i kraftverk g , timme t , $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$.

a) (4 p) Den bästa verkningsgraden i vattenkraftverket Forsen erhålls vid tappningen $80 \text{ m}^3/\text{s}$ och elproduktionen är då 64 MW . Den maximala tappningen i Forsen är $120 \text{ m}^3/\text{s}$ och då är den relativa verkningsgraden 95% . Antag att man vill ta fram en styckvis linjär modell av elproduktionen som funktion av tappningen i Forsen. Modellen ska ha två segment och brytpunkten läggs vid bästa verkningsgrad. Beräkna följande parametrar:

- μ_j = marginell produktionsekvivalent i Forsen, segment j ,
- \bar{Q}_j = maximal tappning i Forsen, segment j .

b) (4 p) Antag att Stads energi AB säljer dels el till kunder med fastkraftavtal och dels handlar man på den lokala elbörsen, ElKräng, där man har möjlighet att både köpa och sälja el. Formulera lastbalansbivillkoret i bolagets korttidsplaneringsproblem. Använd beteckningarna ovan.

c) (4 p) Formulera gränserna för de optimeringsvariabler i Stads energi AB:s korttidsplaneringsproblem som definierats ovan. För att få full poäng på denna uppgift måste du även ange tillåtna indexvärden för varje gräns!

Uppgift 5 (12 p)

Betrakta en elmarknad med normalfördelad last som försörjs av tre kraftverk på 300, 200 respektive 100 MW. I tabell 2 visas några delresultat då man genomför en stokastisk produktionskostnadssimulering av denna elmarknad.

Tabell 2 Resultat från en stokastisk produktionskostnadssimulering av elmarknaden i uppgift 5.

	$x = 100$	$x = 200$	$x = 300$	$x = 400$	$x = 500$	$x = 600$	$x = \infty$
$F_0(x)$	0,999	0,839	0,156	0,001	0,000	0,000	0,000
$\int_0^x \tilde{F}_0(\xi) d\xi$	100,980	196,673	245,991	249,982	250,000	250,000	250,000
$F_1(x)$	0,999	0,855	0,241	0,101	0,084	0,016	0,000
$\int_0^x \tilde{F}_1(\xi) d\xi$	100,982	197,106	251,492	265,082	274,667	279,599	280,000
$F_2(x)$	0,999	0,870	0,316	0,176	0,100	0,024	0,000
$\int_0^x \tilde{F}_2(\xi) d\xi$	100,983	197,495	256,441	278,284	292,350	298,147	300,000
$F_3(x)$	0,999	0,882	0,372	0,190	0,107	0,032	0,000
$\int_0^x \tilde{F}_3(\xi) d\xi$	100,985	197,844	260,546	286,100	300,943	307,568	310,000

- a) (3 p) Vilken *LOLP* har man i systemet?
- b) (2 p) Hur stor är den förväntade elproduktionen per timme i det andra kraftverket?
- c) (1 p) Vad har lasten för väntevärde?
Tips: Studera EENS₀!
- d) (2 p) Antag att samma system simuleras med Monte Carlo-teknik och att man slumpat fram värdet 100 MW för den totala lasten. Vad är slumptalskomplementet till detta slumptal?
- e) (4 p) Antag att man simulerar samma elmarknad med hjälp av en multiareamodell. Resultaten från 10 000 scenarier redovisas i tabell 3. I denna simulering används både kontrollvariabler och stratifierad sampling. Vilken skattning av *LOLP* ger denna simulering?

Tabell 3 Resultat från en Monte Carlo-simulering av elsystemet i uppgift 5.

Stratum, h	Stratumvikt, ω_h	Antal scenarier, n_h	Resultat från multi-areamodell, $\sum_{i=1}^h x_{i,h}$ (där $x_{i,h}$ är det observerade värdet på <i>LOLO</i> i scenario i , stratum h)	Resultat från SPS-modell, $\sum_{i=1}^h z_{i,h}$ (där $z_{i,h}$ är det observerade värdet på <i>LOLO</i> _{SPS} i scenario i , stratum h)
1	0,956	5 000	0	0
2	0,012	4 900	980	0
3	0,032	100	100	100



KTH Elektro-
och systemteknik

Svarsblad

Namn:

Personnummer:

Uppgift 1

a) Alternativ är korrekt.

b) Alternativ är korrekt.

Uppgift 2

a) α /MWh b) α /MWh

c) MWh

Uppgift 3

a) MW/Hz b) MW/Hz

c) MW d) Hz

Uppgift 4

a) μ_1 MWh/TE μ_2 MWh/TE

\bar{Q}_1 TE \bar{Q}_2 TE

b)

c)

.....

.....

Uppgift 5

a) % b) MWh/h

c) MW d) MW

e) %

Lösningssförslag till kompletteringskravning i ECG2050 Systemplanering, 13 april 2010.

Uppgift 1

b) 5, b) 5.

Uppgift 2

a) Antag att elpriset, λ , ligger i intervallet 300 till 500 $\text{€}/\text{MWh}$. Vattenkraft, kärnkraft och fossilgas producerar då 120 TWh och därmed måste biobränslen och import tillsammans ge 21,5 TWh. Bidraget från biobränsle plus import kan skrivas

$$\frac{\lambda - 100}{400 - 100} \cdot 20 + \frac{\lambda - 300}{500 - 300} \cdot 8.$$

Sätter man detta uttryck lika med 21,5 och löser ekvationen får man elpriset $\lambda = 370 \text{ €}/\text{MWh}$.

b) Den rörliga produktionskostnaden i kärnkraften inklusive avgiften hamnar mellan 110 och 120 $\text{€}/\text{MWh}$. Eftersom detta fortfarande är lägre än det tidigare elpriset i Land kommer kärnkraftverken att fortsätta att producera för fullt och samma kraftslag som tidigare (d.v.s. biobränsle och import) kommer att sätta priset. Med andra ord kommer elpriset att förbli 370 $\text{€}/\text{MWh}$.

c) Eftersom elpriset i Mark är lägre än i elpriset i Land kommer Land att importera så mycket som möjligt, d.v.s. 400 MWh.

Uppgift 3

a) Eftersom $\Delta J = \Delta G_{tot}/R_{tot}$ och $\Delta G_A = R_A \Delta J$ så får vi att $R_A/R_{tot} = \Delta G_A/\Delta G_{tot}$ (d.v.s. area A:s andel av den totala reglerstyrkan är lika stor som area A:s andel av den totala produktionsökningen till följd av bortfallet), vilket ger $R_A = 400/1000 \cdot 4000 = 1600 \text{ MW}/\text{Hz}$.

b) På samma sätt som i a-uppgiften erhålls $R_B = 60/1000 \cdot 4000 = 2400 \text{ MW}/\text{Hz}$.

c) I area B har man fördrat 1000 MW produktion, varav 600 MW ersatts av primärregleringen i area B. De övriga 400 MW måste täckas av ökad import från area A. Alltså blir det nya flödet från area A till area B är $300 + 400 = 700 \text{ MW}$, vilket är lägre än ledningens maximala kapacitet.

d) Eftersom de två areorna fortfarande är ett synkront nät kan frekvensminskningen beräknas genom $\Delta J = \Delta G_{tot}/R_{tot} = 1000/4000 = 0,25 \text{ Hz}$, d.v.s. den nya frekvensen blir $50,02 - 0,25 = 49,77 \text{ Hz}$.

Uppgift 4

a) Följande data är givna i uppgiften:

\bar{Q} = maximal tappning i Strömmen = 120,

\hat{Q} = tappning i Strömmen vid bästa verkningsgrad = 80,

\bar{H} = elproduktion i Strömmen vid bästa verkningsgrad = 64,

$\eta(\bar{Q})$ = relativ verkningsgrad vid maximal tappning i Språnget = 0,95.

För att beräkna de marginella produktionssekvivalenterna behövs elproduktionen vid maximal tappning, som kan beräknas med hjälp av sambandet $H = \gamma_{min} \cdot \eta(\bar{Q}) \cdot \bar{Q}$. Först måste vi dock beräkna den maximala produktionssekvivalenten, som erhålls vid bästa verkningsgrad:

γ_{max} = maximal produktionssekvivalent i Strömmen = $64/80 = 0,8 \text{ MWh}/\text{TE}$.

Den sökta elproduktionen vid maximal tappning är därmed

\bar{H}_1 = maximal elproduktion i Strömmen = $0,80 \cdot 0,95 \cdot 120 = 91,2 \text{ MW}$.

De marginella produktionssekvivalenterna kan nu beräknas enligt

$$\mu_1 = \frac{\hat{H}}{\bar{Q}}$$

och

$$\mu_2 = \frac{\bar{H} - \hat{H}}{\bar{Q} - \hat{Q}},$$

vilket ger följande linjära modeller av kraftverket:

μ_j = marginell produktionssekvivalent i Strömmen, segment $j =$

$$= \begin{cases} 0,80 & j = 1, \\ 0,68 & j = 2, \end{cases}$$

\bar{Q}_j = maximal tappning i Strömmen, segment $j = \begin{cases} 80 & j = 1, \\ 40 & j = 2. \end{cases}$

$$b) \sum_{g=1}^3 C_{g,t} + \sum_{j=1}^2 \mu_j \bar{Q}_{j,t} + P_t = D_t + r_t$$

c) Minsta respektive största elproduktion i varje timme regleras med särskilda bivillkor. Däremot har vi följande gränser för vattenkraftvariablerna, elhandeln och de binära variablerna:

$$0 \leq M_t \leq \bar{M}, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq Q_{j,t} \leq \bar{Q}_j, \quad j = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq S_t \leq \bar{S}, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq P_t, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq r_t, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$s_{g,t}^+ \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$u_{g,t} \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Uppgift 5

a) $LOLP = \bar{F}_3(600) = 3,2\%$.

$$b) EG_2 = EENS_1 - EENS_2 = \int_{300}^{\infty} \bar{F}_1(\xi) d\xi - \int_{300}^{\infty} \bar{F}_2(\xi) d\xi =$$

$$= \left(\int_0^{\infty} \bar{F}_1(\xi) d\xi - \int_0^{300} \bar{F}_1(\xi) d\xi \right) - \left(\int_0^{\infty} \bar{F}_2(\xi) d\xi - \int_0^{500} \bar{F}_2(\xi) d\xi \right) =$$

$$= (280.000 - 251.492) - (300.000 - 292.350) = 20.858 \text{ MWh}/\text{h}.$$

c) $E|D| = EEN_0^S = \int_0^{\infty} \tilde{F}_0(\xi) d\xi = 250 \text{ MW}$.

d) Normalfördelningen är symmetrisk vilket betyder att om $D = \mu + X$ så är $D^* = \mu - X$. I det här fallet måste slumpvariabelkomplementet därmed vara 400 MW.

e) Först beräknar vi den förväntade skillnaden mellan multi-areamodellen och SPS-modellen i respektive stratum:

$$m_{(X-Z),h} = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (x_{i,h} - z_{i,h}) = \frac{1}{n_h} \left(\sum_{i=1}^{n_h} x_{i,h} - \sum_{i=1}^{n_h} z_{i,h} \right)$$

$$\Rightarrow m_{(X-Z),1} = 0,$$

$$m_{(X-Z),2} = (980 - 0)/4 = 245,$$

$$m_{(X-Z),3} = 0.$$

Därefter viktas vi ihop resultaten för varje stratum i enlighet med deras stratumvikter:

$$m_{(X-Z)} = \sum_{h=1}^3 \omega_h m_{(X-Z),h} = 0 + 0,012 \cdot 245 + 0 = 2,94.$$

LOLP för multi-areamodellen ges av den förväntade skillnaden plus resultatet från SPS-modellen (som beräknades i a-uppgiften):

$$LOLP = m_{(X-Z)} + LOLP_{SPS} = 2,94 + 0,032 = 3,44\%$$