



KTH Elektro-
och systemteknik

Kompletterings skrivning i EG2050 Systemplanering, 20 mars 2009, 15:00-17:00, seminarierummet

Instruktioner

Endast de uppgifter som är markerade på det bifogade svarsbladet behöver lösas (på de övriga uppgifterna tillgodoräknas resultatet från tentamen). Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Denna kompletterings skrivning kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng.

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna kompletterings skrivning får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (2 p) En aktör som är balansansvarig har följande skyldigheter: I) Man är fysiskt ansvarig för att systemet i varje ögonblick tillförs lika mycket effekt som ens kunder förbrukar, II) Man är ekonomiskt ansvarig för att systemet i varje ögonblick tillförs lika mycket effekt som ens kunder förbrukar, III) Man är ekonomiskt ansvarig för att systemet under en viss handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som ens kunder förbrukat.

1. Inget av påståendena är sant.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och II är sanna men inte III.

b) (1 p) Med efterhandshandeln avser vi all handel som sker efter själva leveranstimmen (eller någon annan handelsperiod). Vilket av följande typer av kontrakt kan handlas på en efterhandsmarknad?

1. Balanskraft, d.v.s. då en balansansvarig aktör säljer ett eventuellt överskott i sin balans till systemoperatören, eller då en balansansvarig aktör köper av systemoperatören för att täcka ett eventuellt underskott i sin balans.
2. Fastkraft, d.v.s. då en säljaren förbinder sig att leverera en viss mängd energi i varje handelsperiod under kontraktets giltighetstid.
3. Reglerkraft, d.v.s. då en aktör på begäran av systemoperatören tillför systemet mer effekt (uppreglering) eller då en aktör på begäran av systemoperatören tar ut mer effekt från systemet (nedreglering).

c) (1 p) Vad gäller för ett s.k. självbetjäningskontrakt?

1. Kunden måste i förväg meddela leverantören exakt hur mycket energi man kommer att förbruka under varje handelsperiod.
2. Kunden köper lika mycket energi per handelsperiod under hela kontraktets giltighetstid.
3. Under kontraktets giltighetstid abonnerar kunden på en viss maximal effekt och får köpa valfri mängd energi per handelsperiod, så länge den maximala effekten inte överskrids.

Uppgift 2 (6 p)

Antag att man på elmarknaden i Land har perfekt konkurrens, alla aktörer har perfekt information, samt att det inte finns några nät- eller effektbegränsningar. Vattenmagasinen i Land har emellertid en viss maximal lagringskapacitet. Den rörliga produktionskostnaden i vattenkraften är försumbar. Den 1 januari innehåller vattenmagasinen totalt 20 TWh och enligt långtidsprognoserna för elmarknaden (vilka som sagt var antas vara felfria) ska magasinen innehålla 25 TWh den 31 december. Tillrinningen och övriga data för elmarknaden i Land ges i tabell 1 nedan. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära inom de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Antag att elpriset är 350 $\text{€}/\text{MWh}$ mellan 1 januari och den 30 juni och 400 $\text{€}/\text{MWh}$ mellan 1 juli och 31 december.

Tabell 1 Data för elmarknaden i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh]		Rörlig produktionskostnad [$\text{€}/\text{MWh}$]
	1 januari till 30 juni	1 juli till 31 december	
Kärnkraft	35	35	100–120
Kolkondens	15	15	300–450
Gasturbiner	5	5	800–1 000
Tillrinning i vattenkraftmagasinen [TWh]	150	55	
Elförbrukning [TWh]	145	140	

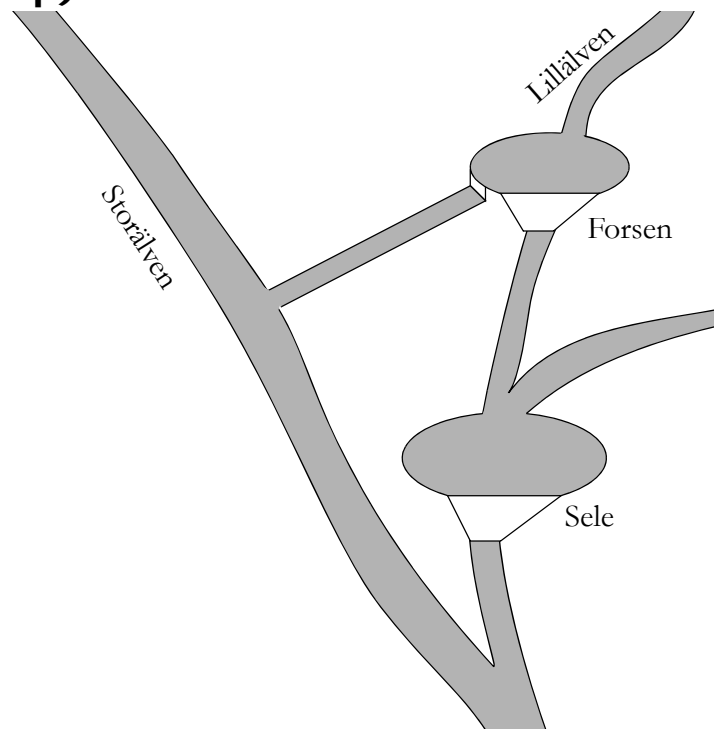
- a) (1 p) Hur stor är den totala kärnkraftproduktionen i Land mellan den 1 januari och den 30 juni?
- b) (1 p) Hur stor är den totala gasturbinproduktionen i Land mellan den 1 juli och den 31 december?
- c) (2 p) Hur stor är den totala kolkondensproduktionen i Land mellan den 1 januari och den 30 juni?
- d) (2 p) Hur stor är den totala lagringskapaciteten i vattenmagasinen i Land?

Uppgift 3 (6 p)

Betrakta ett kraftverk som producerar 194 MW då frekvensen i systemet är 49,92 Hz och 179 MW då frekvensen är 50,02 Hz. Kraftverkets installerade effekt är 200 MW.

- a) (2 p) Hur stor är kraftverkets reglerstyrka?
- b) (2 p) Vilken basproduktion (d.v.s. produktionen då frekvensen är exakt 50 Hz) är inställd i kraftverket?
- c) (2 p) Hur mycket producerar kraftverket då frekvensen i systemet är 49,8 Hz?

Uppgift 4 (12 p)



a) (4 p) Den maximala tappningen i vattenkraftverket Forsen är $120 \text{ m}^3/\text{s}$ och den bästa verkningsgraden erhålls vid tappningen $90 \text{ m}^3/\text{s}$. Kraftverkets maximala produktionsekvivalent är $0,25 \text{ MWh/TE}$ och produktionsekvivalenten vid maximal tappning är $0,24 \text{ MWh/TE}$. Antag att man vill ta fram en styckvis linjär modell av elproduktionen som funktion av tappningen i Forsen. Modellen ska ha två segment och brytpunkten läggs vid bästa verkningsgrad. Beräkna följande parametrar:

$$\begin{aligned} \mu_j &= \text{marginell produktionsekvivalent i Forsen, segment } j, \\ \bar{Q}_j &= \text{maximal tappning i Forsen, segment } j. \end{aligned}$$

b) (4 p) AB Vattenkraft äger två vattenkraftverk lokaliserade som i figuren ovan. För att lax ska kunna vandra upp från Storälven till den utbyggda delen av Lillälven uppströms Forsen har miljödomstolen ålagt AB Vattenkraft att släppa ut ett flöde på $10 \text{ m}^3/\text{s}$ i kanalen mellan Forsens magasin och Storälven. I ett korttidsplaneringsproblem för dessa kraftverk har man infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Forsen 1, Sele 2.

$$\begin{aligned} M_{i,0} &= \text{innehåll i magasin } i \text{ vid planeringsperiodens början, } i = 1, 2, \\ M_{i,t} &= \text{innehåll i magasin } i \text{ vid slutet av timme } t, i = 1, 2, t = 1, \dots, 24, \\ p_t &= \text{köp från ElKräng timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ Q_{i,j,t} &= \text{tappning i kraftverk } i, \text{ segment } j, \text{ under timme } t, \\ & \quad i = 1, 2, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24. \\ r_t &= \text{försäljning till ElKräng timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ S_{i,t} &= \text{spill från magasin } i \text{ under timme } t, i = 1, 2, t = 1, \dots, 24, \\ S_{\text{kanal}} &= \text{vattenflöde genom kanalen mellan Forsen och Storälven,} \\ V_{i,t} &= \text{lokal tillrinning till magasin } i \text{ under timme } t, i = 1, 2, t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$

Formulera det hydrologiska bivillkoret för Forsen, timme t . Rinntiden mellan kraftverken kan försummas. Använd beteckningarna ovan.

c) (2 p) I följande fall är man tvungen att använda heltalsvariabler för att modellera elproduktionen i ett termiskt kraftverk: I) Då kraftverket har en startkostnad som anges i SEK/start, II) Då kraftverket har en stoppkostnad som anges i SEK/stopp, III) Då kraftverket har en högsta möjliga produktionsnivå, \bar{G} , då kraftverket är i drift.

1. Inget av påståendena är sanna.
2. I och II är sanna men inte III.
3. I och III är sanna men inte II.
4. II och III är sanna men inte I.
5. Alla påståendena är sanna.

d) (2 p) I ett korttidsplaneringsproblem för ett termiskt kraftverk har man infört följande variabler och parametrar:

- C^+ = startkostnad för kraftverket,
- C^- = stoppkostnad för kraftverket,
- G_t = elproduktion i kraftverket under timme t ,
- s_t^+ = startvariabel för timme t (1 om kraftverket startar produktionen i början av timme t , annars 0),
- s_t^- = stoppvariabel för timme t (1 om kraftverket stoppar produktionen i början av timme t , annars 0),
- u_t = driftstatus under timme t (1 om kraftverket är i drift, 0 om det inte är i drift),
- β = rörlig produktionskostnad.

Man har valt följande målfunktion för planeringsproblemet:

$$\text{minimera} \quad \sum_{t \in \mathcal{T}} (\beta G_t + C^+ s_t^+ + C^- s_t^-).$$

Hur kan man formulera driftstatusbivillkoret i detta problem?

- I) $u_t - u_{t-1} - s_t^+ = 0$,
- II) $u_t - u_{t-1} - s_t^+ \leq 0$,
- III) $u_t - u_{t-1} - s_t^+ - s_t^- = 0$.

1. Inget av alternativen är korrekt.
2. Endast alternativ I är korrekt.
3. Endast alternativ II är korrekt.
4. Endast alternativ III är korrekt.
5. Man kan välja mellan att använda alternativ I och alternativ II.

Uppgift 5 (12 p)

Betrakta en elmarknad med tre kraftverk: ett termiskt kraftverk på 400 MW (rörlig driftkostnad 15 $\text{€}/\text{MWh}$), ett vattenkraftverk på 600 MW (försumbar driftkostnad) och ett termiskt kraftverk på 800 MW (rörlig driftkostnad 10 $\text{€}/\text{MWh}$). I tabell 2 visas varaktighetskurvorna för den ekvivalenta lasten då man lägger in dessa tre kraftverk.

Tabell 2 Varaktighetskurvor för den ekvivalenta lasten på elmarknad i uppgift 5a–d.

Intervall	$\tilde{F}_1(x)$	$\tilde{F}_2(x)$	$\tilde{F}_3(x)$
$0 \leq x < 400$	1	1	1
$400 \leq x < 600$	0,9900	0,9910	0,9919
$600 \leq x < 800$	0,9000	0,9100	0,9190
$800 \leq x < 1\,000$	0,5000	0,5500	0,5941
$1\,000 \leq x < 1\,200$	0,1000	0,1900	0,2620
$1\,200 \leq x < 1\,400$	0,0100	0,1080	0,1522
$1\,400 \leq x < 1\,600$	0	0,0900	0,1000
$1\,600 \leq x < 1\,800$	0	0,0500	0,0558
$1\,800 \leq x < 2\,000$	0	0,0100	0,0180
$2\,000 \leq x < 2\,200$	0	0,0010	0,0059
$2\,200 \leq x < 2\,400$	0	0	0,0010
$2\,400 \leq x < 2\,600$	0	0	0,0001
$2\,600 \leq x$	0	0	0

- a) (2 p) Hur stor är den förväntade elproduktionen per timme i det mindre termiska kraftverket?
- b) (2 p) Hur stor är den förväntade elproduktionen per timme i det större termiska kraftverket?
- c) (1 p) Hur stor är den förväntade driftkostnaden per timme i detta system?
- d) (1 p) Hur stor är risken för effektbrist i detta system?
- e) (4 p) Antag att en elmarknad har simulerats med Monte Carlo-teknik. För att få ett noggrant resultat från Monte Carlo-simuleringen har man valt att använda stratifierad sampling.

Resultaten från de femton första scenarierna i Monte Carlo-simuleringen finns sammanställda i tabell 3. Vilka skattningar av *ETOC* och *LOLP* får man utifrån dessa resultat?

Tabell 3 Resultat från en Monte Carlo-simulering av en elmarknad.

Stratum	Stratumvikt	Observationer av <i>TOC</i> [$\text{€}/\text{h}$]	Observationer av <i>LOLO</i>
1	0,9	3 500, 5 000, 4 500, 3 000, 4 000	0, 0, 0, 0, 0
2	0,09	5 250, 5 500, 7 500, 5 500, 6 250	0, 0, 1, 0, 0
3	0,01	7 500, 7 500, 7 500, 5 000, 7 500	1, 1, 1, 1, 1

f) (2 p) Man önskar skatta väntevärdet $E[X]$ med hjälp av kontrollvariabelmetoden. Låt x_i beteckna den i :te observationen av X och låt z_i beteckna den i :te observationen av kontrollvariabeln, Z . Totalt har man gjort n observationer. Hur beräknas skattningen m_X ?

$$1. m_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + E[Z].$$

$$2. m_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i - E[Z].$$

$$3. m_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - z_i) + E[Z].$$

$$4. m_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - z_i) - E[Z].$$

$$5. m_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - x_i) + E[Z].$$



KTH Elektro-
och systemteknik

Svarsblad

Namn:

Personnummer:

Uppgift 1

a) Alternativ är korrekt.

b) Alternativ är korrekt.

c) Alternativ är korrekt.

Uppgift 2

a) TWh b) TWh

c) TWh d) TWh

Uppgift 3

a) MW/Hz b) MW

c) MW

Uppgift 4

a) μ_1 MWh/TE μ_2 MWh/TE

\bar{Q}_1 TE \bar{Q}_2 TE

b)

c) Alternativ är korrekt.

d) Alternativ är korrekt.

Uppgift 5

a) MWh/h b) MWh/h

c) α /h d) %

e) *ETOC* α /h *LOLP* %

f) Alternativ är korrekt.

Lösningsslag till kompletteringskrivning i ECG2050 Systemplanering, 20 mars 2009.

Uppgift 1

- a) 4, b) 1, c) 3.

Uppgift 2

- a) Eftersom elpriset är högre än den rörliga produktionskostnaden i den dyraste kärnkraften kommer kärnkraftverken i Land att producera för fullt, d.v.s. 35 TWh.
 b) Eftersom elpriset är lägre än den rörliga produktionskostnaden i de billigaste gasturbinerna kommer gasturbinerna inte att användas.
 c) Den del av kolkondensen som har en lägre driftkostnaden än elpriset 350 ¢/MWh kommer att utnyttjas, d.v.s. $(350 - 300)/(450 - 300) \cdot 15 = 5 \text{ TWh}$.
 d) Eftersom elpriset är lägre det första halvåret så är magasinen maximalt fyllda mellan den 30 juni och 1 juli (om det inte hade funnits någon magasinbegränsning hade man haft samma elpris under hela året). Under det första halvåret kan vattenkraften totalt producera 20 TWh (startinnehåll + 150 TWh (ållrinning) = 170 TWh. Eftersom elförbrukningen under denna period är 145 TWh, varav 40 TWh täcks av kärnkraft och kolkondens, så måste vattenkraftproduktionen vara 105 TWh. Alltså kan vi dra slutsatsen att vattenmagasinen rymmer 65 TWh.

Uppgift 3

- a) Vid en frekvensändring på 0,1 Hz ändras produktionen med 15 MW, vilket ger reglerstyrkan $R = \Delta G/\Delta f = 15/0,1 = 150 \text{ MW/Hz}$.
 b) Om vi tex. betraktar elproduktionen vid frekvensen 49,92 Hz så ger formeln $G = G_0 - R(f - f_0)$ att $G_0 = 194 + 150(49,92 - 50) = 182 \text{ MW}$.
 c) Vid frekvensen 49,8 Hz får vi att $G = G_0 - R(f - f_0) = 182 - 150(49,8 - 50) = 212 \text{ MW}$. Denna elproduktion är emellertid större än den installerade effekten i kraftverket. Elproduktionen vid denna frekvens blir därför lika med installerad effekt, d.v.s. 200 MW.

Uppgift 4

- a) Följande data är givna i uppgiften:

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= \text{tappning i Forsen vid bästa verkningsgrad} = 90, \\ \hat{Q} &= \text{maximal tappning i Forsen} = 120, \\ \gamma(\hat{Q}) &= \text{produktionssekvivalent vid bästa verkningsgrad i Forsen} = 0,24, \\ \gamma(\hat{Q}) &= \text{produktionssekvivalent vid maximal tappning i Forsen} = 0,25. \end{aligned}$$

För att beräkna de marginella produktionssekvivalenterna behövs elproduktionen vid bästa verkningsgrad samt vid maximal tappning. Enligt definition har vi

$$H(Q) = \gamma(Q) \cdot Q = \begin{cases} 22,5 & Q = 90, \\ 28,8 & Q = 120. \end{cases}$$

De marginella produktionssekvivalenterna kan nu beräknas enligt

$$\mu_1 = \frac{\hat{H}}{\hat{Q}}$$

och

$$\mu_2 = \frac{\hat{H} - \hat{H}}{\hat{Q} - \hat{Q}},$$

vilket ger följande linjära modeller av kraftverket:

$$\begin{aligned} \mu_j &= \text{marginell produktionssekvivalent i Forsen, segment } j = \\ &= \begin{cases} 0,25 & j = 1, \\ 0,21 & j = 2, \end{cases} \end{aligned}$$

$$\bar{Q}_j = \text{maximal tappning i Forsen, segment } j = \begin{cases} 90 & j = 1, \\ 30 & j = 2. \end{cases}$$

- b) $M_{1,r} = M_{1,r-1} + V_{1,r} - Q_{1,1,r} - Q_{1,2,r} - S_{1,r} - S_{\text{kanal}}$
 c) 2.
 d) 1.

Uppgift 5

- a) Det mindre termiska kraftverket läggs in som kraftverk nummer 3, eftersom det är det dyraste kraftverket i systemet. Den förväntade elproduktionen är därmed

$$\begin{aligned} EG_3 &= EENS_2 - EENS_3 = \int_{1400}^{\infty} \tilde{F}_2(x) dx - \int_{1800}^{\infty} \tilde{F}_3(x) dx = \\ &= 200(0,09 + 0,05 + 0,01 + 0,001) - 200(0,018 + 0,0059 + 0,001 + 0,0001) = 25,2 \text{ MWh/h.} \end{aligned}$$

- a) Det större termiska kraftverket läggs in som kraftverk nummer 2, eftersom det är det näst billigaste kraftverket i systemet. Den förväntade elproduktionen är därmed

$$\begin{aligned} EG_2 &= EENS_1 - EENS_2 = \int_{600}^{\infty} \tilde{F}_1(x) dx - \int_{1400}^{\infty} \tilde{F}_2(x) dx = \\ &= 200(0,9 + 0,5 + 0,1 + 0,01) - 200(0,09 + 0,05 + 0,01 + 0,001) = 271,8 \text{ MWh/h.} \end{aligned}$$

$$\text{c) } ETOC = 10EG_2 + 15EG_3 = 3\,096 \text{ ¢/h.}$$

$$\text{d) } LOLP = \tilde{F}_3(1\,800) = 1,8\%.$$

- e) Följande skattningar erhålls av väntevärdet i respektive stratum:

$$\begin{aligned} m_{TOC1} &= 20\,000/5 = 4\,000 & m_{LOLO1} &= 0 \\ m_{TOC2} &= 30\,000/5 = 6\,000 & m_{LOLO2} &= 1/5 = 0,2 \\ m_{TOC3} &= 35\,000/5 = 7\,000 & m_{LOLO3} &= 5/5 = 1 \end{aligned}$$

Alltså får vi

$$m_{TOC} = \sum_{h=1}^3 \omega_h m_{TOCh} = 0,9 \cdot 4.000 + 0,09 \cdot 6.000 + 0,01 \cdot 7.000 = 4.210 \text{ €}/h,$$

$$m_{LOLO} = \sum_{h=1}^3 \omega_h m_{LOLoh} = 0 + 0,09 \cdot 0,2 + 0,01 \cdot 1 = 2,8\%.$$

f) 3.