



**KTH Elektro-
och systemteknik**

Tentamen i EG2050 Systemplanering, 10 juni 2008, 8:00–13:00, V34, V35

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (2 p) En aktör som är balansansvarig har följande skyldigheter: I) Man är fysiskt ansvarig för att systemet i varje ögonblick tillförs lika mycket effekt som ens kunder förbrukar, II) Man är ekonomiskt ansvarig för att systemet i varje ögonblick tillförs lika mycket effekt som ens kunder förbrukar, III) Man är ekonomiskt ansvarig för att systemet under en viss handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som ens kunder förbrukat.

1. Inget av påståendena är sant.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och II är sanna men inte III.

b) (2 p) Konsumenterna kan välja elleverantör på följande typer av elmarknader: I) Vertikalt integrerad elmarknad, II) Centraliserad elmarknad, III) Bilateral elmarknad.

1. Endast I är sant.
2. Endast II är sant.
3. Endast III är sant.
4. I och III är sanna men inte II.
5. II och III är sanna men inte I.

Uppgift 2 (6 p)

Betrakta den gemensamma elmarknaden för de två länderna Rike och Maa. Antag att det råder perfekt konkurrens, att alla aktörer har perfekt information, samt att det inte finns några magasinbegränsningar eller effektbegränsningar i kraftverken. Elsystemen i Rike och Maa är förbundna via en HVDC-ledning, som maximalt kan överföra ett visst antal TWh per år. Data för den gemensamma elmarknaden framgår av tabell 1. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära inom de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Tabell 1 Data för elmarknaden i Rike och Maa.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]		Rörlig produktionskostnad [\varnothing /MWh]
	Rike	Maa	
Vattenkraft	50	10	30–60
Kärnkraft	50	20	120
Kolkondens	10	20	300–480
Gasturbiner	5	5	800–1 000
Elförbrukning [TWh/år]	100	50	

- a) (2 p)** Antag att elpriset är 408 \varnothing /MWh i Rike och 426 \varnothing /MWh i Maa. Hur stor är överföringskapaciteten mellan Rike och Maa?
- b) (2 p)** Strålinge kraftverksaktiebolag äger ett kärnkraftverk i Rike. Kraftverket har en produktionskapacitet på 10 TWh per år och de fasta kostnaderna uppgår till 2 900 M \varnothing /år. Hur stor vinst gör företaget?
- c) (2 p)** Antag att man förstärker överföringskapaciteten mellan Rike och Maa till 10 TWh/år. Investeringskostanden betalas av systemoperatörerna i Rike och Maa, och kostnaden förs vidare till elmarknadens aktörer via nätavgifterna. Detta innebär att Strålinges fasta kostnader ökar till 2 920 M \varnothing /år. Hur stor vinst gör Strålinge nu?

Uppgift 3 (6 p)

Vattenkraftverket Forsen är ett av de kraftverk som sköter primärregleringen i Rike. Vid nominell frekvens (50 Hz) producerar Forsen 120 MW. Reglerstyrkan i Forsen är inställd på 200 MW/Hz och den är tillgänglig inom frekvensområdet $50 \pm 0,1$ Hz.

- a) (3 p)** Elsystemet i Rike har vid ett visst tillfälle en total reglerstyrka (d.v.s. inklusive reglerstyrkan i Forsen) på 2 560 MW/Hz och frekvensen är 50,01 Hz. Hur mycket producerar Forsen vid detta tillfälle?
- b) (3 p)** Vid det tillfälle som beskrivs i a-uppgiften inträffar ett fel i en transformator vid Forsen och kraftverket kopplas bort från nätet. Vilken frekvens får man i systemet då primärregleringen har återställt balansen mellan produktion och konsumtion? Svara med tre decimaler!

Uppgift 4 (12 p)

Stads energi AB äger ett termiskt kraftverk med tre block. Antag att bolaget formulerat sitt korttidsplaneringsproblem som ett MILP-problem och att man har infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Block I - 1, Block II - 2, Block III - 3.

- β_{Gg} = rörlig produktionskostnad i kraftverk g ,
- C_g^* = startkostnad om kraftverk g startas efter en timmes driftstopp, $g = 1, 2, 3$,
- C_g^{**} = startkostnad om kraftverk g startas efter minst två timmars driftstopp, $g = 1, 2, 3$,
- D_t = avtalad last timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- $G_{g,t}$ = elproduktion i kraftverk g , timme t , $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$,
- p_t = köp från ELKräng timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- r_t = försäljning till ELKräng timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- $s_{g,t}^*$ = start av kraftverk g under timme t efter en timmes driftstopp, $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$,
- $s_{g,t}^{**}$ = start av kraftverk g under timme t efter två eller flera timmars driftstopp, $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$,
- $u_{g,0}$ = driftstatus i kraftverk g vid planeringsperiodens början, $g = 1, 2, 3$,
- $u_{g,t}$ = driftstatus i kraftverk g , timme t , $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$.

a) (3 p) Vilka av beteckningarna ovan representerar optimeringsvariabler respektive parametrar?

b) (4 p) Antag att Stads energi AB säljer dels el till kunder med fastkraftavtal och dels handlar man på den lokala elbörsen, ELKräng, där man har möjlighet att både köpa och sälja el. Formulera lastbalansbivillkoret i bolagets korttidsplaneringsproblem. Använd beteckningarna ovan.

c) (2 p) För att $s_{g,t}^*$ och $s_{g,t}^{**}$ ska få korrekta värden behövs två linjära bivillkor. Det första bivillkoret tvingar $s_{g,t}^{**}$ att bli lika med ett om kraftverket är i drift timme t , men varit ur drift timme $t - 1$ respektive $t - 2$:

$$s_{g,t}^{**} \geq u_{g,t} - u_{g,t-1} - u_{g,t-2}.$$

Det andra bivillkoret ska tvinga $s_{g,t}^*$ att bli lika med ett om kraftverket är i drift timme t respektive $t - 2$, men varit ur drift timme $t - 1$. Vilka av följande uttryck kan användas för det andra bivillkoret?

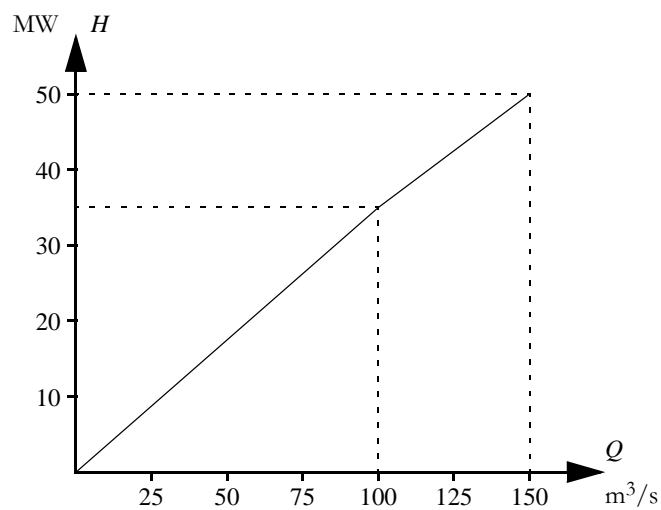
- I) $s_{g,t}^* \geq u_{g,t} - u_{g,t-1} - s_{g,t}^{**}$.
- II) $s_{g,t}^* \geq u_{g,t} - u_{g,t-1} - u_{g,t-2}$.
- III) $s_{g,t}^* - u_{g,t-2} \geq u_{g,t} - u_{g,t-1}$.

1. Inget av alternativen är korrekt.
2. Endast alternativ I är korrekt.
3. Endast alternativ II är korrekt.
4. Endast alternativ III är korrekt.
5. Man kan välja mellan att använda alternativ I och alternativ II.

d) (1 p) I kraftverket Strömmen uppnås bästa verkningsgrad vid tappningen $100 \text{ m}^3/\text{s}$. Kraftverket producerar då 35 MW . Hur stor är kraftverkets maximala produktionsekvivalent?

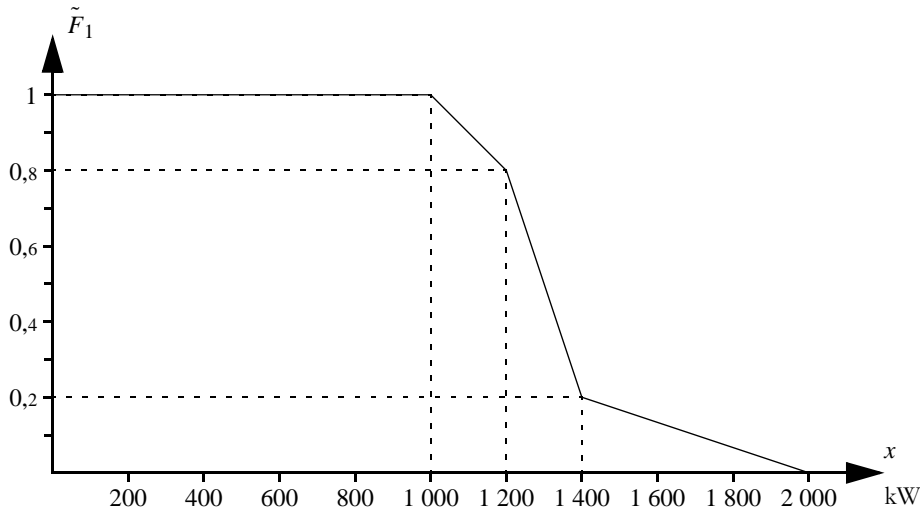
e) (2 p) Figuren nedan visar en styckvis linjär modell av elproduktionen som funktion av tappningen i Strömmen. Beräkna följande parametrar:

μ_j = marginell produktionsekvivalent i Strömmen, segment j ,
 \bar{Q}_j = maximal tappning i Strömmen, segment j .



Uppgift 5 (12 p)

Mji är en stad i Östafrika. Staden är inte ansluten till något nationellt elnät, utan man har ett eget lokalt system som försörjs av ett vattenkraftverk och två dieselgeneratorer. Vattenkraftverket saknar magasin, men vattenflödet är alltid tillräckligt stort för att man ska kunna producera installerad effekt (1 400 kW) och risken för driftstopp i kraftverket är försumbar. Dieselgeneratorerna har en kapacitet på 150 kW vardera, tillgängligheten är 75% och driftkostnaden 1 ¢/kWh.



a) (2 p) Vad har lasten för väntevärde?

Tips: Studera $EENS_0$!

b) (2 p) Med hjälp av stokastisk produktionskostnadssimulering kan man räkna ut att den förväntade vattenkraftproduktionen för detta system är 1 280 kWh/h och den icke-levererade energin är 24,8 kWh/h. Hur stor är den förväntade driftkostnaden?

c) (3 p) Använd stokastisk produktionskostnadssimulering till att beräkna risken för effektbrist i systemet.

d) (2 p) Ta fram ett värde på lasten med hjälp av den inversa transformmetoden och slumptalet 0,35 från en $U(0, 1)$ -fördelning.

e) (3 p) För att ta hänsyn till förlusterna i elnätet har man genomfört en Monte Carlo-simulering av elsystemet i Mji. Simuleringen använder kontrollvariabelmetoden. Den förenklade modellen motsvarar den modell som används i stokastisk produktionskostnadssimulering, medan den detaljerade modellen tar hänsyn till att förlusterna beror på vilka kraftverk som körs och hur lasten är fördelad mellan olika delar av systemet. Resultaten visas i tabell 2. Vilken skattning av $LOLP$ får man för den detaljerade modellen då man använder kontrollvariabelmetoden?

Tabell 2 Resultat från Monte Carlo-simulering av elsystemet i Mji.

Antal scenarier, n	Resultat från den detaljerade modellen, n $\sum_{i=1}^n lol_i$	Resultat från den förenklade modellen, n $\sum_{i=1}^n \tilde{lol}_i$
2 000	286	212

DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

Uppgift 6 (10 p)

På elbörsen ElKräng är det möjligt att lägga följande typer av bud:

- **Säljbud.** Ett säljbud gäller för en viss timme och omfattar en viss volym i MWh samt ett prisintervall i SEK/MWh. Om elpriset motsvarande timme är högre än det högsta priset i budet antas säljbudet i sin helhet. Om elpriset i stället är lägre än det lägsta priset i budet avvisas budet. Om elpriset hamnar någonstans i det angivna prisintervall antas ett linjärt samband mellan elpriset och hur stor volym som antas. (Om elpriset t.ex. ligger mitt i prisintervallet så antas halva budet.)
- **Köpbud.** Ett köpbud gäller för en viss timme och omfattar en viss volym i MWh samt ett prisintervall i SEK/MWh. Om elpriset motsvarande timme är lägre än det lägsta priset i budet antas köpbudet i sin helhet. Om elpriset i stället är högre än det högsta priset i budet avvisas budet. Om elpriset hamnar någonstans i det angivna prisintervall antas ett linjärt samband mellan elpriset och hur stor volym som antas. (Om elpriset t.ex. ligger mitt i prisintervallet så antas halva budet.)
- **Blockbud.** Ett blockbud är en särskild typ av säljbud, som gäller för flera timmar. Budet omfattar en viss volym i MWh/h och ett visst pris i SEK/MWh. Om det genomsnittliga elpriset under de timmar blockbudet omfattar är högre än priset i budet antas budet i sin helhet. I annat fall avvisas budet.

Elpriset på ElKräng beräknas genom att säljbud och köpbud ställs samman till en utbuds- respektive efterfrågekurva för varje timme. Elpriset för motsvarande timme sätts av skärningspunkten mellan kurvorna. Då man på detta sätt beräknat elpriset för varje timme kontrollerar man om villkoren för blockbuden är uppfyllda. Om så är fallet tar man med blockbuden i början av utbudskurvorna (d.v.s. man antar i denna beräkning att budpriset är noll för blockbuden) och gör om prisberäkningen. Efter denna beräkning finns det en risk att priserna ändrats så att villkoren för en del blockbud inte längre är uppfyllda. I så fall tar man bort dessa blockbud och gör om prisberäkningen på nytt.

I tabell 3 visas buden till ElKräng för två timmar. Vad blir elpriserna under dessa två timmar?

Tabell 3 Bud till EIKräng.

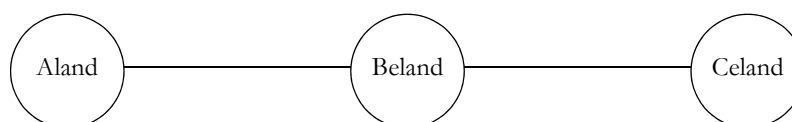
Bud	Volym [MWh]		Prisintervall [SEK/MWh]	
	Timme 1	Timme 2	Timme 1	Timme 2
Säljbud 1	1 500	1 500	450–600	450–600
Säljbud 2	800	800	520–680	520–680
Säljbud 3	500	500	540–640	540–640
Köpbud 1	750	1 100	8 000–10 000	8 000–10 000
Köpbud 2	850	1 500	8 000–10 000	8 000–10 000
Köpbud 3	150	350	425–525	425–525
Blockbud 1	200 MWh/h		550	
Blockbud 2	500 MWh/h		620	

Uppgift 7 (10 p)

De tre länderna Åland, Beland och Celand har en gemensam elmarknad. Länderna är förbundna med växelströmsledningar så som visas i figuren nedan och har därför också en gemensam frekvensreglering.

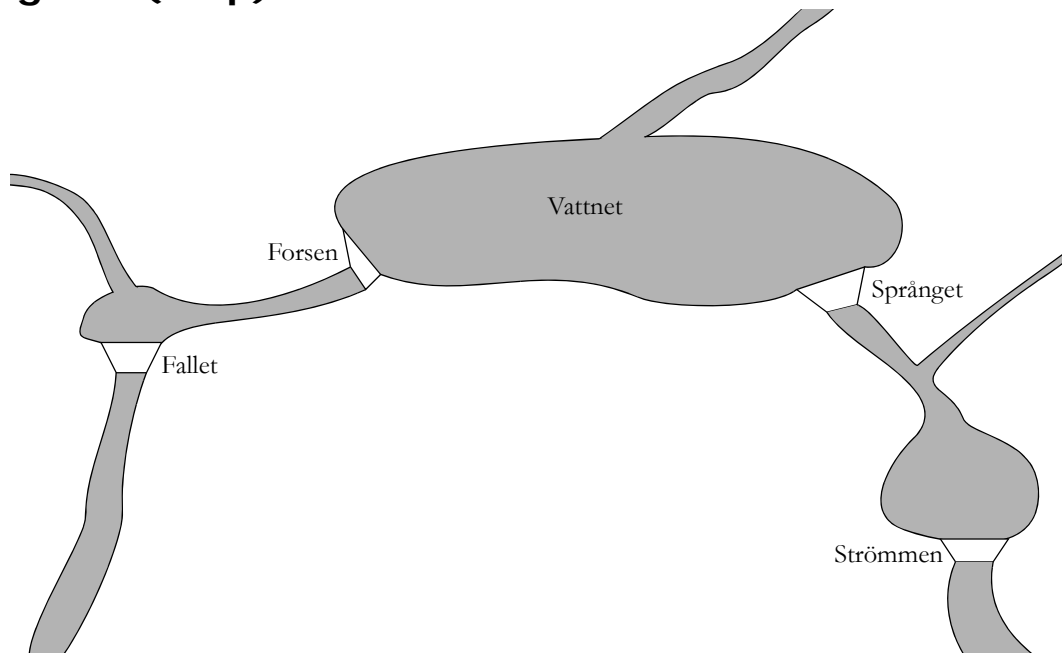
Primärregleringen är uppdelad i en normaldriftreserv och en störningsreserv. Normaldriftreserven är tillgänglig i frekvensintervallet 49,9–50,1 Hz och är avsedd att hantera lastvariationer. Länderna har kommit överens om att bidra till normaldriftreserven i enlighet med tabell 4.

Den maximala överföringskapaciteten mellan länderna beror dels på termiska begränsningar (d.v.s. att komponenterna i transmissionsförbindelserna riskerar att haverera på grund av överhettning) samt av spänningsstabilitet. Elmarknadens aktörer kan emellertid inte få tillgång till hela överföringskapaciteten, eftersom frekvensregleringen kan leda till att flödet mellan länderna ändras. Hur stor marginal måste man lämna på transmissionsförbindelserna om man vill att systemet ska klara alla de lastvariationer som anges i tabell 4? (Notera att systemet ska klara att de maximala lastvariationerna inträffar samtidigt i alla tre länderna och att lastvariationerna antas vara okorrelerade.)

**Tabell 4** Data för de tre länderna i uppgift 7.

Land	Bidrag till normaldriftreserven [MW/Hz]	Lastvariationer [MW]
Åland	1 500	±120
Beland	2 000	±180
Celand	500	±90

Uppgift 8 (20 p)



AB Vattenkraft äger fyra vattenkraftverk lokaliserade enligt figuren ovan. Data för vattenkraftverken ges i tabell 5 och 6. Den el som bolaget producerar säljs på elbörsen ELKräng. Handeln på ELKräng är uppdelad i olika prisområden; kraftverken Forsen och Fallet hör till prisområde 1 medan Språnget och Strömmen ligger i prisområde 2. Man antar att man kan sälja obegränsade mängder el till de priser som anges i tabell 7. Sparat vatten i Vattnet antas användas till elproduktion i Språnget och Strömmen. Man räknar med ett genomsnittligt framtida elpris på 540 SEK/MWh i prisområde 1 och 550 SEK/MWh i prisområde 2. Sparat vatten antas användas till elproduktion vid bästa verkningsgrad. Rinntiden mellan kraftverken kan försummas.

a) (12 p) Formulera AB Vattenkrafts planeringsproblem som ett LP-problem. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 8 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

b) (8 p) Vid låga tappningar är verkningsgraden dålig i vattenkraftverken. Dessutom finns det en risk att turbinerna tar skada. Hur måste planeringsproblemet från a-uppgiften formuleras om ifall AB Vattenkraft vill undvika att tappningen i något kraftverk understiger 20% av maximal tappning? (Det ska fortfarande vara tillåtet att inte producera något alls i kraftverket, d.v.s. tappningen ska antingen kunna vara lika med noll eller mellan 20% och 100% av maximal tappning.) Glöm inte att definiera alla nya variabler och parametrar du inför!

Tabell 5 Data för AB Vattenkrafts vattenmagasin.

Magasin	Startinnehåll i vattenmagasinet [TE]	Maximalt magasininnehåll [TE]	Lokalt inflöde [TE]
Vattnet	5 000	8 000	300
Fallet	500	900	10
Strömmen	200	500	18

Tabell 6 Data för AB Vattenkrafts kraftverk.

Kraftverk	Marginella produktions-ekvivalenter [MWh/TE]		Maximal tappning [TE]	
	Segment 1	Segment 2	Segment 1	Segment 2
Forsen	0,64	0,59	180	65
Fallet	0,47	0,43	180	70
Språnget	0,78	0,69	200	175
Strömmen	0,32	0,28	190	100

Tabell 7 Förväntade priser på ElKräng.

Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Pris på ElKräng, prisområde 1 [SEK/MWh]	540	535	535	535	535	540	555	560	590	585	575	570
Pris på ElKräng, prisområde 2 [SEK/MWh]	530	525	525	530	530	540	560	575	615	620	595	585
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Pris på ElKräng, prisområde 1 [SEK/MWh]	565	570	560	550	545	545	550	550	545	530	525	525
Pris på ElKräng, prisområde 2 [SEK/MWh]	580	580	575	560	555	550	580	580	565	535	515	510

Tabell 8 Beteckningar till AB Vattenkrafts planeringsproblem.

Beteckning	Förklaring	Värde
$M_{i,0}$	Startinnehåll i magasin i	Se tabell 5
\bar{M}_i	Maximalt innehåll i magasin i	Se tabell 5
V_i	Lokal tillrinning till magasin i	Se tabell 5
$\mu_{k,j}$	Marginell produktions-ekvivalent i kraftverk k , segment j	Se tabell 6
$\bar{Q}_{k,j}$	Maximal tappning i kraftverk k , segment j	Se tabell 6
$\lambda_{n,t}$	Förväntat pris på ElKräng prisområde n , timme t	Se tabell 7
λ_{f1}	Förväntat framtida elpris i prisområde 1	540
λ_{f2}	Förväntat framtida elpris i prisområde 2	550

Uppgift 9 (20 p)

Familjen Ström har nyligen flyttat till en eluppvärmd villa och är på grund av ansträngd privatekonomi lite oroliga inför vinterns elräkningar. Familjen önskar därför beräkna den förväntade elkostnaden för perioden december till februari.

Familjen har tecknat ett självbetjäningsskontrakt med AB Elleverantören, där de betalar ett fast pris på 81 öre/kWh. Till detta kommer den rörliga nätavgiften (19 öre/kWh) och energiskatt (28 öre/kWh), samt 25% moms på totalbeloppet (d.v.s. elpris plus rörlig nätavgift plus energiskatt). Familjen har dessutom installerat ett litet vindkraftverk – som tidigare gjort tjänst i familjens fritidshus – på tomten. Den maximala elproduktionen i vindkraftverket är 2 kW och den producerade elen kan användas för att reducera behovet av att köpa el från AB Elleverantören via nätet. Om vindkraftverket producerar mer än vad villan konsumerar matas överskottet in på nätet, men detta överskott får inte familjen betalt för.

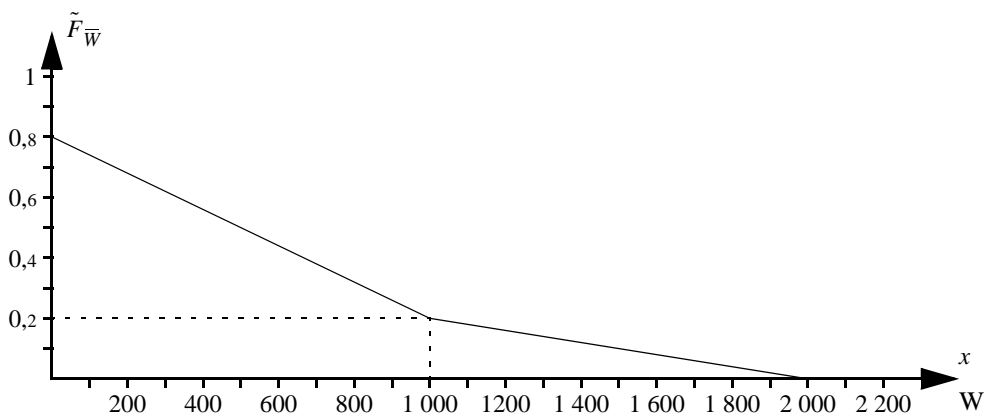
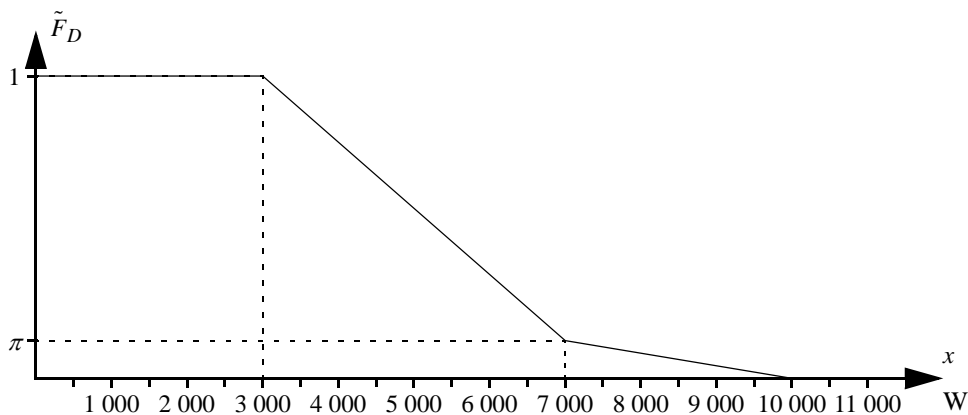
a) (10 p) Figurerna nedan visar varaktighetskurvorna för elförbrukningen, $\tilde{F}_D(x)$, samt vindkraftproduktionen, $\tilde{F}_W(x)$, för perioden december till februari. Sannolikheten att lasten överstiger 7 kW beror av genomsnittstemperaturen under perioden enligt

$$\pi = \begin{cases} 0,1 - 0,01T & T \geq -2, \\ 0,12 - 0,02(T + 2) & T \leq -2, \end{cases}$$

där

$$\begin{aligned} \pi &= \text{sannolikhet att lasten överstiger 7 kW} = \tilde{F}_D(7), \\ T &= \text{genomsnittstemperatur december till februari [}^\circ\text{C]}. \end{aligned}$$

Beräkna familjens förväntade elräkning för de tre månaderna som funktion av genomsnittstemperaturen.



b) (10 p) Antag att genomsnittstemperaturen är normalfördelad med medelvärdet 0°C och standardavvikelsen 1°C . Skatta familjens förväntade elräkning för de tre månaderna.

OBS! För att få full poäng på denna uppgift måste någon form av variansreduceringsteknik användas!

Tabell 9 Slumptal från en $N(0, 1)$ -fördelning.

0,5	-2,3	0,3	-0,4	3,6
1,8	0,9	-1,3	0,3	2,8



KTH Elektro-
och systemteknik

Svarsblad till del I

Namn:

Personnummer:

Uppgift 1

a) Alternativ är korrekt.

b) Alternativ är korrekt.

Uppgift 2

a) TWh/år b) M \varnothing /år

c) M \varnothing /år

Uppgift 3

a) MW b) Hz

Uppgift 4

a) Parametrar:

Optimeringsvariabler:

b)

c) Alternativ är korrekt.

d) MWh/TE

e) μ_1 MWh/TE μ_2 MWh/TE

\bar{Q}_1 TE \bar{Q}_2 TE

Uppgift 5

a) kWh/h b) \varnothing /h

c) % d) kW

e) %

Lösningsslag till tentamen i EG2050 Systemplanering, 10 juni 2008.

Uppgift 1

a) 4, b) 3.

Uppgift 2

a) Eftersom elpriset är lägre i Rike än i Maa så urymtjas förbindelsen mellan Rike och Maa maximalt (om det inte hade funnits någon transmissionsbegränsning hade man haft samma elpris i bägge länderna). I Rike produceras totalt 106 TWh/år, medan elförbrukningen är 100 TWh/år. Överskottet exporteras till Maa. Alltså kan vi dra slutsatsen att den maximala överföringskapaciteten är 6 TWh/år.

b) Intäkterna för Strålinge uppgår till 10 TWh/år \cdot 408 \square /MWh = 4 080 M \square /år. Från intäkterna subtraherar vi den totala rörliga produktionskostnaden (10 TWh/år \cdot 120 \square /MWh = 1 200 M \square /år) och de fasta kostnaderna, vilket ger en förlust på 20 M \square /år.

c) Antag att den nya överföringskapaciteten är tillräcklig för att eliminera prisskillnaden mellan de två länderna. Den sammanlagda elförbrukningen i de två länderna uppgår till 150 TWh. Vattenkraft och kärnkraft kan totalt producera 130 TWh, vilket betyder att 20 TWh kolkondens kommer att behövas. Därmed utnyttjas 20/30 av prisintervall för kolkondens, d.v.s. elpriset måste vara 300 + 20/30 \cdot 180 = 420 \square /MWh. Vid detta elpris är exporten från Rike 50 (vattenkraft) + 50 (kärnkraft) + 6,67 (kolkondens) = 100 (last) = 6,67 TWh, vilket innebär att antagandet om elpriset är uppfyllt. Resultatet för Strålinge blir då 420 \cdot 10 = 4 200 M \square /år.

Uppgift 3

a) Elproduktionen i Forsen beräknas enligt $G = G_0 - R(f - f_0) = 120 - 200(50,01 - 50) = 118$ MW. b) Det uppstår nu ett underskott på 118 MW, samtidigt som systemets reglerstyrka minskar till 2 360 MW/Hz. Således får vi en frekvensändring $\Delta f = \Delta G/R = 118/2 360 = 0,05$ Hz. Eftersom vi har ett underskott måste frekvensen sjunka, d.v.s. den nya frekvensen blir 50,01 - 0,05 = 49,96 Hz.

Uppgift 4

a) Parametrar: β_{G_g} , C_g^* , C_g^{**} , D_j och $u_{g,t}$. Optimeringsvariabler: $G_{g,t}$, $P_{g,t}$, $r_{g,t}$, $s_{g,t}^*$, $s_{g,t}^{**}$ och $u_{g,t}$. b) $\sum_{g=1}^3 G_{g,t} + P_t = D_t + r_t$

c) 2.

d) Den bästa produktionskvivalenten är den produktionskvivalent som erhålls vid bästa verkningsgrad. Definitionen av produktionskvivalent ger därmed $\gamma_{max} = H/Q = 0,35$ MWh/TE.

e) Följande data är givna i figuren:

\bar{Q} = maximal tappning i Strömmen = 150,

\bar{H} = maximal elproduktion i Strömmen = 50,

\hat{Q} = tappning i Strömmen vid bästa verkningsgrad = 100,
 \hat{H} = elproduktion i Strömmen vid bästa verkningsgrad = 35.

De marginella produktionskvivalenterna kan nu beräknas enligt

$$\mu_1 = \frac{\hat{H}}{\hat{Q}}$$

och

$$\mu_2 = \frac{\bar{H} - \hat{H}}{\bar{Q} - \hat{Q}},$$

vilket ger följande linjära modeller av kraftverket:

μ_j = marginell produktionskvivalent i Strömmen, segment $j =$

$$= \begin{cases} 0,35 & j = 1, \\ 0,30 & j = 2, \end{cases}$$

\bar{Q}_j = maximal tappning i Strömmen, segment $j = \begin{cases} 100 & j = 1, \\ 50 & j = 2. \end{cases}$

Uppgift 5

a) $E[D] = EENS_0 = \int_0^{\infty} \bar{F}_0(x) dx = 1 000 \cdot 1 + 200 \cdot (1 + 0,8)/2 + 200 \cdot (0,8 + 0,2)/2 + 600 \cdot 0,2/2 = 1 340$ MWh/h.

b) Den förväntade lasten är 1 340 kW/h, vilket betyder att $EG_1 + EG_2 + EG_3 + EENS_3 = 1 380$. Givet att $EG_1 = 1 280$ kW/h och $EENS_3 = 24,8$ kW/h får man att den förväntade elproduktionen i dieselgeneratorerna är 35,2 kW/h. Den förväntade driftkostnaden blir således $ETOC = 1 \cdot (EG_2 + EG_3) = 35,2$ \square /h.

c) Risken för effektbrist ges av

$$\begin{aligned} \bar{F}_3(1 700) &= 0,75 \bar{F}_2(1 700) + 0,25 \bar{F}_2(1 550) = \\ &= 0,75(0,75 \bar{F}_1(1 700) + 0,25 \bar{F}_1(1 550)) + 0,25(0,75 \bar{F}_1(1 550) + 0,25 \bar{F}_1(1 400)). \end{aligned}$$

Eftersom vattenkraftverket är 100% tillgängligt är $\bar{F}_1(x) = \bar{F}_0(x)$, vilket ger $LOLP = 0,75(0,75 \cdot 0,1 + 0,25 \cdot 0,15) + 0,25(0,75 \cdot 0,15 + 0,25 \cdot 0,2) = 12,5\%$.

d) Om det givna slumptalet betecknas U så erhålls ett värde på lasten genom $D = \bar{F}_0^{-1}(U) = \{\text{läs av i figuren}\} = 1 350$ kW.

$$e) m_{LOLO} = \eta(LOLO - LÖLO) + \mu_L \bar{OLO} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (l_{o,t} - l_{\tilde{o},t}) + 0,125 = \frac{1}{2 000} 74 + 0,125 = 16,2\%.$$

Uppgift 6

Antag att elpriset under de bägge timmarna är högre än 525 SEK/MWh. Då antas köpbud 1 och 2

medan köpbud 3 förkastas, vilket innebär att efterfrågan är 1 600 MWh i den första timmen och 2 600 MWh i den andra.

Antag att elpriset den första timmen, \hat{A}_1 , ligger i intervallet 525–600 SEK/MWh. Detta innebär att alla tre säljbuden antas till en viss del. Den antagna volymen från de tre buden kan skrivas

$$\hat{A}_1 - 450 \frac{1\,500 + \hat{A}_1 - 520}{680 - 520} - 800 + \frac{\hat{A}_1 - 540}{640 - 540} \cdot 500.$$

Sätter man att denna volym ska vara lika med 1 600 MWh och löser ekvationen får man att elpriset första timmen blir 570 SEK/MWh. Den andra timmen är efterfrågan betydligt högre och man kan anta att säljbud 1 kommer att antas i sin helhet, vilket ger följande ekvation:

$$1\,500 + \frac{\hat{A}_2 - 520}{680 - 520} \cdot 800 + \frac{\hat{A}_2 - 540}{640 - 540} \cdot 500 = 2\,600.$$

Därmed får man elpriset 640 SEK/MWh den andra timmen.

Nu kan man kontrollera villkoren för blockbuden. Genomsnittspriset för de två timmarna är 605 SEK/MWh, vilket betyder att blockbud 1 antas men inte blockbud 2. Den volym som ska antas från de tre säljbuden blir då 1 400 respektive 2 400 MWh. Gör man om beräkningarna ovan med dessa värden på efterfrågan får man elpriset 560 SEK/MWh den första timmen och 620 SEK/MWh den andra timmen. Medelpriset för de två timmarna blir då 590 SEK/MWh, vilket fortfarande är högre än priset i blockbud 1 och då gäller alltså dessa priser.

Uppgift 7

Den största transmissionsändringen på ledningen mellan Åland och Beland får man då lasten minskar i Åland samtidigt som den ökar i Beland och Celand. Detta leder till en nettolastökning för hela systemet, vilket innebär att man dels har mindre last i Åland och dels har elproduktionen i reglerstyrda kraftverken i Åland ökat; hela detta överskott måste exporteras via transmissionsförbindelsen mellan Åland och Beland. Störleken på transmissionsändringen beräknas enligt nedan. (Notera att riktningen på laständringen inte har någon betydelse, så länge lasten i Åland ändras i motsatt riktning som lasten i Beland och Celand.)

$$\Delta D_{tot} = \Delta D_A + \Delta D_B + \Delta D_C = -120 + 180 + 90 = 150 \text{ MW.}$$

$$\Delta G_A = \frac{R_A}{R_{tot}} \Delta D_{tot} = 1\,500/4\,000 \cdot 150 = 56,25 \text{ MW.}$$

$$\Delta P_{AB} = \Delta G_A - \Delta D_A = 56,25 + 120 = 176,25 \text{ MW.}$$

På motsvarande sätt får man den största ändringen på förbindelsen mellan Celand och Beland då lasten i Celand ändras i motsatt riktning jämfört med lasten i Åland och Beland:

$$\Delta D_{tot} = \Delta D_A + \Delta D_B + \Delta D_C = 120 + 180 - 90 = 210 \text{ MW.}$$

$$\Delta G_C = \frac{R_C}{R_{tot}} \Delta D_{tot} = 500/4\,000 \cdot 210 = 26,25 \text{ MW.}$$

$$\Delta P_{CB} = \Delta G_C - \Delta D_C = 26,25 + 90 = 116,25 \text{ MW.}$$

Slutsatsen blir således att man för normaldrifreserven måste reservera minst 176,25 MW överföringskapacitet mellan Åland och Beland, samt minst 116,25 MW överföringskapacitet mellan Beland och Celand.

Uppgift 8

a) I ord kan planeringsproblemet formuleras som

maximera $\text{värdet av såld el} + \text{värdet av sparad vatten},$
med hänsyn till $\text{hydrologisk balans för vattenmagasinen},$
 $\text{begränsningar för magasinssinnehåll, tappning och spill}.$

Index för vattenmagasin

Vattnet 1, Fallet 2, Strömmen 3.

Index för kraftverk

Forsen 1, Fallet 2, Språnget 3, Strömmen 4.

Parametrar

Parametrarna är definierade i tabell 8 i uppgiftslydelsen.

Optimeringsvariabler

$Q_{k,j,t}$ = tappning i kraftverk k , segment j , under timme t , $k = 1, \dots, 4$, $j = 1, 2$,
 $t = 1, \dots, 24$,

$S_{i,t}$ = spill förbi kraftverk k under timme t , $k = 1, \dots, 4$, $t = 1, \dots, 24$,

$M_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme t , $i = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$.

Målfunktion

$$\text{maximera} \sum_{t=1}^24 \left(\lambda_{1,t} \sum_{k=1}^2 \mu_{k,j} Q_{k,j,t} + \lambda_{2,t} \sum_{k=3}^4 \mu_{k,j} Q_{k,j,t} \right) + \lambda_{31} \mu_{2,24} M_{2,24} + \lambda_{32} (\mu_{3,1} + \mu_{4,1}) M_{1,24} + \mu_{4,1} M_{4,24}$$

Bivillkor

Hydrologisk balans för Vattnet:

$$M_{1,t} = M_{1,t-1} - Q_{1,1,t} - Q_{1,2,t} - S_{1,t} - Q_{3,1,t} - Q_{3,2,t} - S_{3,t} + V_{1,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Fallet:

$$M_{2,t} = M_{2,t-1} - Q_{2,1,t} - Q_{2,2,t} - S_{2,t} + Q_{1,1,t} + Q_{1,2,t} + S_{1,t} + V_{2,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Strömmen:

$$M_{3,t} = M_{3,t-1} - Q_{4,1,t} - Q_{4,2,t} - S_{4,t} + Q_{3,1,t} + Q_{3,2,t} + S_{3,t} + V_{3,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Variabelgränser

$$0 \leq Q_{k,j,t} \leq \bar{Q}_{k,j}, \quad k = 1, \dots, 4, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq S_{k,t} \leq \bar{S}_k, \quad k = 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq M_{i,t} \leq \bar{M}_i, \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$

b) För att hindra tappningar i ett visst intervall behöver vi införa binära variabler:

$u_{k,t}$ = driftstatus för kraftverk k , timme t (1 om vatten tappas i kraftverket,

annars 0).

Målfunktionen och de hydrologiska bivillkoren från a-uppgiften behöver inte ändras, men däremot behövs nya bivillkor som reglerar sambandet mellan driftstatus och tappning. Vi kan konstantera att i alla kraftverk så medför den lägsta tillåtna tappningen då kraftverket är i drift att man enbart tappat vatten i segment 1. Det ska med andra ord fortfarande vara tillåtet att $Q_{k,2,t}$ är lika med noll då ett kraftverk är i drift. Däremot behövs ett bivillkor som styr den lägsta tillåtna tappningen i det första segmentet:

$$Q_{k,1,t} \geq 0.2(\bar{Q}_{k,1} + \bar{Q}_{k,2})u_{k,t} \quad k = 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24.$$

Detta bivillkor innebär att då kraftverket är i drift så måste tappningen i segment 1 vara större än eller lika med 20% av maximal tappning och då kraftverket inte är i drift ska tappningen vara större än eller lika med noll.

Då kraftverket inte är i drift ska tappningen i bägge segment vara lika med noll. Eftersom den undre gränsen för tappningen i respektive segment är lika med noll så kan vi uttrycka detta som att den totala tappningen ska vara lika med noll då kraftverket inte är i drift och annars ska den totala tappningen vara mindre än eller lika med maximal total tappning, vilket ger oss följande bivillkor:

$$Q_{k,1,t} + Q_{k,2,t} \leq (\bar{Q}_{k,1} + \bar{Q}_{k,2})u_{k,t} \quad k = 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24.$$

Slutligen behöver vi införa variabelgränser för de nya optimeringsvariablerna:

$$u_{k,t} \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24.$$

Uppgift 9

a) Den rörliga kostnaden för familjen blir summan av elpriset, den rörliga nätavgiften och energiskatten plus 25% moms, d.v.s. $1.25 \cdot (81 + 19 + 28) = 160$ öre/kWh. För att beräkna familjens förväntade elräkning behöver vi veta hur många kWh familjen behöver köpa till detta pris. Av varaktighetskurvorna framgår att den högsta vindkraftproduktionen, W , är lägre än den lägsta elförbrukningen, D . Således kommer familjen aldrig att behöva mata in överskott till nätet, utan all vindkraftproduktion används till att reducera köpen från AB Elleverantören. De förväntade inköpen kan därmed skrivas som

$$E[D - W] = E[D] - E[W].$$

Den förväntade elförbrukningen ges av ytan under varaktighetskurvan multiplicerat med längden på tidsperioden, d.v.s.

$$\begin{aligned} E[D] &= (31 + 31 + 28)24 \int_0^{\infty} \tilde{F}_D(x) dx = 2160 \cdot (3 \cdot 1 + 4 \cdot (1 + \pi)/2 + 3\pi/2) = \\ &= 2160 \cdot (5 + 3.5\pi). \end{aligned}$$

På motsvarande sätt kan vi beräkna den förväntade vindkraftproduktionen:

$$E[W] = 2160 \int_0^{\infty} \tilde{F}_W(x) dx = 2160 \cdot (1 \cdot (0.8 + 0.2)/2 + 1 \cdot 0.2/2) = 2160 \cdot 0.6.$$

Således får vi följande förväntade elräkning:

$$1.60 \cdot E[D - W] = 1.60 \cdot (2160 \cdot (5 + 3.5\pi) - 2160 \cdot 0.6) = \{\text{använd den givna formeln för } \pi(T)\} =$$

$$\begin{cases} 3456(4.4 + 0.35 - 0.035T) = 3456(4.750 - 0.035T) & T \geq -2, \\ 3456(4.4 + 0.42 - 0.07(T + 2)) = 3456(4.68 - 0.07T) & T \leq -2. \end{cases}$$

b) Slumprialskomplement förefaller vara enklast att tillämpa på detta problem. Eftersom den standardiserade normalfördelningen är symmetrisk kring väntevärdet noll så är slumprialskomplementet till en viss observation t lika med $-t$. De tio slumpalen i tabellen ger oss totalt 20 observationer av temperaturen. Med hjälp av sambandet från a-uppgiften får vi följande resultat:

Ursprungligt scenario		Komplementärt scenario	
Genomsnittstemperatur, t [°C]	Förväntad elräkning, x [SEK]	Genomsnittstemperatur, t [°C]	Förväntad elräkning, x [SEK]
0.5	16 356	-0.5	16 476
-2.3	16 730	2.3	16 138
0.3	16 380	-0.3	16 452
-0.4	16 464	0.4	16 368
3.6	15 981	-3.6	17 045
1.8	16 198	-1.8	16 634
0.9	16 416	-0.9	16 416
-1.3	16 573	1.3	16 259
0.3	16 380	-0.3	16 452
2.8	16 077	-2.8	16 851

Genomsnittet av dessa tiugo resultat är 16 432 SEK.