



**KTH Elektro-  
och systemteknik**

## **Tentamen i EG2050 Systemplanering, 16 mars 2011, 14:00–19:00, E34, E36**

### **Tillåtna hjälpmedel**

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).  
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

## DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

### Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

**a) (2 p)** På en modern, omstrukturerad ("avreglerad") elmarknad är det systemoperatören som är ansvarig för den kortsiktiga balansen mellan produktion och konsumtion. Detta innebär att I) Systemoperatören är ansvarig för att frekvensen i systemet hålls inom givna gränser, II) Om systemoperatören inte ser till att systemet i varje ögonblick tillförs lika mycket effekt som det tas ut får systemoperatören betala en straffavgift till de balansansvariga aktörerna, III) Om systemoperatören inte ser till att systemet under varje handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som det tas ut får systemoperatören betala en straffavgift till de balansansvariga aktörerna.

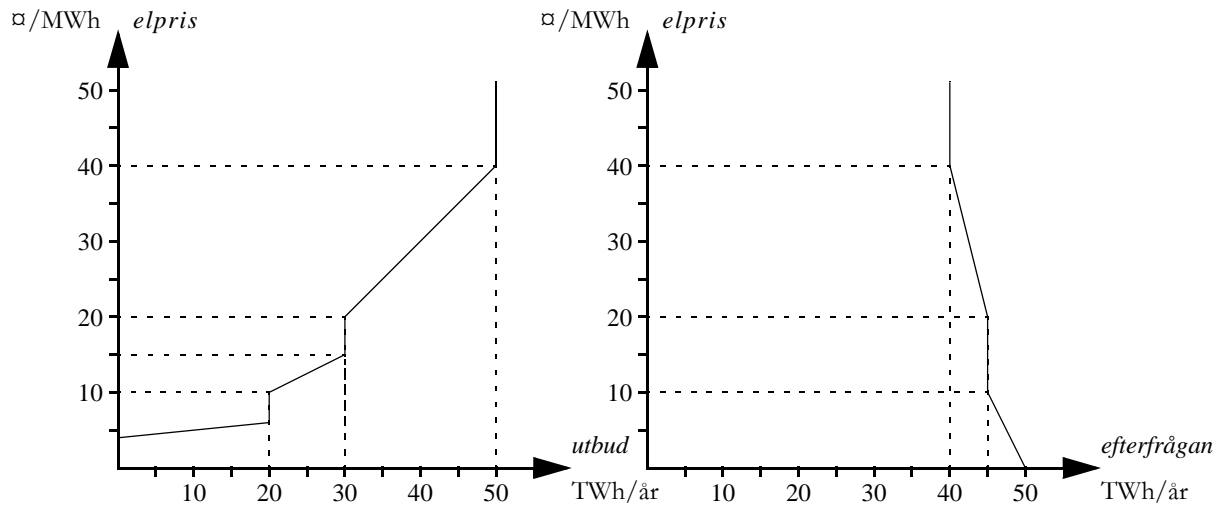
1. Inget av påståendena är sant.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och II är sanna men inte III.

**b) (2 p)** Konsumenterna på en vertikalt integrerad elmarknad har följande valmöjligheter: I) De kan välja vilken systemoperatör de vill ha, II) De kan välja vilken elleverantör de vill ha, III) De kan välja vilken aktör som ska sköta deras balansansvar.

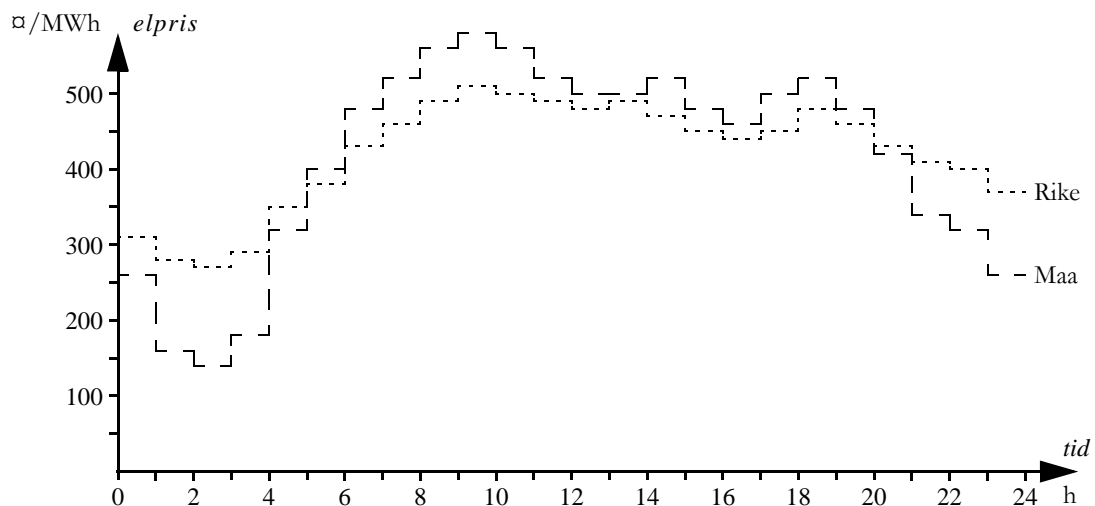
1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast III är sant.
4. I och II är sanna men inte III.
5. II och III är sanna men inte I.

## Uppgift 2 (6 p)

a) (3 p) Figurerna nedan visar utbuds- respektive efterfrågekurvorna för en viss elmarknad. Vilket elpris får man om man antar att det råder perfekt konkurrens, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasin- eller effektbegränsningar?



b) (2 p) Betrakta den gemensamma elmarknaden för de två länderna Rike och Maa. Antag att det råder perfekt konkurrens, att alla aktörer har perfekt information. Elsystemen i Rike och Maa är förbundna via en HVDC-ledning, som maximalt kan överföra 1 000 MW. Figuren nedan visar elpriset i Rike respektive Maa under ett dygn. Under hur många timmar kommer Rike att exportera till Maa?



c) (1 p) Hur stor är nettohandeln mellan Rike och Maa, d.v.s. vilket land kommer att exportera mest energi under dygnet och hur stor är den totala exporten minus den totala importen för detta land?

### Uppgift 3 (6 p)

Betrakta ett elsystem indelat i fem areor. Vid ett visst tillfälle råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen i varje area är exakt lika med 50 Hz. Data för primärregleringen i systemet framgår av tabell 1. Data för transmissionsförbindelserna mellan areorna framgår av tabell 2. Varje förbindelse är försedd med ett skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning automatiskt kopplar bort förbindelsen om flödet skulle överskrida den maximala kapaciteten. Effektflödena på HVDC-förbindelsen påverkas inte av frekvensen i systemet, utan kan bara kontrolleras manuellt.

**Tabell 1** Data för primärregleringen.

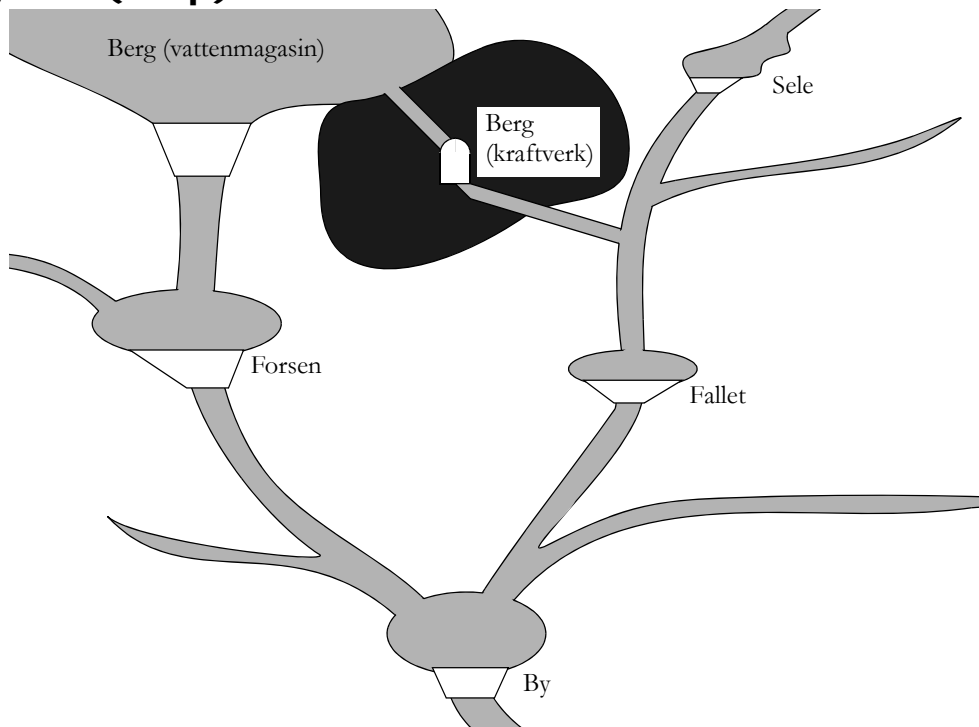
Area	Reglerstyrka (tillgänglig mellan 49,9 och 50,1 Hz) [MW/Hz]
A	2 000
B	2 000
C	1 000
D	500
E	500

**Tabell 2** Data för transmissionsförbindelserna.

Förbindelse	Typ	Nuvarande transmission [MW]	Maximal kapacitet [MW]
A ↔ B	Växelström	1 000 MW från A till B	2 000
A ↔ C	Likström (HVDC)	600 MW från A till C	600
A ↔ D	Likström (HVDC)	400 MW från A till D	400
A ↔ E	Växelström	1 000 MW från A till E	1 500
B ↔ D	Växelström	500 MW från B till D	1 200

- a) (3 p)** Vid detta tillfälle ökar ett termiskt kraftverk i area A sin elproduktion med 150 MW. Kraftverket deltar inte i primärregleringen. Vilken frekvens får man i area A efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?
- b) (1 p)** Vilken frekvens får man i area B efter händelsen i area A?
- c) (1 p)** Vilken frekvens får man i area C efter händelsen i area A?
- d) (1 p)** Vilken frekvens får man i area D efter händelsen i area A?

## Uppgift 4 (12 p)



**a) (5 p)** AB Vattenkraft äger fem vattenkraftverk lokaliserade som i figuren ovan. Notera att Berg är ett underjordiskt kraftverk och att vatten som tappas genom turbinen rinner vidare till Fallet, medan spill hamnar i Forsen. I ett korttidsplaneringsproblem för dessa kraftverk har man infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Berg - 1, Sele - 2, Forsen - 3, Fallet - 4, By - 5.

- $\gamma_i$  = förväntad framtida produktionsekvivalent för kraftverk  $i$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,
- $\lambda_t$  = förväntat elpris timme  $t$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $\lambda_{25}$  = förväntat elpris efter planeringsperiodens slut,
- $M_{i,0}$  = innehåll i magasin  $i$  vid planeringsperiodens början,  $i = 1, \dots, 5$ ,
- $M_{i,t}$  = innehåll i magasin  $i$  vid slutet av timme  $t$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $\mu_{i,j}$  = marginell produktionsekvivalent i kraftverk  $i$ , segment  $j$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,  $j = 1, 2$ .
- $Q_{i,j,t}$  = tappning i kraftverk  $i$ , segment  $j$ , under timme  $t$ ,  
 $i = 1, \dots, 5$ ,  $j = 1, 2$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $S_{i,t}$  = spill från magasin  $i$  under timme  $t$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,  $t = 1, \dots, 24$ ,
- $V_{i,t}$  = lokal tillrinning till magasin  $i$  under timme  $t$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ,  $t = 1, \dots, 24$ .

Formulera målfunktionsvärdet om syftet med planeringsproblemet är att maximera intäkterna från vattenkraftproduktionen plus värdet av sparat vatten. Använd beteckningarna ovan.

**b) (3 p)** Vattenkraftverket Språnget har en maximal tappning på  $240 \text{ m}^3/\text{s}$ . Bästa verkningsgrad erhålls vid tappningen  $180 \text{ m}^3/\text{s}$ . Vid maximal tappning producerar kraftverket installerad effekt, närmare bestämt 153 MW. Vid bästa verkningsgrad producerar kraftverket 117 MW.

Antag att man vill ta fram en styckvis linjär modell av elproduktionen som funktion av tappningen i Språnget. Modellen ska ha två segment och brytpunkten läggs vid bästa verkningsgrad. Beräkna följande parametrar:

- $\mu_j$  = marginell produktionsekvivalent i Språnget, segment  $j$ ,
- $\bar{Q}_j$  = maximal tappning i Språnget, segment  $j$ .

c) (4 p) Betrakta ett termiskt kraftverk, vars driftstatus modelleras med följande variabler:

$$s_t^+ = \text{start av kraftverket i början av timme } t,$$

$$u_t = \text{driftstatus timme } t, t = 1, \dots, 24.$$

Formulera det bivillkor som reglerar sambandet mellan  $u_t$ ,  $u_{t-1}$  och  $s_t^+$  för timme  $t$ . Observera att bivillkoret ska formuleras utan hjälp av några ytterligare optimeringsvariabler!

## Uppgift 5 (12 p)

a) (2 p) Antag att man simulerat elmarknaden i Land med data för nästa år (d.v.s. kraftverkens tillgänglighet och driftkostnad samt lastens varaktighetskurva) och kommit fram till att *ETOC* är lika med 1 000 k $\square$ /h. Hur stor blir den totala driftkostnaden i Land nästa år?

1. Den totala driftkostnaden kommer att bli exakt 1 000 M $\square$  under året.
2. Den totala driftkostnaden kommer att bli lägre än eller lika med 8 760 M $\square$  under året.
3. Den totala driftkostnaden kommer att bli exakt 8 760 M $\square$  under året.
4. Den totala driftkostnaden kommer att bli större än eller lika med 8 760 M $\square$  under året.
5. Det går inte att förutsäga exakt vad den totala driftkostnaden blir nästa år, men det är troligt att den kommer att hamna i närheten av 8 760 M $\square$ .

b) (2 p) Betrakta en elmarknad med tre kraftverk. I en stokastisk produktionskostnadssimulering av denna elmarknad har man fått fram följande värden på den icke-levererade energin:

$$EENS_0 = 500 \text{ MWh/h}, EENS_1 = 290 \text{ MWh/h},$$

$$EENS_2 = 120 \text{ MWh/h}, EENS_3 = 2 \text{ MWh/h}.$$

Vad får man för *ETOC* i systemet om kraftverkens rörliga kostnader är 10  $\square$ /MWh, 15  $\square$ /MWh respektive 20  $\square$ /MWh?

c) (3 p) Figuren nedan visar varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten i ett visst system, där den totalt installerade effekten är 900 MW. Antag att man skulle utöka produktionskapaciteten i detta system med en vindkraftpark, som förenklat kan modelleras såsom i tabell 3. Vad får man för risk för effektbrist i systemet då?

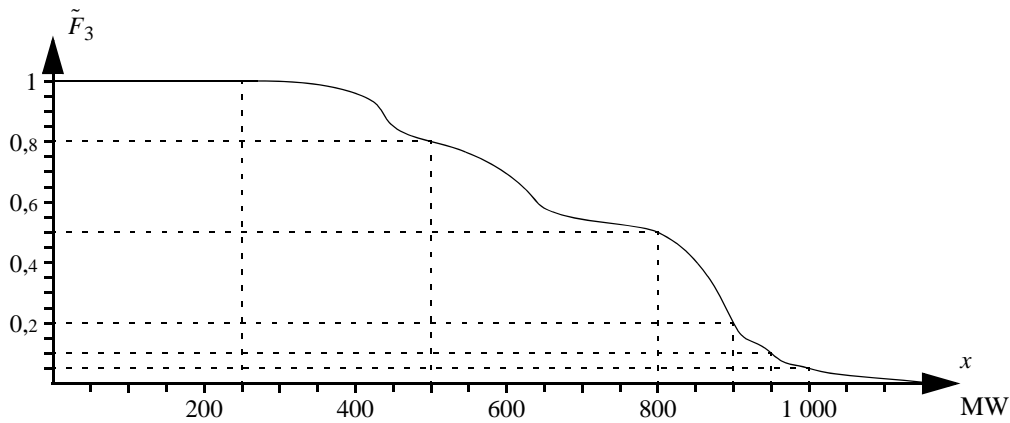
*Tips:* Faltningsekvationen för en flertillståndsmodel ser ut så här:

$$\tilde{F}_g(x) = \sum_{i=1}^{N_g} p_{g,i} \tilde{F}_{g-1}(x - x_{g,i}).$$

**Tabell 3** Modell av vindkraftverket i uppgift 5c.

Tillgänglig produktionskapacitet [MW]	Sannolikhet [%]
0	50
50	40
100	10

d) (4 p) Antag att man ska simulera en elmarknad med hjälp av stratifierad sampling och slump-talskomplement. För att bestämma hur samplen ska fördelas mellan stratumen genomför man först en pilotstudie, där man genererar 100 scenarier och 100 komplementära scenarier för varje



stratum. Resultaten från pilotstudien redovisas i tabell 4. Vilken skattning av *ETOC* får man efter pilotstudien?

**Tabell 4** Resultat från en Monte Carlo-simulering av elsystemet i uppgift 5d.

Stratum, $h$	Stratumvikt, $\omega_h$	Total driftkostnad i de ursprungliga scenarierna, $\sum_{i=1}^{100} g(y_i)$ [ $\varpi$ /h]	Total driftkostnad i de kompletterade scenarierna, $\sum_{i=1}^{100} g(y_i^*)$ [ $\varpi$ /h]
1	0,95	900 000	1 100 000
2	0,01	1 500 000	1 400 000
3	0,04	4 010 000	3 990 000

**e) (1 p)** Antag att man simulerar en omgång med 1 000 scenarier efter pilotstudien i d-uppgiften och att man fördelar samplen så nära Neymanallokeringen som man kan komma. Vad kommer man att få för skattning av *ETOC* efter denna omgång? Det korrekta värdet på systemets förväntade totala driftkostnad är 12 200  $\varpi$ /h.

1. Man kommer att få ett sämre resultat, d.v.s. den nya skattningen kommer att ligga längre ifrån det korrekta värdet än skattningen från d-uppgiften.
2. Man kommer att få ett bättre resultat, d.v.s. den nya skattningen kommer att ligga närmare det korrekta värdet än skattningen från d-uppgiften.
3. Det är troligt att man får ett bättre resultat, men det kan också bli så att resultatet blir sämre.

## DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

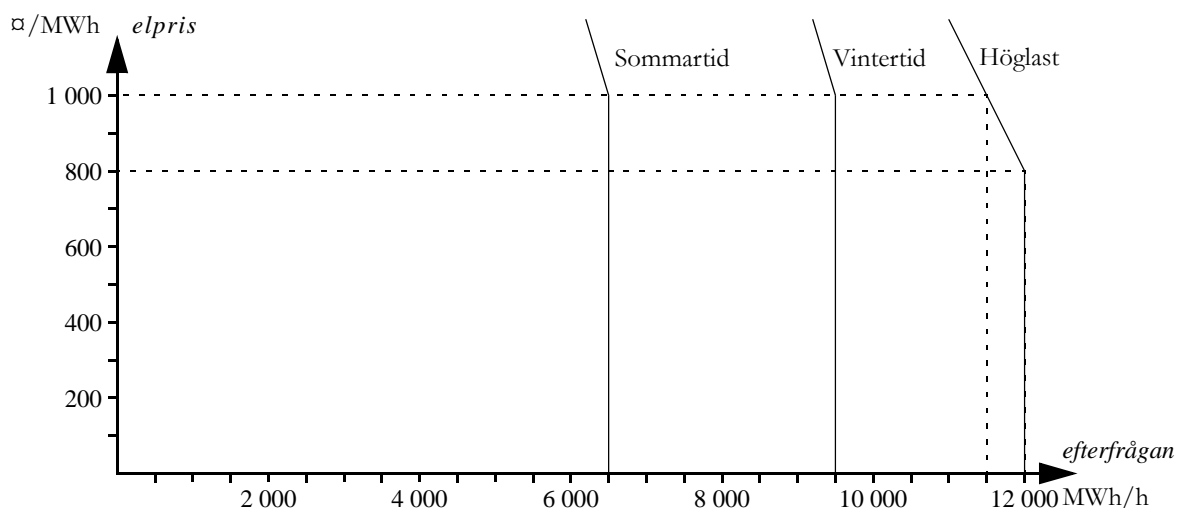
Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

### Uppgift 6 (10 p)

Betrakta en förenklad modell av elmarknaden i Land, där man antar att det råder perfekt konkurrens, där alla aktörer har tillgång till perfekt information och där det inte finns några transmissions- eller magasinbegränsningar. Både produktionskapaciteten och efterfrågan varierar däremot under året. För att få en ungefärlig uppskattning om elpriset i Land kan man dela in året i höglasterperioder (60 timmar per år), vintertid (5 700 timmar per år) och sommartid (3 000 timmar per år). Data för elproduktionen ges i tabell 5. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt. Efterfrågan framgår av figuren nedan.

Tabell 5 Produktionskapacitet på elmarknaden i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [MWh/h]			Rörlig kostnad [ϰ/MWh]
	Höglaster	Vintertid	Sommartid	
Vattenkraft	5 000	4 500	3 000	5
Kärnkraft	4 000	4 000	3 000	80–120
Fossila bränslen	2 500	2 500	2 500	300–550



a) (6 p) Beräkna hur elpriset varierar över året på elmarknaden i Land.

b) (4 p) Skulle det vara lönsamt att investera i en gasturbin med en produktionskapacitet på 125 MWh/h, rörlig produktionskostnad 800 ϰ/MWh och fasta kostnader på 42 Mϰ/år?



## Uppgift 7 (10 p)

Elsystemet i Rike är uppdelat i tre prisområden. I den norra delen av systemet finns stora mängder vattenkraft, men huvuddelen av lasten ligger i de centrala och södra delarna av landet. Mellan de tre områdena finns ett flertal parallella växelströmsledningar. Tabell 6 visar det maximala flödet på dessa ledningar (om man överskrider gränserna blir elsystemet instabilt och man riskerar omfattande strömavbrott i hela eller delar av elsystemet) och handelskapaciteten (den del av den maximala överföringskapaciteten som marknaden har tillgång till, d.v.s. det maximala planerade flödet på ledningen då frekvensen är exakt 50 Hz).

Primärregleringen i Rike är uppdelad i en normaldriftreserv och en störningsreserv. Riksnät, som är systemoperatör i Rike, har inga egna kraftverk utan är tvungen att köpa in reglerkapacitet till normaldriftreserven och störningsreserven. Denna upphandling görs med en blandning av långtidskontrakt och korttidskontrakt, eftersom behovet av reglerstyrka varierar en del beroende vilka kraftverk som är i drift och hur efterfrågan ser ut. I tabell 7 finns en sammanställning av de nu gällande långtidskontrakten. Inför den kommande veckan måste Riksnät upphandla ytterligare störningsreserver för att säkerställa att systemet klarar ett bortfall på 1 000 MW i södra Rike utan att frekvensen sjunker lägre än 49,5 Hz och utan att överbelasta någon transmissionsförbindelse. Detta krav ska vara uppfyllt även i en situation då normaldriftreserven är uttömd (d.v.s. då frekvensen är 49,9 Hz). Vilka bud ska Riksnät anta om man vill minimera kostnaden för den utökade störningsreserven?

**Tabell 6** Överföring mellan prisområdena i Rike.

Förbindelse	Maximal överföringskapacitet [MW]	Handelskapacitet [MW]
Norr ↔ Central	4 000	3 500
Central ↔ Söder	2 500	1 700

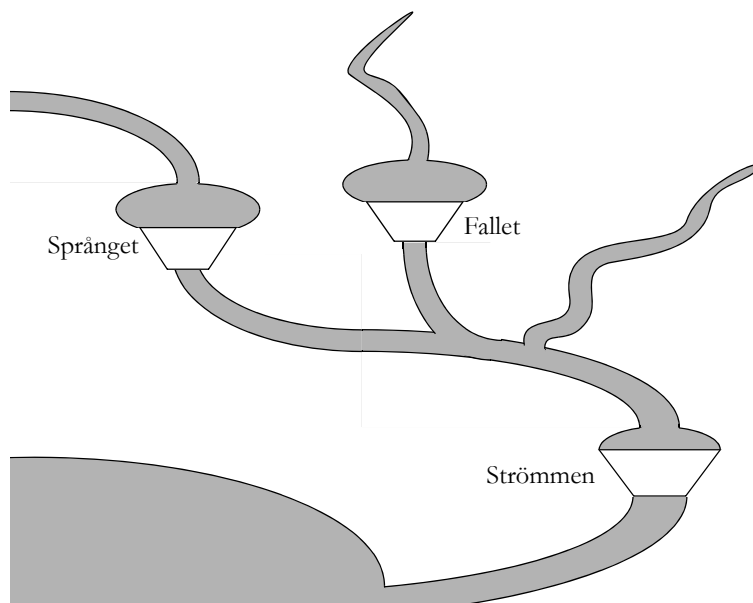
**Tabell 7** Primärregleringskapacitet från långtidskontrakt.

Prisområde	Reglerstyrka [MW/Hz]	
	Normaldriftreserv	Störningsreserv
Norr	1 500	750
Central	300	550
Söder	200	700

**Tabell 8** Bud till störningsreserven i Rike.

Bud	Reglerstyrka [MW/Hz]	Frekvensområde [Hz]	Prisområde	Pris [ $\text{€}/((\text{MW}/\text{Hz}) \cdot \text{vecka})$ ]
1	125	49,5–49,9	Norr	120
2	125	49,5–49,9	Central	125
3	125	49,5–49,9	Norr	130
4	125	49,5–49,9	Söder	135
5	125	49,5–49,9	Central	140
6	125	49,5–49,9	Söder	145

## Uppgift 8 (20 p)



AB Vattenkraft äger tre vattenkraftverk lokaliserade enligt figuren ovan. Miljödomstolen har fastställt ett minsta tillåtna vattenflöde nedströms varje kraftverk, vilket betyder att man varje timme måste antingen tappa eller spilla motsvarande flöde. Data för vattenkraftverken ges i tabell 9. Den el bolaget producerar säljs på den lokala elbörsen ElKräng. Under onsdag förmiddag har bolaget lämnat in bud för varje timme under torsdagen och på eftermiddagen kl. 14 har ElKräng meddelat vilka bud som blivit antagna (se tabell 10). Framtida elproduktion antas säljas för 500 SEK/MWh och sparat vatten antas kunna användas till elproduktion vid genomsnittlig produktionsekvivalent, d.v.s. installerad effekt i MW delat med maximal tappning i TE. Rinntiden mellan kraftverken kan försummas.

Under de första timmarna på torsdagen väntas ett regnväder passera AB Vattenkrafts kraftverk. Detta regnväder förväntas medföra kraftigt ökad lokal tillrinning under ett par timmar. Prognoser för tillrinningen återfinns i tabell 11.

**a) (12 p)** Utgå från den ursprungliga prognosen för den lokala tillrinningen under torsdagen. Formulera AB Vattenkrafts planeringsproblem som ett LP-problem. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 12 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

**b) (8 p)** Prognosen för tillrinningen är relativt säker när det gäller hur mycket tillrinningen kommer att öka i samband med regnvädet. Däremot finns en viss osäkerhet angående när regnvädet kommer att passera. Antag att det är 25% chans att det kommer en timme tidigare (alternativ prognos 1) än i den ursprungliga prognosen och 25% chans att det kommer en timme senare (alternativ prognos 2). AB Vattenkraft önskar redan på onsdag eftermiddag fastställa en plan för tappning och spill, så att man är säker på att man kan hålla den avtalade försäljningen till ElKräng och Miljödomstolens beslut om minsta tillåtna flöden. Tappning och spill ska alltså inte bero på vilket utfall man får för det lokala inflödet, utan man ska ha ett beslut om tappning och spill för varje kraftverk och varje timme. Detta innebär att man i stället måste låta magasinsnivån variera beroende på tappning, spill och inflöde, d.v.s. man får olika magasinsnivåer för de tre möjliga

**Tabell 9** Data för AB Vattenkrafts kraftverk.

Kraftverk	Startinnehåll i vattenmagasinet [TE]	Maximalt magasininnehåll [TE]	Marginella produktions-ekvivalenter [MWh/TE]		Maximal tappning [TE]		Minsta tillåtna flöde nedströms kraftverket [TE]
			Segment 1	Segment 2	Segment 1	Segment 2	
Språnget	850	1 000	0,68	0,60	100	40	25
Fallet	1 100	1 400	0,70	0,62	80	40	20
Strömmen	750	800	0,40	0,35	150	80	50

**Tabell 10** AB Vattenkrafts försäljning till ElKräng under torsdagen.

Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Accepterade bud [MWh]	184	142	142	162	128,4	170,4	212	212	267	267	236,8	212
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Accepterade bud [MWh]	212	212	198	184	184	184	212	212	184	184	55	51

**Tabell 11** Prognoser för lokal tillrinning under torsdagen.

Tid	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-24
Lokal tillrinning enligt ursprunglig prognos [TE]						
Språnget	80	80	200	200	80	80
Fallet	60	60	150	150	60	60
Strömmen	10	10	30	30	10	10
Lokal tillrinning enligt alternativ prognos 1 [TE]						
Språnget	80	200	200	80	80	80
Fallet	60	150	150	60	60	60
Strömmen	10	30	30	10	10	10
Lokal tillrinning enligt alternativ prognos 2 [TE]						
Språnget	80	80	80	200	200	80
Fallet	60	60	60	150	150	60
Strömmen	10	10	10	30	30	10

**Tabell 12** Beteckningar till AB Vattenkrafts planeringsproblem.

Beteckning	Förklaring	Värde
$M_{i,0}$	Startinnehåll i magasin $i$	Se tabell 9
$\bar{M}_i$	Maximalt innehåll i magasin $i$	Se tabell 9
$\mu_{i,j}$	Marginell produktions-ekvivalent i kraftverk $i$ , segment $j$	Se tabell 9
$\bar{Q}_{i,j}$	Maximal tappning i kraftverk $i$ , segment $j$	Se tabell 9
$\underline{Q}_i$	Minsta tillåtna flöde nedströms kraftverk $i$	Se tabell 9
$D_t$	Försäljning till ElKräng timme $t$	Se tabell 10
$V_{i,t,1}$	Förväntad lokal tillrinning till magasin $i$ under timme $t$ enligt ursprunglig prognos	Se tabell 11
$V_{i,t,2}$	Förväntad lokal tillrinning till magasin $i$ under timme $t$ enligt alternativ prognos 1	Se tabell 11
$V_{i,t,3}$	Förväntad lokal tillrinning till magasin $i$ under timme $t$ enligt alternativ prognos 2	Se tabell 11
$\lambda_f$	Förväntat framtida elpris	500

inflödesalternativen. Hur måste AB Vattenkrafts planeringsproblem formuleras om ifall syftet med planeringen är att maximera värdet av det förväntade magasininnehållet? Glöm inte att definiera alla nya variabler och parametrar du inför!

*Tips:* Inför separata magasinvariabler för de tre möjliga inflödesalternativen, d.v.s.

$$M_{i,t,p} = \text{innehåll i magasin } i \text{ vid slutet av timme } t \text{ om prognos } p \text{ inträffar,}$$

$$i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24, p = 1, 2, 3.$$

## Uppgift 9 (20 p)

Öarna är en självstyrande ögrupp ute i Atlanten. Elsystemet på Öarna är såpass litet att det inte anses meningsfullt att omstrukturera elmarknaden och införa konkurrens, utan man har fortfarande en vertikalt integrerad elmarknad där ett statligt ägt kraftbolag sköter all produktion, transmission och distribution. Alla konsumenter betalar ett elpris på 150  $\text{€}/\text{MWh}$ .

Elproduktionen på Öarna utgörs av vattenkraft och vindkraft, som ligger i det glesbefolkade kustområdet Berg. Den totala installerade effekten är 160 MW och den rörliga produktionskostnaden i dessa kraftverk är försumbar. På nästa sida visas en varaktighetskurva för den totala tillgängliga produktionskapaciteten,  $\tilde{F}_{\bar{W}}(x)$ . Den största delen av lasten finns i de enda större byarna, Hamn och Vik. Varaktighetskurvan för den totala lasten i systemet,  $\tilde{F}_D(x)$ , visas också på nästa sida. Hamn utgör mellan 60 och 80% av den totala lasten och den resterande delen finns i Vik.

För att simulera elsystemet på Öarna kan man använda en modell med tre areor: Berg, Hamn och Vik. Förbindelsen mellan Berg och Hamn utgörs av två parallella luftledningar. Varje ledning har en kapacitet på 100 MW och förlusterna på respektive ledning kan skrivas som  $L = 5 \cdot 10^{-4} P^2$ , där  $L$  är förlusterna på ledningen och  $P$  är den effekt man matar in på ledningen. Vid normalt väder är den tillgängliga överföringskapaciteten på dessa två ledningar så gott som oberoende av varandra, men vid stormar finns det en relativt stor risk att bägge ledningarna slås ut samtidigt. I genomsnitt har man 8,76 h storm per år på Öarna. En modell av den tillgängliga överföringskapaciteten på dessa bägge ledningar återfinns i tabell 13. Förbindelsen mellan Hamn och Vik utgörs av en sjökabel som har en kapacitet på 50 MW och förlusterna kan antas vara  $L = 8 \cdot 10^{-4} P^2$ . Risken för avbrott på sjökabeln är försumbar.

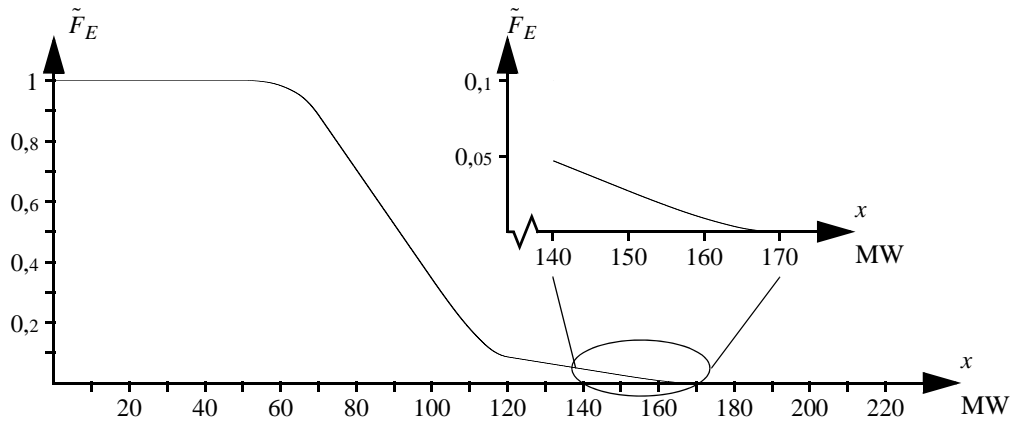
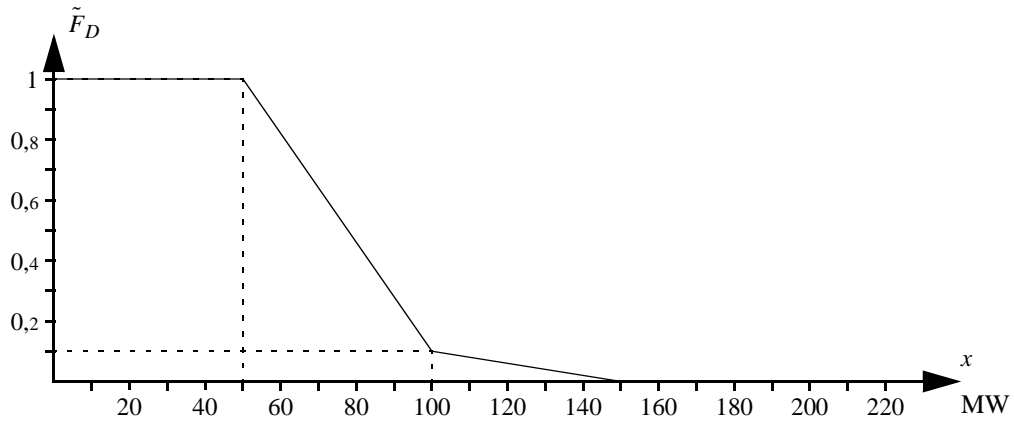
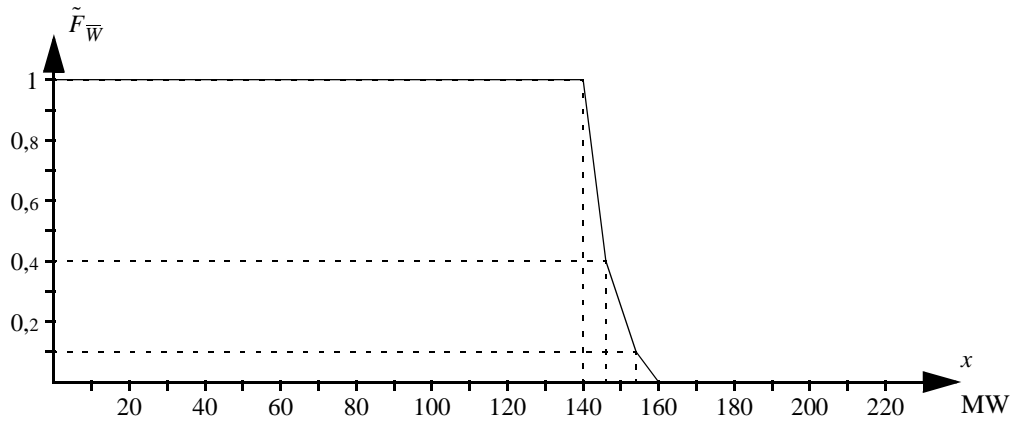
**Tabell 13** Modell av transmissionsförbindelsen mellan Berg och Hamn.

Tillgänglig överföringskapacitet [MW]	Sannolikhet [%]	
	Normalt väder	Storm
0	Försumbar	10
100	0,2	20
200	99,8	70

**Tabell 14** Slumptal.

Sannolikhetsfördelning	Värde									
Total produktionskapacitet, $\tilde{F}_{\bar{W}}$	152	154	141	155	147	141	143	145	157	158
	142	158	157	145	151	141	144	155	151	158
Total last, $\tilde{F}_D$	74	71	92	94	60	77	75	86	89	92
	65	88	86	59	57	78	130	69	82	62
$U(0, 1), \tilde{F}_U(x) = \begin{cases} 1 & \text{om } x < 0, \\ 1 - x & \text{om } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{om } 1 < x. \end{cases}$	0,35	0,83	0,59	0,55	0,92	0,11	0,08	0,18	0,55	0,40
	0,29	0,76	0,75	0,38	0,57	0,96	0,40	0,26	0,14	0,08
	0,08	0,05	0,53	0,78	0,93	0,00	0,26	0,15	0,85	0,24
	0,13	0,57	0,47	0,01	0,34	0,77	0,80	0,14	0,62	0,12
	0,16	0,79	0,31	0,53	0,17	0,82	0,43	0,87	0,35	0,18
	0,60	0,26	0,65	0,69	0,75	0,87	0,91	0,58	0,51	0,24

**a) (8 p)** I figuren på nästa sida visas varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten,  $\tilde{F}_E(x)$ , på Öarna (överföringsförlusterna har inte räknats in i den ekvivalenta lasten) och i tabell 14 hittar du några slumptal från olika fördelningar. Föreslå en metod för att simulera elmarknaden på Öarna. Beskriv kortfattat vilka antaganden du gör och vilka beräkningar som krävs. Beskriv hur du går tillväga för att få ett så noggrant resultat som möjligt med de begränsade data som ges ovan och den begränsade tid som du har till ditt förfogande.



**b) (4 p)** Använd den simuleringsmetod du föreslagit till att beräkna en skattning av risken för effektbrist på Öarna.

**c) (8 p)** Antag att den samhällsekonomiska kostnaden för bortkopplad last är 1 000  $\text{kr}/\text{MWh}$ . Skulle det vara samhällsekonomiskt lönsamt att göra en investering som kostar 1,2 M $\text{kr}/\text{år}$  i en dieselgenerator i Hamn? Dieselgeneratoren skulle få en installerad effekt på 2,5 MW, tillgänglighet 90% och en rörlig produktionskostnad på 100  $\text{kr}/\text{MWh}$ .



KTH Elektro-  
och systemteknik

## Svarsblad till del I

Namn: .....

Personnummer: .....

### Uppgift 1

a) Alternativ ..... är korrekt.

b) Alternativ ..... är korrekt.

### Uppgift 2

a) .....  $\alpha$ /MWh    b) ..... timmar

c) ..... kommer att exportera ..... MWh

### Uppgift 3

a) ..... Hz                      b) ..... Hz

c) ..... Hz                      d) ..... Hz

### Uppgift 4

a) .....

b)  $\mu_1$  ..... MWh/TE     $\mu_2$  ..... MWh/TE

$\bar{Q}_1$  ..... TE                       $\bar{Q}_2$  ..... TE

c) .....

### Uppgift 5

a) Alternativ ..... är korrekt.

b) .....  $\alpha$ /h                      c) ..... %

d) .....  $\alpha$ /h

e) Alternativ ..... är korrekt.

### Uppgift 1

- a) 2, b) 1.

### Uppgift 2

- a) Elpriset sätts av skärningspunkten mellan utbuds- och efterfrågekurvorna. Skärningspunkten kan identifieras grafiskt genom att rita bägge kurvorna i samma figur. Alternativt kan man anta ett elpris  $\lambda$ , mellan 20 och 40  $\text{€}/\text{MWh}$ . Utbudet vid denna prisnivå kan skrivas  $30 + (\lambda - 20)$  och efterfrågan kan skrivas  $45 - (\lambda - 20)/4$ . Dessa två uttryck ska vara lika, vilket ger elpriset  $\lambda = 32 \text{ €}/\text{MWh}$ .
- b) Elpriset är lägre i Rike mellan klockan fem på morgonen och åtta på kvällen, d.v.s. Rike kommer att exportera under 15 timmar.
- c) Under 15 timmar exporterar Rike  $15 \cdot 1000 = 15000 \text{ MWh}$  och under övriga 9 timmar exporterar Maa  $9 \cdot 1000 = 9000 \text{ MWh}$ . Nettoexporten blir således  $6000 \text{ MWh}$  från Rike till Maa.

### Uppgift 3

- a) Area A ingår i samma synkrona nät som area B, D och E, vilket betyder att systemets totala reglerstyrka är  $5000 \text{ MW}/\text{Hz}$ . Den ökade elproduktionen leder till en frekvensökning  $\Delta f/\text{R} = \Delta G/\text{R} = 150/5000 = 0,03 \text{ Hz}$ , d.v.s. den nya frekvensen blir  $50 + 0,03 = 50,03 \text{ Hz}$ .
- b) Eftersom area B ingår i samma synkrona nät som area A är frekvensen densamma, d.v.s.  $50,03 \text{ Hz}$ .
- c) Eftersom area C inte ingår i samma synkrona nät som area A är frekvensen i area C oförändrad, d.v.s. den är fortfarande exakt  $50 \text{ Hz}$ .
- d) Eftersom area D ingår i samma synkrona nät som area A är frekvensen densamma, d.v.s.  $50,03 \text{ Hz}$ .

### Uppgift 4

- a) maximera 
$$\sum_{t=1}^{24} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^2 H_{i,j} Q_{i,j,t}$$

$$+ \lambda_{25} (Y_1 + Y_4 + Y_5) M_{1,24} + (Y_2 + Y_4 + Y_5) M_{2,24} + (Y_3 + Y_5) M_{3,24} + (Y_4 + Y_5) M_{4,24} + Y_5 M_{5,24}$$
- b) Följande data är givna i uppgiften:
- $Q$  = maximal tappning i Språnget = 240,  
 $\hat{Q}$  = tappning i Språnget vid bästa verkningsgrad = 180,  
 $H$  = elproduktion i Språnget vid bästa verkningsgrad = 117,  
 $\bar{H}$  = maximal elproduktion i Språnget = 153.

De marginella produktionssekvivalenterna kan nu beräknas enligt

$$\mu_1 = \frac{\bar{H}}{\hat{Q}}$$

och

$$\mu_2 = \frac{\bar{H} - \hat{H}}{\hat{Q} - \bar{Q}},$$

vilket ger följande linjära modeller av kraftverket:

$$\mu_j = \text{marginell produktionssekvivalent i Språnget, segment } j = \begin{cases} 0,65 & j = 1, \\ 0,6 & j = 2, \end{cases}$$

$$\bar{Q}_j = \text{maximal tappning i Språnget, segment } j = \begin{cases} 180 & j = 1, \\ 60 & j = 2. \end{cases}$$

- c)  $u_t - u_{t-1} \leq s_t^+$ .

### Uppgift 5

- a) 5.
- b) Den förväntade elproduktionen i de tre kraftverken ges av
- $$EG_1 = EENS_0 - EENS_1 = 210 \text{ MWh/h},$$
- $$EG_2 = EENS_1 - EENS_2 = 170 \text{ MWh/h},$$
- $$EG_3 = EENS_2 - EENS_3 = 118 \text{ MWh/h}.$$
- Den förväntade driftkostnaden blir då  $ETOC = 10 \cdot 210 + 15 \cdot 170 + 20 \cdot 118 = 7010 \text{ €}/\text{h}$ .
- c)  $LOLP = F_4(1000) = 0,1 F_3(1000) + 0,4 F_3(950) + 0,5 F_3(900) = 0,1 \cdot 0,05 + 0,4 \cdot 0,1 + 0,5 \cdot 0,2 = 14,5\%$ .
- d) Först beräknar vi väntevärdet i respektive stratum. I praktiken behöver man inte göra något skillnad mellan observationer från de ursprungliga scenarierna och de komplementära scenarierna, vilket ger följande skattningar:

$$m_{X,h} = \frac{1}{200} \left( \sum_{i=1}^{100} g(Y_i) + \sum_{i=1}^{100} g(Y_i^*) \right) = \begin{cases} 10000 & h = 1, \\ 14500 & h = 2, \\ 40000 & h = 3. \end{cases}$$

Därefter viktar vi ihop resultaten för varje stratum i enlighet med deras stratumvikter:

$$m_X = \sum_{h=1}^3 \omega_h m_{X,h} = 0,95 \cdot 10000 + 0,01 \cdot 14500 + 0,04 \cdot 40000 = 11245 \text{ €}/\text{h}.$$

- e) 3.

### Uppgift 6

- a) Under höglasterperioder är den maximala produktionskapaciteten  $11500 \text{ MWh}/\text{h}$ . Elpriset

måste därmed bli såpass högt att efterfrågan reduceras till 11 500 MW/h, vilket sker vid elpriset 1 000 €/MWh.

Under vintertid kommer elpriset att bli lägre än 1 000 €/MWh, vilket betyder att efterfrågan är 9 500 MW/h. Därmed behövs all vattenkraft, all kärnkraft och 1 000/2 500 = 40% av den fossilbränslebaserade elproduktionen. Detta innebär att man utnyttjar 40% av prisintervall för fossila bränslen, d.v.s. elpriset blir 400 €/MWh.

Under sommartid kommer elpriset att bli lägre än 1 000 €/MWh, vilket betyder att efterfrågan är 6 500 MW/h. Därmed behövs all vattenkraft, all kärnkraft och 500/2 500 = 20% av den fossilbränslebaserade elproduktionen. Detta innebär att man utnyttjar 20% av prisintervall för fossila bränslen, d.v.s. elpriset blir 350 €/MWh.

**b)** Gasturbinen har så hög rörlig driftkostnad att den endast kommer att användas under höglåstperioder. Med gasturbinen ökar produktionskapaciteten till 11 625 MW/h vid höglåst, vilket sänker elpriset till 950 €/MWh. Intäkten från såld el blir därmed 950 €/MWh · 125 MW/h/h · 60 h/år = 7,125 M€/år. De totala kostnaderna är 800 · 125 · 60 (rörliga kostnader) + 42 000 000 (fasta kostnader) = 48 M€/år. En sådan gasturbin är med andra ord inte lönsam på långa vägar – då skulle det behövas betydligt högre elpriser under höglåstperioder.

## Uppgift 7

För att klara ett produktionsbortfall på 1 000 MW utan att frekvensen ändras mer än 0,4 Hz krävs en reglerstyrka på 1 000/0,4 = 2 500 MW/Hz. Den befintliga störningsreserven är emellertid endast på 2 000 MW/Hz. Då man väljer ut bud motsvarande de resterande 500 MW/Hz måste man ta hänsyn till marginalerna på transmissionsförbindelserna. Den värsta situation som kan inträffa är att hela handelskapaciteten söderut är utnyttjad, samtidigt som man har en lastökning motsvarande hela normaldriftsreserven (2 000 · 0,1 = 200 MW) i det södra prisområdet och det dimensionerande felet inträffar. I detta läge har flödet från det norra till det centrala prisområdet ökat med 150 (normaldriftsreserv) + 300 (befintlig störningsreserv) = 450 MW. Eftersom man har 500 MW marginal på denna förbindelse så får den extra störningsreserven inte ge mer än 50 MW i det norra prisområdet, d.v.s. den extra reglerstyrkan får inte vara större än 50/0,4 = 125 MW. Man kan således endast anta det billigaste budet från det norra prisområdet. Flödet från det centrala till det södra prisområdet ökar då med 500 (ökning av flödet från norr inklusive den extra störningsreserven) + 30 (normaldriftsreserv) + 220 (befintlig störningsreserv) = 750 MW. I det här fallet finns det 800 MW marginal på ledningarna, vilket medför att man även i det centrala prisområdet endast kan anta ett bud. Den resterande störningsreserven måste därmed ligga i det södra prisområdet. Riksnät ska således anta bud 1, 2, 4 och 6.

## Uppgift 8

- a)** I ord kan planeringsproblemet formuleras som
- maximera *värdet av sparad vatten,*
  - med hänsyn till *hydrologisk balans för vattenmagasinen,*
  - minsta tillåtna flöde nedströms kraftverken,*
  - lastbalans (antagna bud på Elkrafting måste levereras),*
  - begränsningar för magasininnehåll, tappning och spill.*

## Index för kraftverk

Språnget 1, Faller 2, Strömmen 3.

## Parametrar

De flesta parametrarna är definierade i tabell 12 i uppgiftslydelsen. Dessutom behöver vi beräkna de genomsnittliga produktionskoefficienterna enligt instruktionen i uppgiften:

$$\bar{\chi}_i = \text{förväntad framtida produktionskoefficient i kraftverk } i =$$

$$= \frac{\mu_{i,1} Q_{i,1} + \mu_{i,2} Q_{i,2}}{Q_{i,1} + Q_{i,2}} \approx \begin{cases} 0,657 & i = 1, \\ 0,669 & i = 2, \\ 0,383 & i = 3. \end{cases}$$

## Optimeringsvariabler

$Q_{i,j,t}$  = tappning i kraftverk  $i$ , segment  $j$ , under timme  $t$ ,  
 $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24$ ,

$S_{i,t}$  = spill från magasin  $i$  under timme  $t$ ,  $i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24$ ,

$M_{i,t}$  = innehåll i magasin  $i$  vid slutet av timme  $t$ ,  $i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24$ .

## Målfunktion

maximera  $\lambda_1(\gamma_1 + \gamma_2)M_{1,24} + (\gamma_2 + \gamma_3)M_{2,24} + \gamma_3 M_{3,24}$ .

## Bvillkor

Hydrologisk balans för Språnget och Faller:

$$M_{i,t} = M_{i,t-1} - Q_{i,1,t} - Q_{i,2,t} - S_{i,t} + V_{i,t} \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Strömmen:

$$M_{3,t} = M_{3,t-1} - Q_{3,1,t} - Q_{3,2,t} - S_{3,t} + Q_{1,1,t} + Q_{1,2,t} + S_{1,t} + Q_{2,1,t} + Q_{2,2,t} + S_{2,t} + V_{3,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Minsta tillåtna flöde nedströms kraftverken:

$$Q_{i,1,t} + Q_{i,2,t} + S_{i,t} \geq \underline{Q}_i \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$

Lastbalans:

$$3 - 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} \geq D_t \quad t = 1, \dots, 24.$$

## Variabelgränser

$$0 \leq Q_{i,j,t} \leq \bar{Q}_{i,j} \quad i = 1, 2, 3, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq S_{i,t} \leq \bar{S}_{i,t} \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq M_{i,t} \leq \bar{M}_i \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$

**b)** Skillnaden gentemot föregående uppgift är att vi nu måste ha separata hydrologiska balansvillkor för de olika flödesalternativen och att vi inte kommer att veta exakt hur mycket vatten som finns kvar i slutet av perioden, vilket innebär att vi får lov att maximera värdet det förväntade in-



håller i magasinet i stället.

Till att börja med inför vi index för de olika prognoserna:

- $p = 1$     ursprunglig prognos,
- $p = 2$     alternativ prognos 1,
- $p = 3$     alternativ prognos 2.

Därefter inför vi följande nya parametrar:

$$M_{i,0,p} = \text{startinnehåll i magasin } i \text{ om prognos } p \text{ inträffar} = M_{i,0}$$

$$\tilde{\pi}_p = \text{sannolikhet att prognos } p \text{ inträffar} = \begin{cases} 0,5 & p = 1, \\ 0,25 & p = 2, \\ 0,25 & p = 3. \end{cases}$$

Vi inför också nya optimeringsvariabler i enlighet med tipset:

$$M_{i,t,p} = \text{innehåll i magasin } i \text{ vid slutet av timme } t \text{ om prognos } p \text{ inträffar,} \\ t = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24, p = 1, 2, 3.$$

Ny målfunktion:

$$\text{maximera } \sum_{p=1}^3 \tilde{\pi}_p \lambda_p (\gamma_1 + \gamma_3) M_{1,24,p} + (\gamma_2 + \gamma_3) M_{2,24,p} + \gamma_3 M_{3,24,p}.$$

Ny hydrologisk balans för Språnget och Fällan:

$$M_{i,t,p} = M_{i,t-1,p} - Q_{i,1,t} - Q_{i,2,t} - S_{i,t} + V_{i,t,p} \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24, p = 1, 2, 3,$$

Hydrologisk balans för Strömmen:

$$M_{3,t,p} = M_{3,t-1,p} - Q_{3,1,t} - Q_{3,2,t} - S_{3,t} \\ + Q_{1,1,t} + Q_{1,2,t} + S_{1,t} + Q_{2,1,t} + Q_{2,2,t} + S_{2,t} + V_{3,t,p} \quad t = 1, \dots, 24, p = 1, 2, 3.$$

Nya variabelgränser:

$$0 \leq M_{i,t,p} \leq \bar{M}_i, \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24, p = 1, 2, 3.$$

## Uppgift 9

a) Det skulle inte vara tillräckligt att enbart använda stokastisk produktionskostnadsmodellering och helt bortse från transmissionsförbindelsen mellan Berg och Hamm. Ett alternativ vore att göra tre separata simuleringar för olika tillstånd för den tillgängliga transmissionskapaciteten; då 200 MW är tillgängligt simuleras systemet som vanligt, då 100 MW är tillgängligt betraktas Berg som ett 100% tillförligt kraftverk med en installerad effekt på 100 MW (d.v.s. den kapacitet som kan överföras till Hamm) och då ingen transmissionskapacitet finns tillgänglig har man inga kraftverk alls i systemet. Ett annat alternativ är att göra en Monte Carlo-simulering med kontrollvariabler eller stratifierad sampling. (Man skulle även kunna använda en kombination av kontrollvariabler eller stratifierad sampling, men det blir rätt komplicerat om det ska göras effektivt.) I nedanstående lösning används stratifierad sampling.

Inför följande index för areorna: 1 – Hamm, 2 – Vik. Eftersom vi inte har någon last i arean Berg kan denna utelämnas från modellen och man kan utgå från att överföringen från Berg till Hamm alltid är lika med elproduktionen i Berg. Vidare kan man konstatera att effektfördelna alltid kommer att gå från Berg till Hamm till Vik och att flöden i motsatt riktning inte behöver modelleras. Detta ger oss följande elmarknadsmodell:

minimera  $U_1 + U_2$ ,

då  $W - 5 \cdot 10^{-4} W^2 = D_1 - U_1 + P$ , (lastbalans för Hamm)

$P - 8 \cdot 10^{-4} P^2 = D_2 - U_2$ , (lastbalans för Vik)

$0 \leq P \leq 40$ ,

$0 \leq U_n \leq D_n$ ,  $n = 1, 2$ ,

$0 \leq W \leq \min(\bar{W}, \bar{P})$ ,

I detta optimeringsproblem har vi följande scenarioparametrar:

$D_n$  = last i area  $n$ ,  $n = 1, 2$ ,

$P$  = maximal överföring från Berg till Hamm,

$\bar{W}$  = maximal total elproduktion i vattenkraft och vindkraft.

Då man löser optimeringsproblemet (vilket kan göras med enkla handräkningar) erhåller man eller kan man beräkna följande resultatvariabler:

$EMS$  = icke-levererad energi =  $U_1 + U_2$ ,

$LOLO$  = effektkris =  $\begin{cases} 0 & \text{om } EMS = 0, \\ 1 & \text{om } EMS > 0, \end{cases}$

$P$  = överföring från Hamm till Vik,

$U_n$  = icke-levererad effekt i area  $n$ ,  $n = 1, 2$ ,

$W$  = total elproduktion i vattenkraft och vindkraft.

Stratumen kan vi definiera med hjälp av ett stratumråd. På den första nivån under roten placeras vi tillgänglig produktionskapacitet. Eftersom tillgänglig kapacitet är en kontinuerlig stokastisk variabel i det här fallet måste vi ange ett intervall för de möjliga värdena i varje nod. Det går dock inte att enkelt identifiera några intervall som hjälper oss att förutsäga resultatvariablerna  $LOLO$  och  $EMS$ , så därför placeras vi alla möjliga utfall i en enda nod, som då får nodvikten 1.

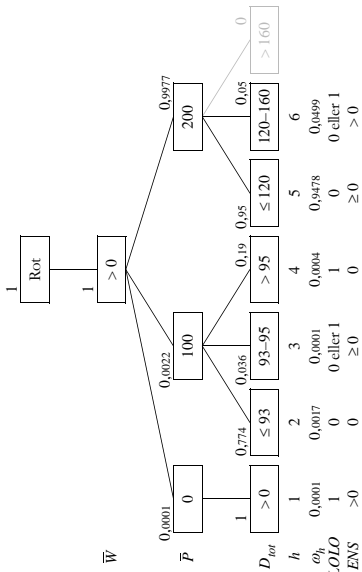
På nästa nivå placeras vi den tillgängliga överföringskapaciteten. Här finns det tre diskreta utfall, som vi placerar i varsin nod. Nodvikterna beräknas på följande vis:

- Ingen överföringskapacitet har vi med 100% sannolikhet då det är storm (0,1% sannolikhet)  $\Rightarrow$  nodvikten blir 0,001-0,1 = 0,01%.
- Halv överföringskapacitet har vi med 0,2% sannolikhet då det är normalväder (99,9% sannolikhet) eller med 20% sannolikhet då det är storm (0,1% sannolikhet)  $\Rightarrow$  nodvikten blir 0,999-0,002 + 0,001-0,2 = 0,22%.
- Full överföringskapacitet har vi med 99,8% sannolikhet då det är normalväder (99,9% sannolikhet) eller med 70% sannolikhet då det är storm (0,1% sannolikhet)  $\Rightarrow$  nodvikten blir 0,999-0,998 + 0,001-0,7 = 99,77%.

På den understa nivån placeras vi den totala lasten. Om ingen överföringskapacitet finns tillgänglig spelar det ingen roll hur stor lasten är och alla utfall för den totala lasten kan placeras i en nod med vikten 1. Då endast en ledning fungerar kommer man alltid ha tillgång till 100 MW av produktionskapaciteten i Berg, men högst 95 MW är tillgängliga i Hamm, eftersom förlusterna är  $5 \cdot 10^{-4} \cdot 100^2 = 5$  MW då flödet är 100 MW mellan Berg och Hamm. Inga problem kan uppstå om lasten är mindre än 100 MW minus de maximala totala förlusterna (som kan beräknas enligt  $L_{100} = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 100^2 + 8 \cdot 10^{-4} \cdot 50^2 = 7$  MW). Om efterfrågan är större än 95 MW är lastbortkoppling oundviklig. I intervaller däremellan beror resultatet på förlusterna. Då bägge ledningarna fungerar kan hela den tillgängliga produktionskapaciteten föras över till Hamm. Om det däremot skulle vara så illa att lasten i Vik är större än 48 MW är lastbortkoppling oundviklig. Eftersom lasten i Vik utgör högst 40% av den totala lasten kan detta endast inträffa då den totala lasten är större än

48/0,4 = 120 MW. Om lasten är lägre än så kan inga problem uppstå och om lasten är större än 160 MW är lastbortkoppling oundvikligt. I intervallet däremellan kan alltså effektrist uppstå på grund av transmissionsförlusterna eller begränsningen på kablarna mellan Hamm och Vik. Nodviktigheterna på denna nivå beräknas med hjälp av den givna varaktighetskurvan för den totala lasten,  $F_D(x)$ .

Det resulterande stratumrådet med stratumvikter och möjliga värden på resultatvariablerna visas i figuren nedan.



b) Då vi ska beräkna  $LOLP$  är det endast stratum 3 och 6 som är intressant, eftersom det bara är där som det finns en osäkerhet om resultatet. Av praktiska skäl kan vi då välja att skapa tio scenarier vardera till dessa stratum. Den tillgängliga produktionskapaciteten kan vi hämta direkt från motsvarande sannolikhetsfördelning i tabell 14. Sannolikhetsfördelningen för den totala lasten ser olika ut i de två stratum och därför använder vi likformigt fördelade slumpetal och den inversa transformmetoden för att generera dessa värden. Hamm's andel av den totala lasten antas vara likformigt fördelad mellan 60 och 80%; dessa värden genererar vi också med hjälp av de givna likformigt fördelade slumpetalen. De erhållna scenarierna visas i tabellen nedan. (Siffrorna är avrundade och det kan därför se ut som om de inte stämmer riktigt.)

Scenario	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Stratum 3										
$\bar{W}$ [MW]	152	154	141	155	147	141	143	145	157	158
$\bar{P}$ [MW]	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
$D_{tot}$ [MW]	94	93	94	94	94	93	94	94	95	95
$D_1$ [MW]	62	70	70	64	67	74	64	62	59	58
$D_2$ [MW]	32	23	23	31	27	19	30	33	35	36
$LOLO$	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
Stratum 6										
$\bar{W}$ [MW]	142	158	157	145	151	141	144	155	151	158
$\bar{P}$ [MW]	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200
$D_{tot}$ [MW]	153	154	139	132	127	155	147	151	130	148
$D_1$ [MW]	96	110	97	79	85	117	112	95	94	92
$D_2$ [MW]	57	44	43	52	42	38	35	56	36	56
$LOLO$	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1

Väntevärdet per stratum kan nu beräknas respektive skattas enligt följande:

$$m_{LOLO1} = 1, m_{LOLO2} = 0, m_{LOLO3} = 0,5, m_{LOLO2} = 1, m_{LOLO2} = 0, m_{LOLO2} = 0,7.$$

Därefter viktar vi ihop resultaten för varje stratum i enlighet med deras stratumvikter:

$$m_{LOLO} = \sum_{h=1}^3 \omega_h m_{LOLOh} = 0,0001 \cdot 1 + 0 + 0,0001 \cdot 0,5 + 0,0004 \cdot 1 + 0 + 0,0499 \cdot 0,7 \approx 3,55\%.$$

c) Innan vi ger oss på att skatta den förväntade elproduktionen i dieselgeneratorn med hjälp av Monte Carlo-simulering kan göra en grov överslagsberäkning med hjälp av stokastisk produktionskostnadssimulering. Den förväntade elproduktionen kan beräknas enligt

$$EG = 0,9 \cdot T \int_{160}^{162,5} \bar{F}_E(x) dx \approx 0,9 \cdot 8760 \cdot \frac{0,02 + 0,012}{2} \cdot 2,5 = 315 \text{ MWh/år}.$$

En MWh som levereras från dieselgeneratorn kostar 100 ö/MWh och har ett samhällsekonomiskt värde på 1 000 ö/MWh, d.v.s. varje MWh dieselgeneratorproduktion ger en samhällsekonomisk nytta på 900 ö/MWh. Den totala nyttan på ett år blir då ungefär  $315 \cdot 900 = 283\,500$  ö/år. Även om stokastisk produktionskostnadssimulering underskattar behovet av dieselgeneratorn (systemet utan dieselgeneratorn har t.ex.  $LOLP = F_E(160) \approx 2\%$  att jämföra med resultatet 3,55% från beräkningen), så är skillnaden mellan den samhällsekonomiska nyttan och investeringskostnaden så stor att man kan dra slutsatsen att dieselgeneratorn inte är samhällsekonomiskt lönsam.