



**KTH Elektro-
och systemteknik**

**Tentamen i EG2050/2C1118 Systemplanering,
18 mars 2010, 14:00–19:00, E31, E35, E36, E51-E53**

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (2 p) Konsumenterna på en bilateral elmarknad har följande valmöjligheter: I) De kan välja vilken systemoperatör de vill ha, II) De kan välja vilken elleverantör de vill ha, III) De kan välja vilken aktör som ska sköta deras balansansvar.

1. Endast I är sant.
2. Endast III är sant.
3. I och II är sanna men inte III.
4. II och III är sanna men inte I.
5. Alla påståendena är sanna.

b) (2 p) Berakta ett balansansvarigt bolag som under en viss timme producerat 100 MWh, köpt 20 MWh från elbörsen, sålt 120 MWh till kunder med självbetjäningkontrakt och sålt 10 MWh reglerkraft till systemoperatören. Vilka förpliktelser har bolaget i efterhandshandeln till denna timme?

1. Bolaget måste köpa 10 MWh balanskraft av systemoperatören.
2. Bolaget behöver varken köpa eller sälja balanskraft.
3. Bolaget måste sälja 10 MWh balanskraft till systemoperatören.
4. Bolaget måste sälja 20 MWh balanskraft till systemoperatören
5. Inget av ovanstående alternativ är korrekt.

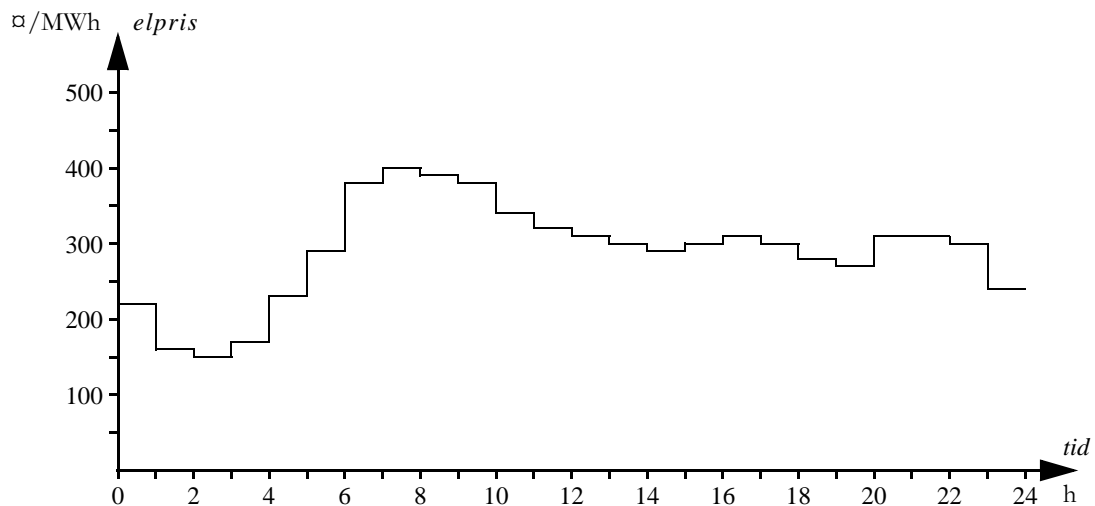
Uppgift 2 (6 p)

Antag att det råder perfekt konkurrens på elmarknaden i Land, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Data för kraftverken i Land ges i tabell 1. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Tabell 1 Data för kraftverken i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]	Rörlig kostnad [ϰ/MWh]
Vattenkraft	60	5
Kärnkraft	50	90–100
Biobränslen	20	100–400
Fossilgas	10	200–300
Import från grannländerna	8	300–500

- a) (2 p)** Hur stor är elförbrukningen i Land om elpriset under ett visst år är 325 ϰ/MWh ?
- b) (1 p)** Antag att fossilgaseldade kraftverk med en produktionskapacitet på 5 TWh läggs ned och ersätts med 5 TWh vindkraft. Den rörliga produktionskostnaden i vindkraftverken antas vara 5 ϰ/MWh . Vilket elpris får man i Land om man utgår att förutsättningarna i övrigt är desamma som i a-uppgiften?
- c) (3 p)** Figuren nedan visar elpriset på en viss elmarknad under ett dygn. Antag att det på denna elmarknad råder perfekt konkurrens, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät- eller magasinbegränsningar. Hur mycket producerar ett kraftverk med driftkostnaden 350 ϰ/MWh under detta dygn, om den installerade effekten i kraftverket är 150 MW ?



Uppgift 3 (6 p)

Betrakta ett elsystem som är indelat i två områden, A och B. Det finns endast en transmissionsförbindelse mellan dessa två områden. Denna förbindelse utgörs av en 220 kV växelströmsledning med en maximal överföringskapacitet på 550 MW. Ledningen är försedd med skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning kopplar bort ledningen om den maximala kapaciteten överskrids.

a) (2 p) Då frekvensen i systemet är 49,91 Hz producerar kraftverken i område A 4 200 MW och då frekvensen är 50,01 Hz producerar samma kraftverk 3 900 MW. Hur stor är reglerstyrkan i område A?

b) (2 p) Hur mycket överförs på transmissionsledningen då frekvensen i systemet är 49,96 Hz om lasten i område A uppgår till 3 600 MW?

c) (2 p) Vid det tillfälle som beskrivs i b-uppgiften startar ett kraftverk på 200 MW i område B. Reglerstyrkan i område B är 2 000 MW/Hz. Hur stor blir överföringen från område A till område B efter att primärregleringen stabiliserat frekvensen i systemet? (Svara 0 MW om förbindelsen kopplas bort p.g.a. överbelastning.)

Uppgift 4 (12 p)

AB Elkraft äger vattenkraftverket Fjärd, det biobränsleeldade kraftverket Flisinge samt vindkraft-parken Fjället. All el som bolaget produceras säljs på den lokala elbörsen ElKräng. I ett korttids-planeringsproblem för bolagets kraftverk har man infört följande beteckningar:

- β = rörlig produktionskostnad i Flisinge,
- C^+ = startkostnad i Flisinge,
- γ = förväntad framtida produktionsekvivalent för vatten lagrat i Fjärds magasin,
- G_t = elproduktion i Flisinge, timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- λ_t = förväntat pris på ElKräng timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- λ_{25} = förväntat pris på ElKräng efter planeringsperiodens slut,
- M_0 = innehåll i Fjärds magasin vid planeringsperiodens början,
- M_t = innehåll i Fjärds magasin vid slutet av timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- μ_j = marginell produktionsekvivalent i Fjärd segment j , $j = 1, \dots, 4$,
- $Q_{j,t}$ = tappning i Fjärd, segment j , timme t , $j = 1, \dots, 4$, $t = 1, \dots, 24$,
- s_t^+ = startvariabel för Flisinge timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- s_t^- = stoppvariabel för Flisinge timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- u_0 = driftstatus i Flisinge vid planeringsperiodens början,
- u_t = driftstatus i Flisinge timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- V_t = lokalt inflöde till Fjärds magasin timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- W_t = förväntad produktion i Fjällets vindkraftpark timme t , $t = 1, \dots, 24$.

a) (2 p) Följande beteckningar i AB Elkrafts planeringsproblem representerar optimeringsvariabler: I) M_0 , II) u_t , III) W_t .

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. I och II är sanna men inte III.
5. I och III är sanna men inte II.

b) (6 p) Formulera målfunktionen om syftet med planeringsproblemet är att maximera intäkterna av såld el plus värdet av sparat vatten minus den totala driftkostnaden (d.v.s. både produktionskostnaderna och startkostnaderna) för Flisinge. Använd beteckningarna ovan.

c) (2 p) Produktionsekvivalenten i Fjärd är 0,4 MWh/TE då kraftverket producerar 250 MW. Hur många m³ vatten tappas ur Fjärds magasin mellan 14:00 och 14:30 om kraftverket konstant producerar 250 MW under denna tidsperiod?

d) (2 p) Antag att AB Elkraft beslutat att Flisinge ej ska vara i drift under kortare tidsperioder än fyra timmar, d.v.s. om kraftverket startas 12:00 så får det inte tas ur drift före 16:00. Hur formuleras det bivillkor som reglerar sambandet mellan s_t^+ , s_{t+1}^- , s_{t+2}^- och s_{t+3}^- ?

1. $s_t^+ - s_{t+1}^- - s_{t+2}^- - s_{t+3}^- = 0$.
2. $s_t^+ - s_{t+1}^- - s_{t+2}^- - s_{t+3}^- \geq 0$.
3. $s_t^+ - s_{t+1}^- - s_{t+2}^- - s_{t+3}^- = 1$.
4. $s_t^+ + s_{t+1}^- + s_{t+2}^- + s_{t+3}^- = 1$.
5. $s_t^+ + s_{t+1}^- + s_{t+2}^- + s_{t+3}^- \leq 1$.

Uppgift 5 (12 p)

Akabuga är en liten stad i Östafrika. Staden är inte ansluten till något nationellt elnät, utan man har ett eget lokalt system som försörjs av ett vattenkraftverk och två dieselgeneratorer. Vattenkraftverket är ett strömkraftverk och har en installerad effekt på 400 kW och risken för driftstopp är försumbar. Det naturliga vattenflödet förbi kraftverket är alltid tillräckligt stort för att man ska kunna producera installerad effekt. Dieselgeneratorerna har en installerad effekt på 200 kW vardera, tillgänglighet är 80% och driftkostnad 10 $\text{€}/\text{kWh}$. I figurerna på nästa sida visas varaktighetskurvorna för den ekvivalenta lasten då man lägger in de tre kraftverken. I figurerna visas även ytan under varaktighetskurvan för olika intervall

a) (2 p) Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den förväntade icke-levererade energin per timme i Akabuga.

b) (2 p) Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den *sammanlagda* förväntade elproduktionen per timme i de två dieselgeneratorerna.

c) (1 p) Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den förväntade totala driftkostnaden per timme i Akabuga.

d) (1 p) Ungefär hur stor är risken för effektbrist i Akabuga?

1. Risken för effektbrist är större än 20%.
2. Risken för effektbrist är mindre än 20% men större än 5%.
3. Risken för effektbrist är mindre än 5%.

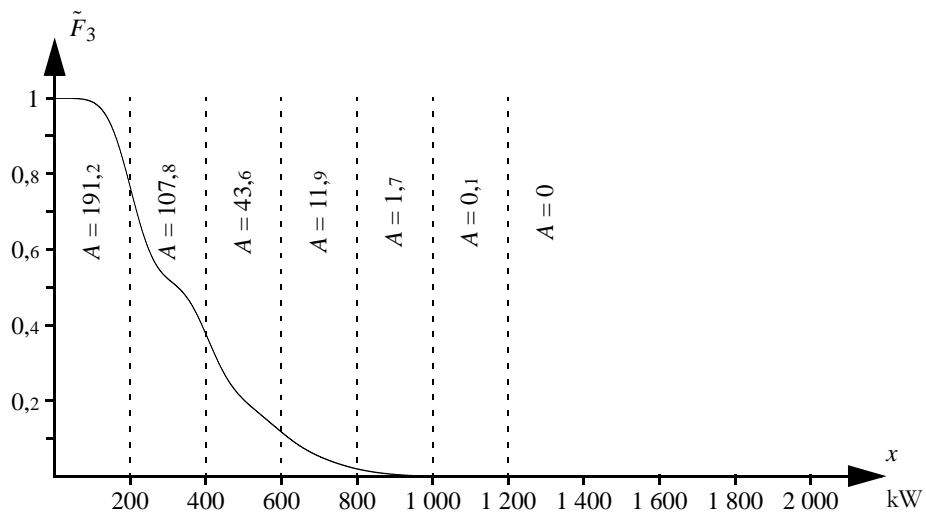
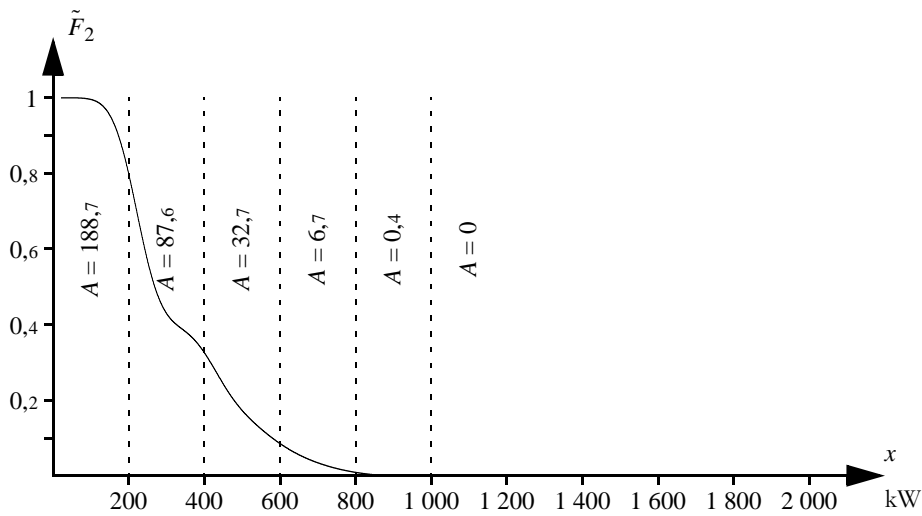
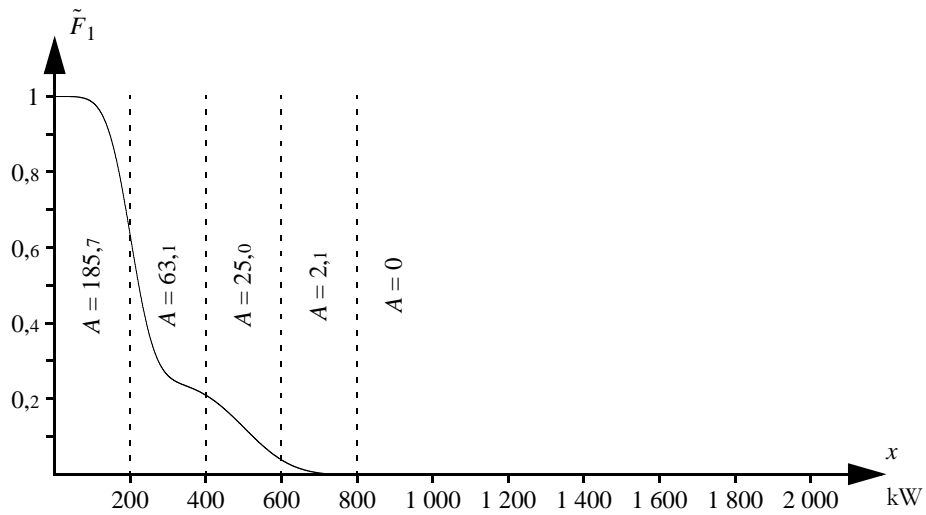
e) (2 p) I en Monte Carlo-simulering av Akabuga behöver man generera slumpvärden för lasten i systemet. Antag att man erhåller ett slumpantal U i intervallet 0,4 till 0,6. Med hjälp av den inversa transformmetoden transformeras U till ett värde på lasten, D , mellan 200 och 240 kW. I vilket intervall hamnar slumpantalskomplementet D^* ?

1. Mindre än 200 kW.
2. Mellan 200 och 240 kW.
3. Mellan 240 och 400 kW.
4. Större än 400 kW.
5. Något annat intervall än de ovanstående.

Tabell 2 Resultat från en Monte Carlo-simulering av elsystemet i Akabuga.

Detaljerad modell		Förenklad modell	
Total driftkostnad i de ursprungliga scenarierna, 1000	Total driftkostnad i de komplementära scenarierna, 1000	Total driftkostnad i de ursprungliga scenarierna, 1000	Total driftkostnad i de komplementära scenarierna, 1000
$\sum_{i=1} g(y_i)$	$\sum_{i=1} g(y_i^*)$	$\sum_{i=1} \tilde{g}(y_i)$	$\sum_{i=1} \tilde{g}(y_i^*)$
[$\text{€}/\text{h}$]	[$\text{€}/\text{h}$]	[$\text{€}/\text{h}$]	[$\text{€}/\text{h}$]
248 500	259 000	233 000	239 500

f) (4 p) Antag att man simulerar elsystemet i Akabuga med hjälp av en kombination av slumpantalskomplement och kontrollvariabler. I simuleringen ingår 1 000 ursprungliga scenarier, y_i ,



$i = 1, \dots, 1000$. Dessutom har man genererat motsvarande komplementära scenarier, y_i^* , $i = 1, \dots, 1000$. Den förenklade modellen, $\tilde{g}(Y)$, motsvarar den modell som används i stokastisk produktionskostnadssimulering, medan den detaljerade modellen, $g(Y)$, tar hänsyn faktorer som att förlusterna beror på vilka kraftverk som körs och hur stor lasten är i olika delar av systemet. Resultaten visas i tabell 2. Vilken skattning av *ETOC* får man för den detaljerade modellen?

DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

Uppgift 6 (10 p)

Elmarknaden i Rike domineras av tre stora bolag. På elmarknaden verkar dessutom ett antal kommunala energiverk. Produktionskapaciteten under ett normalår samt de rörliga kostnaderna framgår av tabell 3 nedan. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset på den högsta nivån. De fasta kostnaderna framgår av tabell 4. Elförbrukningen är inte priskänslig och uppgår till 20 TWh/år.

Tabell 3 Produktionskapacitet under ett normalår och rörliga kostnader i Rike.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]				Rörlig kostnad [M€/MWh]
	AB Vattenkraft	Elektrum AB	Strålinge kraft AB	Diverse kommunala energiverk	
Vattenkraft	6	2,5		2	5
Kärnkraft			7		100
Kolkondens		4		4	315–555
Gasturbiner	2	2		2,5	800–1 000

Tabell 4 Fasta kostnader för kraftverken i Rike [M€/år].

Kraftslag	AB Vattenkraft	Elektrum AB	Strålinge kraft AB	Diverse kommunala energiverk
Vattenkraft	200	80		60
Kärnkraft			1 800	
Kolkondens		400		500
Gasturbiner	10	10		15

a) (6 p) Under ett normalår är kärnkraftverket Strålinge avställt för underhållsarbeten under två månader. Detta år har arbetet emellertid dragit ut på tiden och kraftverket är avställt under fyra månader. Detta innebär att den årliga produktionskapaciteten minskar med 1,5 TWh jämfört med tabell 3. Dessutom ökar de fasta kostnaderna för kraftverket med 100 M€. Antag perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Hur påverkas vinsten för Strålinge kraft AB av det försenade underhållsarbetet?

b) (4 p) Antag att AB Vattenkraft äger 50% av Strålinge kraft AB. Skulle det vara lönsamt för AB Vattenkraft att avsiktligt förlänga underhållsarbetet i Strålinge kärnkraftverk?

Uppgift 7 (10 p)

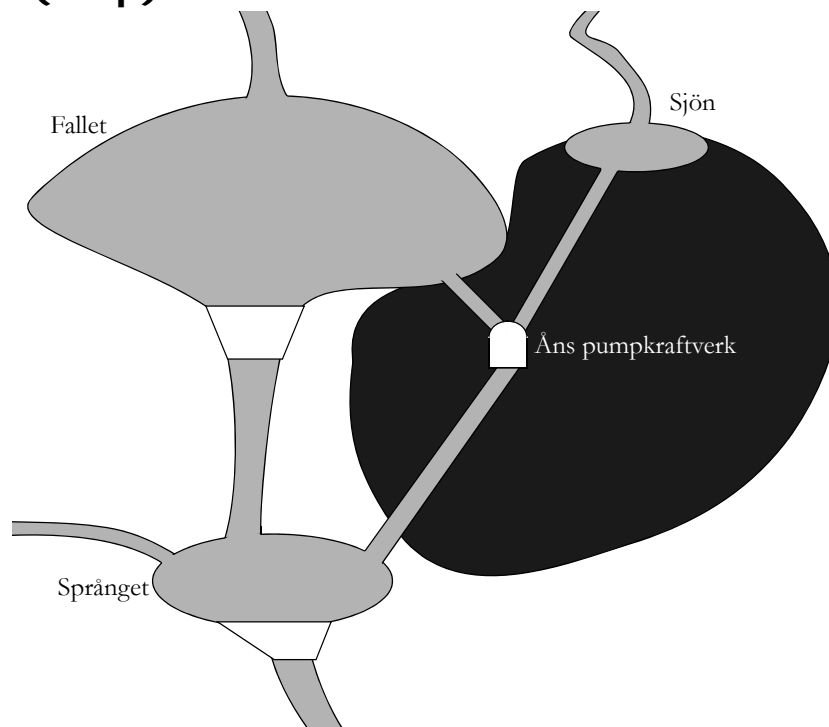
Elsystemet i Rike är uppdelat i två prisområden. I den norra delen av systemet finns stora mängder vattenkraft, men huvuddelen av lasten ligger i den södra delen. Mellan de två områdena finns ett flertal parallella växelströmsledningar. Det maximala flödet på dessa ledningar är 1 000 MW – om man överskrider denna gräns blir elsystemet instabilt och man riskerar omfattande strömavbrott i hela eller delar av elsystemet. Av dessa 1 000 MW har marknaden tillgång till 920 MW, d.v.s. det maximala planerade flödet från norr till söder (eller vice versa) då frekvensen är 50,0 Hz är 920 MW.

Riksnät är systemoperatör i Rike. Eftersom Riksnät inte har några egna kraftverk är man tvungna att köpa in primärregleringskapacitet. I tabell 5 visas de bud på reglerstyrka som inkommit till Riksnät. Kravet på primärregleringen är att man vid nominell frekvens ska primärregleringen kunna hantera en lastökning på 100 MW (varav 90 MW antas ske i den södra delen av systemet och 10 MW i norra Rike) utan att frekvensen hamnar utanför intervallet $50 \pm 0,1$ Hz och utan att överbelasta överföringen mellan de två prisområdena. Vilka bud ska Riksnät anta om man vill minimera kostnaden för primärregleringskapaciteten?

Tabell 5 Bud på reglerstyrka i Rike.

Bud	Reglerstyrka [MW/Hz]	Frekvensområde [Hz]	Prisområde	Pris [$\text{€} / ((\text{MW}/\text{Hz}) \cdot \text{år})$]
1	250	49,9–50,1	Norr	6 000
2	250	49,9–50,1	Norr	6 300
3	200	49,9–50,1	Norr	6 500
4	100	49,9–50,1	Norr	6 800
5	100	49,9–50,1	Norr	6 900
6	100	49,9–50,1	Norr	7 000
7	100	49,9–50,1	Söder	7 500
8	100	49,9–50,1	Norr	7 500
9	100	49,9–50,1	Söder	8 500
10	100	49,9–50,1	Söder	10 000

Uppgift 8 (20 p)



AB Vattenkraft äger de två vattenkraftverken Ån och Språnget lokaliserade enligt figuren ovan. Ån är ett pumpkraftverk med två vattenmagasin, Fallet och Sjön. Detta kraftverk kan antingen användas för elproduktion eller för att pumpa vatten från Fallet till Sjön. Observera att det inte är möjligt att producera el samtidigt som man pumpar, vilket alltså innebär att man varje timme måste bestämma om kraftverket ska användas för elproduktion eller för pumpning. Då man producerar el i Åns turbiner kan man välja att använda vatten från magasinet Fallet eller från Sjön eller en kombination av bägge. Den maximala elproduktionen i Ån kan dock inte överskrida den installerade effekten, som är 76 MW. Den maximala pumpningen är 48 TE och elförbrukningen är 1,25 MWh/TE.

Övriga data för vattenkraftverken ges i tabell 6. Bolaget har ett fastkraftavtal på 100 MWh/h med AB Elleverantören. För att kunna leverera denna kvantitet använder AB Vattenkraft dels de egna kraftverken och dels har man möjlighet att handla på den lokala elbörsen EIKräng. Man antar att man kan köpa och sälja obegränsade mängder el till de priser som anges i tabell 7. Därefter räknar man med ett genomsnittligt elpris på 750 ö/MWh . Rinntiden mellan kraftverken kan försummas.

a) (2 p) Hur ska man i planeringsproblemet förhindra att man i den optimala lösningen producerar el och pumpar vatten samtidigt i Ån? Glöm inte att motivera ditt svar!

b) (18 p) Formulera AB Vattenkrafts planeringsproblem som ett linjärt optimeringsproblem. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 8 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

Tabell 6 Data för AB Vattenkrafts kraftverk.

Vattenmagasin	Startinnehåll i vattenmagasinet [TE]	Maximalt magasininnehåll [TE]	Produktions ekvivalent [MWh/TE]	Maximal tappning [TE]	Maximal kapacitet i spillvägarna [TE]	Lokalt inflöde [TE]
Fallet	6 000	13 900	0,2	140	430	25
Sjön	0	1 100	1,0	60	0	0,1
Språnget	14 000	27 500	0,3	240	250	1

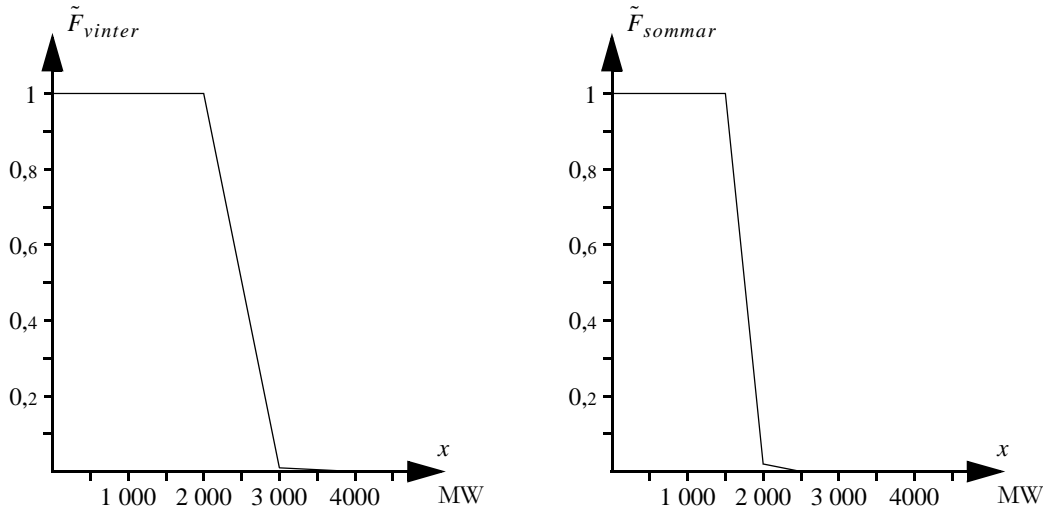
Tabell 7 Förväntade priser på ElKräng.

Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Pris på ElKräng [□/MWh]	690	610	630	680	710	750	810	930	1 120	1 000	930	900
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Pris på ElKräng [□/MWh]	820	790	750	720	750	810	900	790	700	680	670	650

Tabell 8 Beteckningar till AB Vattenkrafts planeringsproblem.

Beteckning	Förklaring	Värde
\bar{H}	Maximal elproduktion i Åns pumpkraftverk	76
\bar{Q}_P	Maximal pumpning	48
γ_P	Elförbrukning vid pumpning	1,25
D	Avtalad last	100
λ_f	Förväntat framtida elpris	750
$M_{i,0}$	Startinnehåll i magasin i	Se tabell 6
\bar{M}_i	Maximalt innehåll i magasin i	Se tabell 6
γ_i	Produktionsekvivalent vid tappning från magasin i	Se tabell 6
\bar{Q}_i	Maximal tappning från magasin i	Se tabell 6
\bar{S}_i	Maximalt spill från magasin i	Se tabell 6
V_i	Lokal tillrinning till magasin i	Se tabell 6
λ_t	Förväntat pris på ElKräng timme t	Se tabell 7

Uppgift 9 (20 p)



Tabell 9 Några värden på varaktighetskurvorna för lasten i Rike.

x	1 500	2 000	2 500	3 000	3 500	4 000
$\tilde{F}_{vinter}(x)$	1	1	0,506	0,012	0,006	0
$\tilde{F}_{sommar}(x)$	1	0,024	0	0	0	0

Elproduktionen i Rike sker i ett antal vattenkraftverk (sammanlagd installerad effekt 1 200 MW), kärnkraftverket Strålinge på 1 000 MW, kolkondenskraftverket Röksta på sammanlagt 1 000 MW samt ett antal gasturbiner med en sammanlagd installerad effekt på 800 MW. Vattenkraftverken, Strålinge och gasturbinerna kan antas vara 100% tillförlitliga, medan Röksta består av två likadana block, som vardera har en installerad effekt på 500 MW och en tillgänglighet på 95%. Lasten i Rike skiljer sig mellan vintertid och sommartid, enligt varaktighetskurvorna ovan. Åtta månader per år räknas som vintertid och övriga månader räknas som sommartid. Såsom nämnts i uppgift 6 är Strålinge normalt avställt två månader per år. Avställningen sker när efterfrågan är som lägst, d.v.s. under sommartid.

- a) (8 p)** Vilken risk för effektbrist (sett över ett år) får man i Rike om Strålinge är avställt två månader under sommartid?
- b) (2 p)** Vilken risk för effektbrist (sett över ett år) får man i Rike om underhållsarbetet drar ut på tiden och kärnkraftverket i stället är avställt fyra månader under sommartiden?
- c) (8 p)** För att ta hänsyn till transmissionsbegränsningen mellan norra och södra Rike önskar man beräkna risken för effektbrist med en multi-areamodell. Antag att den maximala utnyttjade produktionskapaciteten på grund av flaskhalsar i nätet uppgår till 500 MW. Föreslå ett stratumträd för att med hjälp av stratifierad sampling skatta risken för effektbrist i Rike då man simulerar systemet med normal avställningstid i Strålinge. Räkna även ut stratumvikterna med fem decimalers noggrannhet.
- d) (2 p)** Kan man använda samma stratumträd som i c-uppgiften då man vill simulera systemet då Strålinge är avställt under hela sommaperioden? Om inte, vad måste man ändra i stratumträdet? Glöm inte att motivera ditt svar!



**KTH Elektro-
och systemteknik**

Svarsblad till del I

Namn:

Personnummer:

Uppgift 1

a) Alternativ är korrekt.

b) Alternativ är korrekt.

Uppgift 2

a) TWh/år b) \varnothing /MWh

c) MWh

Uppgift 3

a) MW/Hz b) MW

c) MW

Uppgift 4

a) Alternativ är korrekt.

b)

.....

c) m^3

d) Alternativ är korrekt.

Uppgift 5

a) kWh/h b) kWh/h

c) \varnothing /h

d) Alternativ är korrekt.

e) Alternativ är korrekt.

f) \varnothing /h

Lösningförslag till tentamen i EG2050/2C1118 Systemplanering, 18 mars 2010.

Uppgift 1

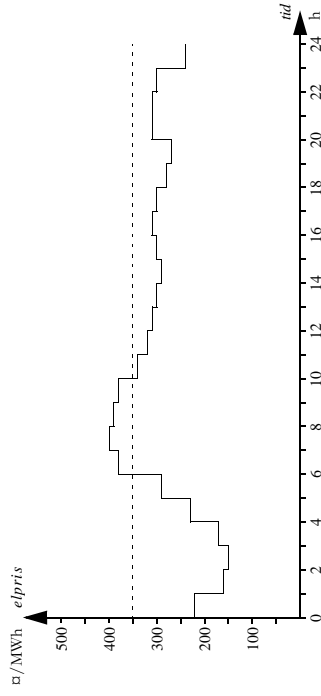
b) 4, b) 1.

Uppgift 2

a) Vid elpriset 325 $\text{€}/\text{MWh}$ producerar vattenkraften, kärnkraften och de fossilgaseldade kraftverken för fullt, d.v.s. $60 + 50 + 10 = 120 \text{ TWh}$. Bidraget från biobränslekraftverken är lika med $(325 - 100)/(400 - 100) \cdot 20 = 15 \text{ TWh}$ och bidraget från import uppgår till $(325 - 300)/(500 - 300) \cdot 8 = 1 \text{ TWh}$. Sammantaget produceras således $136 \text{ TWh}/\text{år}$ och elförbrukningen är förstås lika stor.

b) De fossilgaseldade kraftverken utnyttjas fullt ut, men eftersom de nedlagda kraftverken ersätts med lika mycket vindkraftproduktion (som har en lägre rörlig produktionskostnad än de fossilgaseldade kraftverken och således också kommer att utnyttjas fullt ut) så kommer samma kraftverk som tidigare (d.v.s. biobränsle och import) att sätta priset. Med andra ord kommer elpriset att förbli 325 $\text{€}/\text{MWh}$.

c) Kraftverket kommer att producera installerad effekt under de timmar då elpriset är högre än 350 $\text{€}/\text{MWh}$. Där man ett streck i figuren vid nivån 350 $\text{€}/\text{MWh}$, finner man att kraftverket kommer att producera 150 MW under 4 timmar, vilket ger en total produktion på 600 MWh under detta dygn.



Uppgift 3

a) $R = \Delta G/\Delta t = 3000/0,1 = 30000 \text{ MW}/\text{Hz}$.

b) Elproduktionen i A kan beräknas genom att vi jämför med t.ex. elproduktionen då frekvensen är 50,01 Hz: $\Delta G = R \cdot \Delta f = 30000 \cdot 0,01 = 300 \text{ MW}$. Elproduktionen vid 49,96 Hz är således $3000 + 150 = 4050 \text{ MW}$. Eftersom endast 3000 MW förbrukas inom område A måste 450 MW exporteras till område B.

c) Då systemet tillförs 200 MW måste primärregleringen minska produktionen med 200 MW. Eftersom område B står för 40% av systemets reglerstyrka så sker 40%, d.v.s. 80 MW, av nedregleringen i område B. I område A minskar produktionen med 120 MW (till 3000 MW) och således minskar exporten till område B med 120 MW till 330 MW.

Uppgift 4

a) 3.

b) maximera $\sum_{t=1}^{24} \lambda_t \left(G_t + \sum_{j=1}^4 \mu_j Q_{j,t} \right) + \lambda_{t+1} M_{t+1} - \sum_{t=1}^{24} (C^+ x_t^+ + \beta G_t)$.

c) Om kraftverket producerar 250 MWh vid en produktionskvivalent på 0,4 MWh/TE, måste man tappa $250/0,4 = 625 \text{ TE}$ vatten. Under en halvtimme motsvarar detta $625 \cdot 1800 = 1125000 \text{ m}^3$.

d) 5.

Uppgift 5

a) Den förväntade icke-levererade energin ges av

$$EENS_3 = \int_{800}^{\infty} \tilde{F}_3(x) dx = 1,7 + 0,1 = 1,8 \text{ kWh/h.}$$

b) Densammanlagda elproduktionen ges av

$$EG_{2,3} = EENS_1 - EENS_3 = \int_{400}^{\infty} \tilde{F}_1(x) dx - \int_{800}^{\infty} \tilde{F}_3(x) dx = 25 + 2,1 - 1,8 = 25,3 \text{ kWh/h.}$$

c) Den förväntade totala driftkostnaden ges av

$$ETOC = 10EG_{2,3} = 10 \cdot 25,3 = 253 \text{ €}/\text{h.}$$

d) 3.

e) 2.

f) I praktiken behöver man inte göra något skillnad mellan observationer från de ursprungliga scenarierna och de komplementära scenarierna, utan den förväntade skillnaden mellan den detaljerade och den förenklade modellen ges av

$$m_{TOC} - \tilde{TOC} = \frac{1}{2000} \left(\sum_{i=1}^{1000} (\delta(y_i) - \tilde{\delta}(y_i)) + \sum_{i=1}^{1000} (\delta(y_i^*) - \tilde{\delta}(y_i^*)) \right) = 17,5 \text{ €}/\text{h.}$$

Värdet för den förenklade modellen (som ju motsvaras av en SPS-modell) beräknas till 253 $\text{€}/\text{h}$ i c-uppgiften. Skattningen av ETOC för den detaljerade modellen blir således

$$m_{TOC} = m_{TOC} - TOC + \mu_{TOC} = 17,5 + 253 = 270,5 \text{ €}/\text{h.}$$

Uppgift 6

a) Under ett normalår kan vattenkraft och kärnkraft ge 17,5 TWh. De övriga 2,5 TWh måste komma från kolkondens. Detta innebär att man utnyttjar 31,25% av kolkondenskapaciteten och därmed utnyttjas också 31,25% av prisintervall för kolkondens. Elpriset blir därmed 390 $\text{€}/\text{MWh}$. Vinsten för Strålinge kraftverk AB blir därmed 390·7 (intäkt av såld el) – 100·7 (rör-liga kostnader) – 1 800 (fasta kostnader) = 230 M $\text{€}/\text{år}$.

Den längre underhållsperioden innebär att vattenkraft och kärnkraft endast kan ge 16 TWh. Således behövs hälften av all kolkondens och elpriset blir 435 $\text{€}/\text{MWh}$. Vinsten för Strålinge blir då 435·5,5 (intäkt av såld el) – 100·5,5 (rörliga kostnader) – 1 800 (fasta kostnader) – 100 (extra underhållskostnad) = –57,5 M $\text{€}/\text{år}$. Ehhuru elpriset ökar så förlorar företaget ändå 287,5 M € på det försenade underhållsarbetet.

b) Under ett normalår blir vinsten för AB Vattenkraft 390·6 (intäkt av såld el) – 5·6 (rörliga kostnader) – 210 (fasta kostnader) + 0,5·230 (andel av vinsten för Strålinge kraft AB) = 2 215 M $\text{€}/\text{år}$. Vid försenade underhållsarbeten blir vinsten i stället 435·6 (intäkt av såld el) – 5·6 (rörliga kostnader) – 210 (fasta kostnader) + 0,5·(–57,5) (andel av förlusten för Strålinge kraft AB) = 2 341,25 M $\text{€}/\text{år}$. Det skulle med andra ord vara lönsamt om AB Vattenkraft kunde försena underhållsarbetet i Strålinge. (Här detta skulle gå till utan att övriga delägare eller myndigheterna reagerar är dock en annan fråga.)

Uppgift 7

För att klara en ändring på 100 MW utan att frekvensen ändras mer än 0,1 Hz krävs en reglerstyrka på 100/0,1 = 1 000 MW/Hz. Det billigaste alternativet vore därmed att anta bud 1–6, men i och med att all reglerstyrka då skulle hamna i den norra delen av landet skulle en ändring på 90 MW i söder och 10 MW i norr medföra att flödet mellan de två områdena ökar 90 MW. I värsta fall har man dock endast 80 MW marginal på detta flöde och således måste 10 MW av primärregleringsreserven (d.v.s. en reglerstyrka på 100 MW/Hz) ligga i södra delen av Rike. Riksnät ska således anta 900 MW/Hz av de billigaste buden i norra Rike (bud 1–5) samt det billigaste budet i södra Rike (bud 7).

Uppgift 8

a) Vill man vara helt säker på att det inte förekommer tappning från Fallet eller Sjön under de timmar då man pumpar vatten mellan magasinerna kan man använda en helhetsvariabel, som t.ex. är lika med 1 då man pumpar vatten och 0 annars. I praktiken är det dock inte rimligt att man i den optimala lösningen skulle vilja tappa och pumpa samtidigt; tappning sker då elpriset är högt och pumpning då elpriset är lågt. Det är därför troligt att man får en optimal tappningsplan även utan helhetsvariabler. Att slippa använda helhetsvariabler är normalt eftersträvarvärt, men i det här fallet är det troligt att en MILP-lösare hittar optimala värden på helhetsvariablerna utan att behöva bygga upp ett stort sökträäd. Det spelar därför ingen större roll ur effektivitetssynpunkt vilken problemformulering man väljer.

b) I nedanstående lösning har vi valt att använda helhetsvariabler för att avgöra om Ån används för elproduktion eller pumpning. Problemet vi vill lösa blir då

$$\begin{aligned} & \text{maximera} && \text{värdet av sparad vatten} + \text{värdet av såld el} - \text{kostnad för köpt el}, \\ & \text{med hänsyn till} && \text{hydrologisk balans för vattenmagasinen,} \\ & && \text{produktionsbegränsningen i Ån,} \end{aligned}$$

lastbalans,

begränsningar i magasinensinnehåll, tappning och spill.

Index för vattenmagasin

Fallet 1, Sjön 2, Språnget 3.

Parametrar

Parametrarna är definierade i tabell 8 i uppgiftslöydelsen.

Optimeringsvariabler

$Q_{i,t}$ = tappning i kraftverk i under timme t , $i = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$,
 $Q_{P,t}$ = pumpning från Fallet till Sjön under timme t , $t = 1, \dots, 24$,
 $S_{i,t}$ = spill från magasin i under timme t , $i = 1, 3$, $t = 1, \dots, 24$,
 $M_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme t , $i = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$,
 $u_{P,t}$ = driftstatus för Ån under timme t (1 om man pumpar, 0 annars), $t = 1, \dots, 24$,
 p_t = köp från Elkäring under timme t , $t = 1, \dots, 24$,
 r_t = försäljning till Elkäring under timme t , $t = 1, \dots, 24$.

Målfunktion

$$\text{maximera} \quad \lambda_1(\gamma_1 + \gamma_3)M_{1,24} + (\gamma_2 + \gamma_3)M_{2,24} + \gamma_3 M_{3,24} + \sum_{t=1}^{24} \lambda_t(r_t - p_t).$$

Bivillkor

Hydrologisk balans för Fallet:

$$M_{1,t} = M_{1,t-1} - Q_{1,t} - S_{1,t} - Q_{P,t} + V_{1,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Sjön:

$$M_{2,t} = M_{2,t-1} - Q_{2,t} - S_{2,t} + Q_{P,t} + V_{2,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Språnget:

$$M_{3,t} = M_{3,t-1} - Q_{3,t} - S_{3,t} + Q_{1,t} + Q_{2,t} + S_{1,t} + V_{2,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Samband mellan tappning och pumpning i Fallet och Sjön:

$$Q_{i,t} \leq (1 - u_{P,t})\bar{Q}_i, \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$

$$Q_{P,t} \leq u_{P,t}\bar{Q}_P, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Maximal elproduktion i Ån:

$$\sum_{i=1}^2 \gamma_i Q_{i,t} \leq \bar{H}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Lastbalans:

$$3 \sum_{i=1}^r \gamma_i Q_{i,t} + P_t = D_t + r_t + \gamma_p Q_{pp} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Variabelgränser

$$\begin{aligned} 0 \leq Q_{i,t} \leq \bar{Q}_i, & \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24, \\ 0 \leq Q_{pp,t} \leq \bar{Q}_{pp}, & \quad t = 1, \dots, 24, \\ 0 \leq S_{i,t} \leq \bar{S}_i, & \quad i = 1, 3, t = 1, \dots, 24, \\ 0 \leq M_{i,t} \leq \bar{M}_i, & \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24, \\ u_{pp,t} \in \{0, 1\}, & \quad t = 1, \dots, 24, \\ 0 \leq P_t & \quad t = 1, \dots, 24, \\ 0 \leq r_t & \quad t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$

Uppgift 9

a) Eftersom vi endast studerar risken för effektbrist spelar det ingen roll i vilken ordning kraftverken läggs in. För enkelhets skull behandlas vattenkraft, kärnkraft och gasturbiner som ett kraftverk på 3 000 MW, som vi lägger in först i varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten:

$$\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x).$$

Därefter lägger vi in de två blocken i Röksta:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_2(x) &= 0,95\tilde{F}_1(x) + 0,05\tilde{F}_1(x - 500), \\ \tilde{F}_3(x) &= 0,95\tilde{F}_2(x) + 0,05\tilde{F}_2(x - 500). \end{aligned}$$

Risken för effektbrist vintertid ges av

$$\begin{aligned} LOLP_V &= \tilde{F}_3(4\,000) = 0,95\tilde{F}_2(4\,000) + 0,05\tilde{F}_2(3\,500) = \\ &= 0,95(0,95\tilde{F}_{vinter}(4\,000) + 0,05\tilde{F}_{vinter}(3\,500)) \\ &+ 0,05(0,95\tilde{F}_{vinter}(3\,500) + 0,05\tilde{F}_{vinter}(3\,000)) = \\ &= 0,95(0,95 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,006) + 0,05(0,95 \cdot 0,006 + 0,05 \cdot 0,012) = 0,06\%. \end{aligned}$$

Under den del av sommartiden då kärnkraftverket är i drift är den lägsta tillgängliga kapaciteten 3 000 MW, medan den största lasten är 2 500 MW. Under denna period får man således $LOLP_{S,K} = 0\%$. Under den resterande delen av sommartiden ges risken för effektbrist av

$$\begin{aligned} LOLP_{S,K} &= \tilde{F}_4(3\,000) = 0,95\tilde{F}_3(3\,000) + 0,05\tilde{F}_3(2\,500) = \\ &= 0,95(0,95\tilde{F}_{sommard}(3\,000) + 0,05\tilde{F}_{sommard}(2\,500)) \\ &+ 0,05(0,95\tilde{F}_{sommard}(2\,500) + 0,05\tilde{F}_{sommard}(2\,000)) = \\ &= 0,95(0,95 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0) + 0,05(0,95 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,024) = 0,006\%. \end{aligned}$$

Risken för effektbrist sedd över hela året får man genom att vikta samman ovanstående resultat

$$LOLP = \frac{8}{12} LOLP_V + \frac{2}{12} LOLP_{S,K} = \frac{2}{12} LOLP_{S,K} = 0,041\%.$$

b) I det här fallet erhålls risken för effektbrist sedd över hela året som

$$LOLP = \frac{8}{12} LOLP_V + \frac{4}{12} LOLP_{S,K} = 0,042\%.$$

c) Eftersom både lasten och den tillgängliga produktionskapaciteten har olika sannolikhetsfördelningar under olika tidsperioder behövs tre nivåer under roten i statusträdet: överst tidsperiod, därefter produktionskapacitet och längst ner lasten. Intervallen i lastnoderna väljs så att vi kan skilja mellan scenarier där man garanterat klarar att täcka lasten, scenarier där man kan få effektbrist p.g.a. att en del av produktionskapaciteten är instängd bakom en flaskhals i transmissionsnätet, samt scenarier där lasten överstiger den tillgängliga produktionskapaciteten.

Nodvikterna för tidsperioden beror på tidsperiodens längd, d.v.s. 8/12 för vintertid och 2/12 vardera för sommardtid med respektive utan Strålinge i drift. Nodvikterna för tillgänglig produktionskapacitet beror av sannolikheten för att man har bägge blocken i Röksta tillgängliga (0,95·0,95), ett block tillgängligt (0,95·0,05 + 0,05·0,95) samt att inget block är tillgängligt (0,05·0,05). Nodvikterna för lasten är lika med sannolikheten att lasten tillhör det givna intervall och kan beräknas med hjälp av tabell 9.

Det resulterande statusträdet och stratumvikterna redovisas i tabellen nedan.

Stratum	Tidsperiod	Tillgänglig produktionskapacitet [MW]	Last [MW]	Stratumvikt	LOLO
1		3 000 (vattenkraft, Strålinge och gasturbiner)	2 000–2 500	8/12·0,05·0,05·0,494 ≈ 0,00082	0
2			2 500–3 000	8/12·0,05·0,05·0,494 ≈ 0,00082	0/1
3			3 000–4 000	8/12·0,05·0,05·0,0012 ≈ 0,00002	1
4	Vintertid	3 500 (allt utom ett block i Röksta)	2 000–3 000	8/12·2·0,95·0,05·0,9988 ≈ 0,06257	0
5			3 000–3 500	8/12·2·0,95·0,05·0,0006 ≈ 0,00038	0/1
6			3 500–4 000	8/12·2·0,95·0,05·0,0006 ≈ 0,00038	1
7			2 000–3 500	8/12·0,95·0,05·0,994 ≈ 0,59806	0
8			3 500–4 000	8/12·0,95·0,05·0,006 ≈ 0,00361	0/1
9	Sommardtid då Strålinge är i drift	4 000 (alla)	1 500–2 500	2/12·1 ≈ 0,16667	0
10		2 000 (vattenkraft och gasturbiner)	1 500–2 000	2/12·0,05·0,05·0,976 ≈ 0,00041	0/1
11			2 000–2 500	2/12·0,05·0,05·0,024 ≈ 0,00001	1
12	Sommardtid då Strålinge är avställt	2 500 (vattenkraft, ett block i Röksta, gasturbiner)	1 500–2 000	2/12·2·0,95·0,05·0,976 ≈ 0,01545	0
13			2 000–2 500	2/12·2·0,95·0,05·0,024 ≈ 0,00038	0/1
14		3 000 (alla utom Strålinge)	1 500–2 500	2/12·0,95·0,95·1 ≈ 0,18042	0

d) Nej, det går inte att använda samma statusträd, eftersom nodvikterna på tidsperiodnivån ändras. Noden för sommardtid med Strålinge i drift får nodvikten 0 (d.v.s. stratum 9 utgår ur statusträdet) medan noden för sommardtid utan Strålinge får nodvikten 4/12 (d.v.s. stratum 10–14 får dubbelt så hög stratumvikt).