



**KTH Elektro-
och systemteknik**

Tentamen i EG2050/2C1118 Systemplanering, 10 juni 2009, 8:00–13:00, V34

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (2 p) På en centraliserad elmarknad gäller att I) Producenterna är fria att sälja till vilka andra producenter, återförsäljare och konsumenter som helst, II) All elhandel måste ske via en elbörs, III) Konsumenterna är fria att köpa från vilken producent eller återförsäljare som helst.

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och III är sanna men inte II.

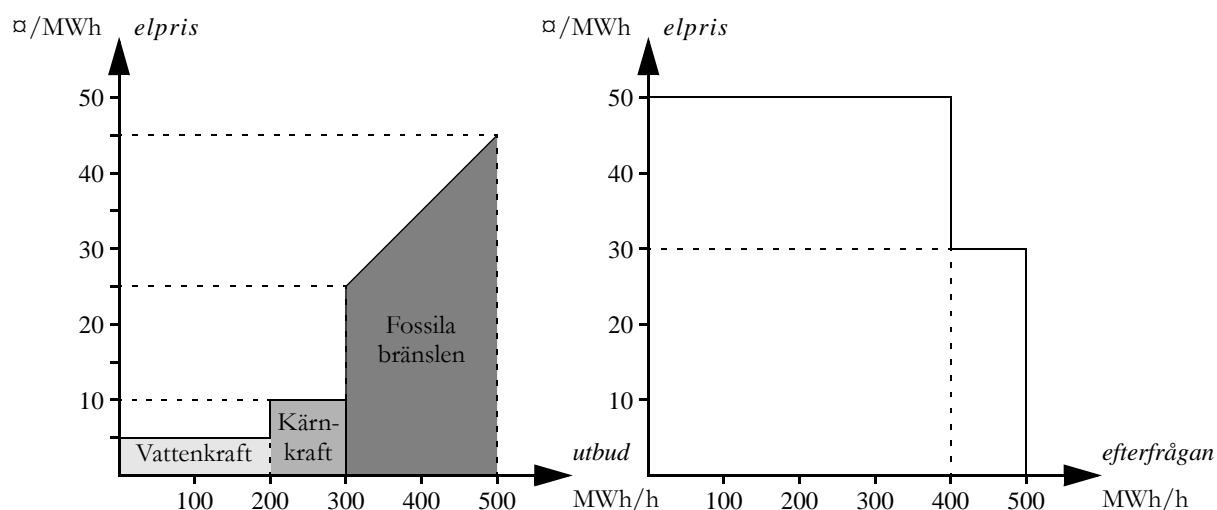
b) (1 p) Vad gäller för ett uppregleringsbud?

1. Ett elbolag säljer el till en kund och kunden måste i förväg meddela elbolaget exakt hur mycket energi man kommer att förbruka under varje handelsperiod.
2. En aktör erbjuder sig att på systemoperatörens begäran öka sin elproduktion (alternativt minska sin elförbrukning).
3. En aktör erbjuder sig att på systemoperatörens begäran minska sin elproduktion (alternativt öka sin elförbrukning).

c) (1 p) Betrakta ett balansansvarigt bolag som under en viss timme producerat 1 031 MWh, sålt 850 MWh till elbörsen, sålt 158 MWh till kunder med självbetjäningskontrakt och köpt 20 MWh reglerkraft från systemoperatören. Vilka förpliktelser har bolaget i efterhandshandeln till denna timme?

1. Bolaget måste köpa balanskraft av systemoperatören.
2. Bolaget måste sälja balanskraft till systemoperatören.
3. Inga alls – det är frivilligt för balansansvariga att delta i efterhandshandeln.

Uppgift 2 (6 p)



a) (3 p) Figurerna ovan visar utbuds- respektive efterfrågekurvorna för en viss timme på elmarknaden i Land. Vilket elpris får man om man antar att det råder perfekt konkurrens, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasin- eller effektbegränsningar?

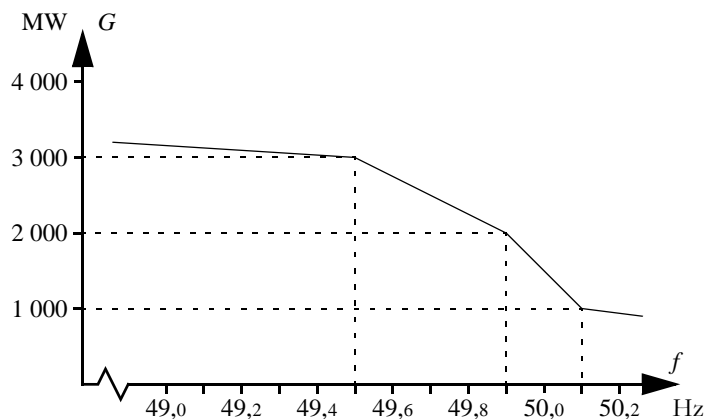
b) (2 p) Vad skulle hända med elpriset på denna elmarknad om det dessutom fanns 20 MWh vindkraft tillgängligt denna timme?

c) (1 p) Betrakta en godtycklig elmarknad och anta att elpriset är lika med λ om man på elmarknaden har perfekt konkurrens, perfekt information och att det inte finns några nät-, magasin- eller effektbegränsningar. Vilket elpris får man på denna marknad om elmarknadens aktörer *inte* har tillgång till perfekt information?

1. Elpriset måste vara lägre än λ .
2. Elpriset måste vara högre än λ .
3. Elpriset kan bli lägre, lika med eller högre än λ .

Uppgift 3 (6 p)

Figuren nedan visar den totala elproduktionen i de reglerstyrkestyrda kraftverken som funktion av frekvensen i ett visst elsystem.



a) (2 p) Klockan 11:01 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 50,01 Hz. Vid detta tillfälle ökar det termiska kraftverket Sotinge sin elproduktion med 100 MW. Kraftverket Sotinge deltar inte i primärregleringen. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?

b) (2 p) Klockan 11:04 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 50,04 Hz. Vid detta tillfälle minskar lasten i systemet med 50 MW. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?

c) (2 p) Klockan 11:06 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 49,95 Hz. Vid detta tillfälle slår ett blixtnedslag i ett ställverk ut 750 MW elproduktion. De berörda kraftverken deltog inte i primärregleringen. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?

Uppgift 4 (12 p)

Stads energi AB äger ett termiskt kraftverk med tre block. Dessutom äger man en vindkraftpark. Antag att bolaget formulerat sitt korttidsplaneringsproblem som ett MILP-problem och att man har infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Block I - 1, Block II - 2, Block III - 3.

$$\begin{aligned}\beta_{Gg} &= \text{rörlig produktionskostnad i kraftverk } g, \\ C_g^+ &= \text{startkostnad i kraftverk } g, g = 1, 2, 3, \\ D_t^g &= \text{avtalad last timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ G_{g,t} &= \text{elproduktion i kraftverk } g, \text{ timme } t, g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24, \\ \bar{G}_g &= \text{installerad effekt i kraftverk } g, g = 1, 2, 3, \\ \lambda_t &= \text{förväntat elpris timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ p_t &= \text{köp från ElKräng timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ r_t &= \text{försäljning till ElKräng timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ s_{g,t}^+ &= \text{startvariabel för kraftverk } g, \text{ timme } t, g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24, \\ u_{g,t} &= \text{driftstatus i kraftverk } g, \text{ timme } t, g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24, \\ W_t &= \text{förväntad vindkraftproduktion timme } t, t = 1, \dots, 24.\end{aligned}$$

a) (4 p) Stads energi AB säljer el till kunder med fastkraftavtal, men bolaget har också möjlighet att handla på den lokala börsen ElKräng. Formulera målfunktionen i bolagets planeringsproblem om syftet med planeringen är att maximera intäkterna från el såld på ElKräng minus kostnaden för el köpt från ElKräng och minus kostnaderna i det termiska kraftverket. Använd beteckningarna ovan.

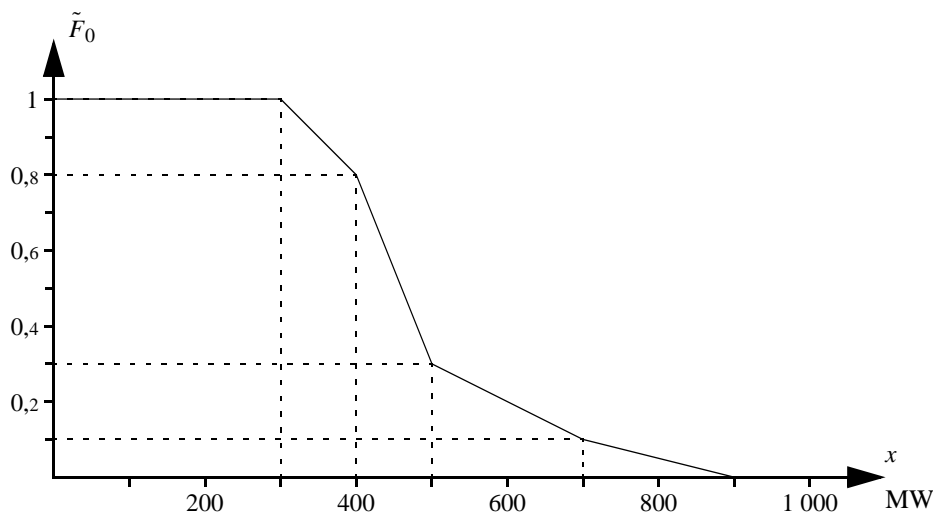
b) (4 p) Formulera det bivillkor som reglerar sambandet mellan maximal elproduktion och driftstatus i kraftverk g , timme t . Använd beteckningarna ovan.

c) (2 p) Block III eldas med bibränsle. Bränslet kostar $260 \text{ } \text{kr}/\text{m}^3$ och har en densitet på $400 \text{ kg}/\text{m}^3$. Bränslets värmeinhåll är $5 \text{ MWh}/\text{ton}$ och kraftverket har en verkningsgrad på 40% . Hur stor är den rörliga produktionskostnaden i block III?

d) (2 p) Den maximala produktionsekvivalenten i vattenkraftverket Fjärd är $0,5 \text{ MWh}/\text{TE}$. Antag att kraftverket ska producera $14,7 \text{ MWh}$ mellan 9:00 och 10:00. Hur stor är tappningen i Fjärd under denna timme om den relativa verkningsgraden är 98% ? Svaret ska ges i TE.

Uppgift 5 (12 p)

Det nationella elnätet i Nchi försörjs av tre större vattenkraftverk med en sammanlagd effekt på 750 MW och ett 50 MW termiskt kraftverk. Figuren nedan visar varaktighetskurvan för den totala lasten i Nchi.



a) (3 p) Antag att samtliga kraftverk är 100% tillförlitliga och att den rörliga produktionskostnaden är 10 $\text{€}/\text{MWh}$ i det termiska kraftverket, medan den rörliga produktionskostnaden i vattenkraftverken är försumbar. Använd stokastisk produktionskostnadssimulering till att beräkna den förväntade totala driftkostnaden per timme.

b) (3 p) Antag att vattenkraftverken har 100% tillförlitlighet och att det termiska kraftverket har 90% tillförlitlighet. Vad blir risken för effektbrist i Nchi?

c) (4 p) Energidepartementet i Nchi undersöker möjligheterna att satsa på en vindkraftutbyggnad i landet. Energidepartementet har i samband med denna studie tagit fram en modell som tar hänsyn till förlusterna i det nationella elnätet. I en Monte Carlo-simulering med denna modell har man studerat 10 scenarier (se tabell 1). För att förbättra noggrannheten i simuleringen använder man kontrollvariabelmetoden. Antag att den *ETOC* för den förenklade modellen beräknats till 20 $\text{€}/\text{h}$ och att *LOLP* för den förenklade modellen beräknats till 3,0%. Vilken skattning av *ETOC* och *LOLP* får man från den detaljerade modellen?

Tabell 1 Resultat från en Monte Carlo-simulering av elmarknaden i uppgift 5c.

Scenario	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>TOC</i> [$\text{€}/\text{h}$]										
Förenklad modell	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0
Detaljerad modell	0	20	0	180	0	0	0	0	500	0
<i>LOLO</i>										
Förenklad modell	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Detaljerad modell	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

d) (2 p) Antag att man önskar använda slumptalskomplement för att förbättra noggrannheten i simuleringen av Nchi. Vilket värde får slumptalskomplementet, D^* , om den totala lasten i systemet slumpas fram till $D = 400$ MW?

DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

Uppgift 6 (10 p)

Unionen har fyra medlemsländer: Aland, Beland, Celand och Deland. De fyra länderna har en gemensam elmarknad. Data för elproduktion och elkonsumtion ges i tabell 2 och data för transmissionskapaciteten mellan länderna återfinns i tabell 3. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Tabell 2 Data för produktion och konsumtion på elmarknaden i Unionen.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]				Rörlig kostnad [€/MWh]
	Aland	Beland	Celand	Deland	
Vattenkraft	60	120	–	5	5
Kärnkraft	80	–	–	15	80–120
Fossila bränslen	20	–	60	20	300–700
Elförbrukning	133	97	32	37	

Tabell 3 Data för transmission mellan länderna i Unionen.

Förbindelse	Kapacitet [TWh/år]
Aland ↔ Beland	20
Aland ↔ Celand	20
Beland ↔ Celand	20
Celand ↔ Deland	10

a) (8 p) Antag att det råder perfekt konkurrens, perfekt information och att det inte finns några magasin- eller effektbegränsningar. Vilket elpris får man i respektive land?

b) (2 p) Konsumenterna i Deland har tagit ett initiativ för att öka transmissionskapaciteten mellan Celand och Deland till 15 TWh/år. Hur stor får den årliga investeringskostnaden högst vara om den förstärkta överföringskapaciteten ska finansieras enbart av konsumenterna i Deland?

Uppgift 7 (10 p)

Skäret är en liten ö i Stockholms skärgård. Ön är inte ansluten till det nationella nätet, utan öborna har byggt upp ett eget lokalt nät som försörjs av två dieselgeneratorer. Antag att lasten i systemet kan variera mellan 20 och 100 kW. Frekvensen i systemet ska hållas inom intervallet 50 ± 1 Hz och frekvensen ska vara exakt 50 Hz då lasten är lika med 60 kW.

En av de boende på ön, Inge Händig, är ingenjör och har fått i uppdrag att ställa in frekvensregleringen i två dieselgeneratorerna så att driftkostnaden minimeras vid normal drift (d.v.s. då båda generatorerna fungerar som de ska). Data för dieselgeneratorerna visas i tabell 4. Driftkostnaden för varje dieselgenerator kan delas upp i två termer: dels en kostnad för den inställda basproduktionen (elproduktionen då frekvensen är exakt 50 Hz) och dels en kostnad för den inställda reglerstyrkan, vilket betyder att den totala driftkostnaden per timme kan formuleras som

$$C_{tot} = 3G_I + 3,15G_{II} + 0,30R_I + 0,32R_{II},$$

där

- G_I = basproduktion i dieselgenerator I [kW],
- G_{II} = basproduktion i dieselgenerator II [kW],
- R_I = reglerstyrka i dieselgenerator I [kW/Hz],
- R_{II} = reglerstyrka i dieselgenerator II [kW/Hz].

a) (2 p) Antag att Inge ställer in basproduktionen 20 kW i dieselgenerator I. Vilken är den högsta reglerstyrka R_I som han kan välja, om reglerstyrkan ska vara tillgänglig i frekvensintervallet 50 ± 1 Hz?

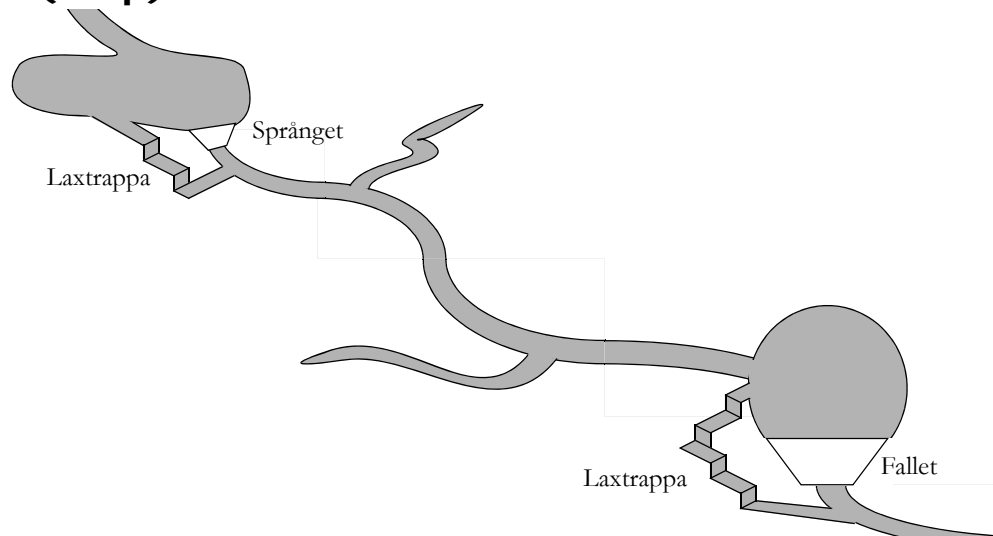
b) (2 p) Antag att Inge ställer in basproduktionen 50 kW i dieselgenerator I. Vilken är den högsta reglerstyrka R_I som han kan välja, om reglerstyrkan ska vara tillgänglig i frekvensintervallet 50 ± 1 Hz?

c) (6 p) Inge har konstaterat att dieselgenerator I är billigare både när det gäller basproduktion och reglerstyrka, men skillnaden mellan de två generatorerna är ganska liten när det gäller kostnaden för reglerstyrka. Det är därför optimalt att lägga en så stor del av basproduktionen som möjligt i generator I. Vilken basproduktion respektive reglerstyrka ska han då ställa in i respektive generator?

Tabell 4 Data för dieselgeneratorerna på Skäret.

Generator	Installerad effekt [kW]	Genomsnittlig driftkostnad vid konstant elproduktion [SEK/kWh]	Genomsnittlig kostnad för tillhandahålla reglerstyrka [(SEK/h)/(kW/Hz)]
I	80	3,00	0,30
II	60	3,15	0,32

Uppgift 8 (20 p)



AB Vattenkraft äger två vattenkraftverk lokaliserade enligt figuren ovan. Data för vattenkraftverken ges i tabell 5. Bolaget planerar att sälja sin elproduktion på den lokala elbörsen ElKräng. Man antar att man kan sälja så mycket man önskar till de priser som anges i tabell 6. Därefter räknar man med ett genomsnittligt elpris på 400 SEK/MWh och att sparat vatten kan användas till elproduktion vid bästa verkningsgrad. Rinntiden mellan kraftverken kan försummas.

Eftersom älven där AB Vattenkrafts kraftverk ligger är ett mycket viktigt lekområde för lax har Miljödomstolen förelagt bolaget att bygga laxtrappor förbi kraftverken. Flödet genom respektive laxtrappa måste alltid uppgå till minst $1 \text{ m}^3/\text{s}$; detta vatten kan alltså ej användas till elproduktion. Vidare har Miljödomstolen med hänsyn till turismen föreskrivit att flödet i älvsträckorna nedströms om kraftverken alltid måste uppgå till minst $10 \text{ m}^3/\text{s}$.

a) (10 p) Formulera AB Vattenkrafts planeringsproblem som ett LP-problem. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 7 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

b) (10 p) Vattenmagasinen i Språnget och Fallet har relativt liten yta i förhållande till den aktiva volymen. Detta innebär att då man tappar ur magasinen så får man en kraftig sänkning av den övre vattenytan ganska och således minskar fallhöjden i kraftverken. Antag att AB Vattenkraft önskar ta hänsyn till detta i sitt planeringsproblem på ett förenklat sätt. Om vattenmagasinen är fyllda till minst 50% ska de marginella produktionsekvivalenterna i tabell 5 användas, men om innehållet i magasinen är lägre än 50% så ska man räkna med 25% lägre marginella produktionsekvivalenter. Hur måste planeringsproblemet från a-uppgiften formuleras om för att på detta sätt ta hänsyn till fallhöjdsborendet? Glöm inte att definiera alla nya variabler och parametrar du inför!

Tips: Man kan få en binär variabel $l_{i,t}$ att anta värdet 0 om magasinsnivån är lägre än $\bar{M}_i/2$ och värdet 1 om magasinsnivån är högre än $\bar{M}_i/2$ genom att införa följande bivillkor:

$$l_{i,t} \leq \frac{M_{i,t}}{(\bar{M}_i/2)}, \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$l_{i,t} \geq \frac{M_{i,t}}{(\bar{M}_i/2)} - 1,$$

$$i = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$

Tabell 5 Data för AB Vattenkrafts kraftverk.

Kraftverk	Startinnehåll i vattenmagasinet [TE]	Maximalt magasininnehåll [TE]	Marginella produktions-ekvivalenter [MWh/TE]		Maximal tappning [TE]		Lokalt inflöde [TE]
			Segment 1	Segment 2	Segment 1	Segment 2	
Språnget	1 000	3 600	0,64	0,56	85	30	112
Fallet	1 200	3 900	0,72	0,64	125	40	2

Tabell 6 Förväntade priser på ElKräng.

Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	325	265	255	255	245	300	370	395	420	425	425	425
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	420	425	415	415	410	415	415	410	395	385	395	365

Tabell 7 Beteckningar till AB Vattenkrafts planeringsproblem.

Beteckning	Förklaring	Värde
\underline{S}_i	Minsta tillåtna flöde genom laxtrappen vid magasin i	1
\underline{W}_i	Minsta tillåtna flöde nedströms kraftverk i	10
$M_{i,0}$	Startinnehåll i magasin i	Se tabell 5
\bar{M}_i	Maximalt innehåll i magasin i	Se tabell 5
$\mu_{i,j}$	Marginell produktions-ekvivalent i kraftverk i , segment j	Se tabell 5
$\bar{Q}_{i,j}$	Maximal tappning i kraftverk i , segment j	Se tabell 5
V_i	Lokal tillrinning till magasin i	Se tabell 5
λ_t	Förväntat pris på ElKräng timme t	Se tabell 6
λ_f	Förväntat framtida elpris	400

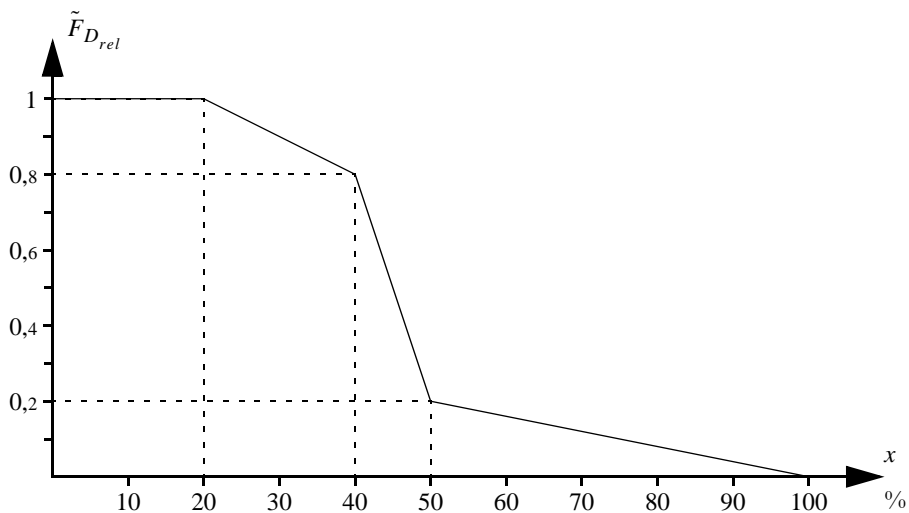
Uppgift 9 (20 p)

Stora delar av landsbygden i Eggwanga sakar tillgång till el. Myndigheterna i Eggwanga har därför startat ett landsbygdselektrifieringsprogram, och som en del av detta har Eggwanga National Electricity Supply Company Ltd. (ENESCO) fått i uppdrag att elektrifiera byn Ekyaro och dess omgivningar. ENESCO undersöker nu hur mycket det skulle kosta att bygga upp ett lokalt nät i Ekyaro. Det lokala nätet kommer inte att anslutas till det nationella elnätet de närmaste åren, utan kommer att försörjas av ett vattenkraftverk och en dieselgenerator.

ENESCO räknar med att efterfrågan på el i Ekyaro kommer att bero på vilket pris konsumenterna betalar. Baserat på erfarenheter från liknande områden i Eggwanga har ENESCO kommit fram till att sambandet mellan den maximala lasten i Ekyaro, \hat{D} , och tariffen, λ , kan approximeras med

$$\hat{D} = 900 - 300\lambda.$$

Den faktiska elförbrukningen vid en godtycklig tidpunkt, D , kan beräknas enligt $D = D_{rel} \cdot \hat{D}$, där D_{rel} är en stokastisk variabel som anger hur stor lasten är i förhållande till topplasten. Man kan anta att elförbrukningen kommer att fördela sig på samma sätt under dygnet oavsett vilken tariff som tas ut, d.v.s. om topplasten ökar med 10% så ökar också den lägsta lasten med 10%. Detta betyder att sannolikhetsfördelningen för den relativa lasten kommer att vara densamma oberoende av tariffen. Figuren nedan visar den varaktighetskurva för den relativa lasten som ENESCO tagit fram.



a) (5 p) Antag att vattenkraftverket skulle få en installerad effekt på 400 kW och försumbar driftkostnad. Något vattenmagasin är inte planerat, men å andra sidan är vattenflödet alltid tillräckligt för att producera installerad effekt. ENESCO räknar med en mycket hög tillförlitlighet i vattenkraftverket och risken för bortfall kan därför försummas i vattenkraftverket. Den planerade dieselgeneratoren skulle ha 200 kW installerad effekt, rörlig driftkostnad 1 $\text{M}\text{kr}/\text{kWh}$ och 80% tillgänglighet.

Den totala investeringskostnaden för det lokala nätet, vattenkraftverket och dieselgeneratoren beräknas till 1,8 $\text{M}\text{kr}/\text{år}$. Dessutom kommer man att ha fasta kostnader för underhåll, lön till personal m.m. på 0,5 $\text{M}\text{kr}/\text{år}$. Kommer det föreslagna systemet för Ekyaro att bära sina egna kostnader om tariffen sätts till 1 kr/kWh ?

b) (5 p) Vilken tariff ska ENESCO välja om man vill att risken för effektbrist ska bli 2%?

c) (10 p) Ett bekymmer med landsbygdsnät i Eggwanga är att förlusterna brukar bli förhållandevis höga. Detta beror dels på att konsumenterna är få och utspridda samt att ENESCO har begränsade resurser till att göra nätinvesteringar (vilket gör att de tenderar att underdimensionera ledningar och transformatorer) och dels på grund av att det förekommer att folk kopplar in sig illegalt på nätet, eller att de manipulerar elmätarna.

ENESCO har utvecklat en mer detaljerad modell av elsystemet i Ekyaro. Denna modell tar hänsyn till att i vissa fall kan delar av distributionsnätet bli överbelastade vilket orsakar större förluster än normalt. Dessutom inkluderar modellen en ”icke-teknisk förlust”, d.v.s. elförbrukning som ENESCO inte kommer att få betalt för. Antag att de totala förlusterna (tekniska och icke-tekniska) kan variera mellan 0 och 160 kW då tariffen är 1 $\text{€}/\text{kWh}$. Syftet med modellen är att den ska användas i Monte Carlo-simuleringar för att skatta *ETOC* och *LOLP*.

Föreslå ett lämpligt stratumträd för elsystemet i Ekyaro. Ange även stratumvikterna samt vilka värden man kan få på resultatvariablerna *TOC* och *LOLO* i varje stratum.



KTH Elektro-
och systemteknik

Svarsblad till del I

Namn:

Personnummer:

Uppgift 1

a) Alternativ är korrekt.

b) Alternativ är korrekt.

c) Alternativ är korrekt.

Uppgift 2

a) \varnothing /MWh

b) Elpriset skulle minska med \varnothing /MWh

c) Alternativ är korrekt.

Uppgift 3

a) Hz b) Hz

c) Hz

Uppgift 4

a)

.....

b)

c) \varnothing /MWh d) TE

Uppgift 5

a) \varnothing /h b) %

c) *ETOC* \varnothing /h *LOLP* %

d) MW

Uppgift 1

- a) 3, b) 2, c) 2.

Uppgift 2

- a) Elpriset sätts av skärningspunkten mellan utbuds- och efterfrågekurvorna. För att efterfrågan ska vara 500 MW/h får elpriset inte vara högre än 30 ¢/MWh, men vid detta elpris är ubudet endast 350 MW/h. Alltså är efterfrågan 400 MW/h och då krävs det ett elpris på 35 ¢/MWh (halva fossilbränsleintervall).
- b) 20 MW vindkraft ersätter 20 MW fossila bränslen. Eftersom 20 MW utgör 10% av kapaciteten för de fossilbränsleladdade kraftverken så får man en prisminskning som motsvarar 10% av prisintervall för fossila bränslen, d.v.s. 2 ¢/MWh.
- c) 3.

Uppgift 3

- a) Då frekvensen är 50,01 Hz producerar de reglerstyrda kraftverken 1 450 MW (enligt figu- ren). Då Sotinge ökar elproduktionen med 100 MW måste de reglerstyrda kraftverken minska produktionen till 1 350 MW, vilket innebär att frekvensen måste öka till 50,03 Hz.
- b) Då frekvensen är 50,04 Hz producerar de reglerstyrda kraftverken 1 300 MW (enligt figu- ren). Då lasten minskar med 50 MW måste de reglerstyrda kraftverken minska produktionen till 1 250 MW, vilket innebär att frekvensen måste öka till 50,05 Hz.
- c) Då frekvensen är 49,95 Hz producerar de reglerstyrda kraftverken 1 750 MW (enligt figu- ren). Då man förörrar 750 MW elproduktion måste de reglerstyrda kraftverken öka produk- tionen till 2 500 MW, vilket innebär att frekvensen måste minska till 49,70 Hz.

Uppgift 4

$$a) \text{maximera } \sum_{t=1}^{24} \left(\lambda_t (r_t - p_t) - \sum_{g=1}^3 (C_{g,t}^+ x_{g,t}^+ + \beta_{g,t} G_{g,t}) \right).$$

$$b) G_{g,t} \leq u_{g,t} \bar{G}_g.$$

- c) Värmeinhållet i en m³ bränsle är 0,4 ton/m³ · 5 MW/ton = 2 MW/m³. Eftersom verk- ningsgraden är 40% får man således ut 0,4 · 2 = 0,8 MW/m³. Om bränslet då kostar 260 ¢/m³ får man en rörlig produktionskostnad på 260/0,8 = 325 ¢/MW.

- d) Elproduktionen som funktion av tappningen kan skrivas $H(Q) = \eta(Q) Q_{max} Q \Rightarrow Q = H(Q)/\eta(Q) Q_{max} = 14,7 \text{ MW} / (0,98 \cdot 0,5 \text{ MW} / \text{TE}) = 30 \text{ TE}$.

Uppgift 5

- a) Eftersom samtliga kraftverk är 100% tillgängliga får vi $\tilde{F}_2(x) = \tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$, vilket ger att $EG_2 = EENS_1 - EENS_2 = \int_{750}^{\infty} \tilde{F}_1(x) dx - \int_{800}^{\infty} \tilde{F}_2(x) dx = \int_{750}^{800} \tilde{F}_0(x) dx = (0,075 + 0,05) \cdot 502 = 3,125 \text{ MW} / \text{h}$.

Vi kan anta att vattenkraften har försumbar driftkostnad, vilket innebär att den förväntade drift- kostnaden per timme blir med andra ord $ETOC = 10EG_2 = 31,25 \text{ ¢} / \text{h}$.

- b) $LLOP = \tilde{F}_2(800) = 0,9 \tilde{F}_1(800) + 0,1 \tilde{F}_1(800 - 50) = 0,9 \cdot 0,05 + 0,1 \cdot 0,075 = 5,25\%$.
- c) $m_{TOC} = \eta(TOC - \tilde{TOC}) + \mu \tilde{TOC} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (TOC_i - \tilde{TOC}_i) + 35 = (20 + 180 + 400) / 10 + 20 = -80 \text{ ¢} / \text{h}$.

$$m_{LOLO} = \eta(LOLO - \tilde{LOLO}) + \mu \tilde{LOLO} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (LOLO_i - \tilde{LOLO}_i) + 0,05 = 1/10 + 0,03 = 13\%.$$

- d) Med den inversa transformmetoden erhålls $D = F_D^{-1}(U)$, där U är ett $U(0, 1)$ -fördelat slumptal. Eftersom vi i uppgiften fått varaktighetskurvan i stället, kan vi lika gärna använda transformen $D = F_D^{-1}(U)$. Det ursprungliga slumptalet måste ha varit $U = F_D(400) = 0,8$. Således är $U^* = 1 - U = 0,2$, vilket ger $D^* = F_D^{-1}(U^*) = 600 \text{ MW}$.

Uppgift 6

- a) Den totala elförbrukningen i Unionen är 299 TWh/år. Om man bortser från transmissionsbe- gränsningarna så skulle elpriset bli 376 ¢/MWh, eftersom vattenkraft och kärnkraft kan leverera maximalt 280 TWh/år; alltså behövs 19 TWh/år från fossila bränslen, vilket betyder att man utnyttjar 19/100 av prisintervall för fossila bränslen. Vid detta elpris blir importen respektive exporten för varje land enligt följande:

- Åland producerar 143,8 TWh/år och konsumerar 133 TWh/år
 \Rightarrow export 10,8 TWh/år, vilket går bra eftersom Åland totalt kan exportera 40 TWh/år.
- Beland producerar 120 TWh/år och konsumerar 97 TWh/år
 \Rightarrow export 23 TWh/år, vilket går bra eftersom Beland totalt kan exportera 40 TWh/år.
- Celand producerar 11,4 TWh/år och konsumerar 32 TWh/år
 \Rightarrow import 20,6 TWh/år, vilket går bra eftersom Celand totalt kan importera 60 TWh/år.
- Deland producerar 23,8 TWh/år och konsumerar 37 TWh/år
 \Rightarrow import 13,2 TWh/år, vilket inte är möjligt eftersom Deland bara kan importera 10 TWh/år från Celand.

För att få balans mellan produktion och konsumtion i Deland måste elpriset alltså vara högre än om det inte funnits någon transmissionsbegränsning. Vid maximal import från Celand behövs det 27 TWh/år inhemsk produktion, vilket kräver att man utnyttjar 7/20 av de fossiladdade kraftverken i Deland. Elpriset i Deland måste därför vara 440 ¢/MWh.

I den övriga Unionen är den totala efterfrågan därmed 272 TWh/år (inklusive 10 TWh/år export från Celand till Deland). Eftersom vattenkraft och kärnkraft i dessa länder totalt kan pro- ducera 260 TWh/år behövs 12/80 av de fossiladdade kraftverken. Elpriset i Åland, Beland och Celand kommer därför att bli 360 ¢/MWh. Vid detta elpris exporterar Åland 10 TWh/år och Beland 23 TWh/år.

b) Den nya transmissionskapaciteten mellan Celand och Deland är tillräcklig för att man ska få elpriset 376 ¢/MWh i hela Unionen. Detta innebär att kostnaderna för konsumenterna i Deland skulle minska med $64 \text{ ¢/MWh} \cdot 37 \text{ TWh/år} = 2368 \text{ M¸/år}$. Den årliga kostnaden får alltså inte vara högre än så om investeringen ska vara lönsam för konsumenterna i Deland.

Uppgift 7

a) Då basproduktionen är 20 kW kan diesलगeneratorn minska produktionen med 20 kW och öka den med 60 kW . Den maximala produktionsändringen är således 20 kW och eftersom den maximala frekvensändringen är 1 Hz så får inte reglerstyrkan vara större än $R = \Delta G/\Delta f = 20 \text{ kW/Hz}$.

b) Då basproduktionen är 50 kW kan diesलगeneratorn minska produktionen med 50 kW och öka den med 30 kW . Den maximala produktionsändringen är således 30 kW och eftersom den maximala frekvensändringen är 1 Hz så får inte reglerstyrkan vara större än $R = \Delta G/\Delta f = 30 \text{ kW/Hz}$.

c) De två diesलगeneratorernas sammanlagda basproduktion ska vara 60 kW (eftersom det är vid denna last som frekvensen ska vara 50 Hz). Om hela basproduktionen skulle ligga i diesलगenerator I så kan man inte ställa in en högre reglerstyrka än 20 kW/Hz (för de föregående uppgifterna). Men eftersom lasten maximalt kan avvika 40 kW från lasten vid 50 Hz , så måste systemets reglerstyrka vara 40 kW/Hz om frekvensen ska kunna hållas inom intervallet $50 \pm 1 \text{ Hz}$. Alltså skulle diesलगenerator II behöva bidra med 20 kW/Hz reglerstyrka. Detta är dock inte möjligt om basproduktionen i diesलगenerator II är lika med noll, eftersom det då inte finns någon marginal för minska produktionen.

Således kan vi konstatera att en del av basproduktionen måste läggas i diesलगenerator II. Om vi antar att basproduktionen i generator I kommer att fortsätta vara minst 40 kW så kommer det att vara marginalen för att öka produktionen som begränsar reglerstyrkan i generator I, d.v.s. $R_I = 80 - G_I = \{G_I = 60 - G_{II}\} = 20 + G_{II}$. Om vi dessutom antar att basproduktionen i generator II inte behöver vara högre än 30 kW så är det marginalen för att minska produktionen som bestämmer vilken reglerstyrka som man kan ställa in i generator II, vilket innebär att vi kan sätta $R_{II} = G_{II}$. Om den totala reglerstyrkan ska vara 40 kW/Hz så får vi att

$$R_I + R_{II} = 20 + G_{II} + G_{II} = 40.$$

Löser man denna ekvation finner man att basproduktionen i generator II ska vara 10 kW och alltså måste basproduktionen i generator I vara 50 kW (vilket innebär att antagandena ovan är uppfyllda). Reglerstyrkorna blir då 30 kW/Hz i generator I och 10 kW/Hz i generator II.

Uppgift 8

a) I ord kan planeringsproblemet formuleras som

maximera *värdet av såld el + värdet av sparad vatten,*
 med hänsyn till *hydrologisk balans för Språnget och Fallet,*
 minimiflöde genom älven.

Index för kraftverk

Språnget 1, Fallet 2.

Parametrar

Parametrarna är definierade i tabell 7 i uppgiftslydelsen.

Optimeringsvariabler

$Q_{i,j,t}$ = tappning i kraftverk i , segment j , under timme t , $i = 1, 2, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24$,
 $S_{i,t}$ = spill från magasin i under timme t , $i = 1, 2, t = 1, \dots, 24$,
 $M_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme t , $i = 1, 2, t = 1, \dots, 24$.

Målfunktion

$$\text{maximera} \quad \sum_{t=1}^{24} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} + \lambda_j (\mu_{1,1} + \mu_{2,1}) M_{1,24} + \mu_{2,1} M_{2,24}.$$

Bivillkor

Hydrologisk balans för Språnget:

$$M_{1,t} = M_{1,t-1} - Q_{1,1,t} - Q_{1,2,t} - S_{1,t} + V_{1,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Fallet:

$$M_{2,t} = M_{2,t-1} - Q_{2,1,t} - Q_{2,2,t} - S_{2,t} + Q_{1,1,t} + Q_{1,2,t} + S_{1,t} + V_{2,t} \quad t = 1, \dots, 24.$$

Minsta tillåtna flöde i älven:

$$Q_{i,1,t} + Q_{i,2,t} + S_{i,t} \geq \underline{W}_i \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$

Variabelgränser

$$0 \leq Q_{i,j,t} \leq \bar{Q}_{i,j} \quad i = 1, 2, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$S_{i,t} \leq \bar{S}_{i,t} \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq M_{i,t} \leq \bar{M}_i \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$

b) Till att börja med inför vi den binära variabel som föreslås i tipset

$$I_{i,t} = \text{nivå i magasin } i, \text{ timme } t \text{ (0 om nivån motsvarar låg fallhöjd, annars 1)}.$$

För att hantera fallhöjdsberoendet inför vi ytterligare ett index för tappningen:

$$Q_{i,j,h,t} = \text{tappning i kraftverk } i, \text{ segment } j, \text{ fallhöjd } h, \text{ under timme } t, i = 1, 2, j = 1, 2, h = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

där vi väljer att tolka $h = 1$ som låg fallhöjd och $h = 2$ som hög fallhöjd. Därmed behövs även ytterligare ett index i de marginella produktionskvivalenterna:

$\mu_{i,j}$ = marginell produktionskvivalent i kraftverk i , segment j , fallhöjd $h =$

$$\begin{cases} 0,64 & i = 1, j = 1, h = 1, & 0,48 & i = 1, j = 1, h = 2, \\ 0,56 & i = 1, j = 2, h = 1, & 0,42 & i = 1, j = 2, h = 2, \\ 0,72 & i = 2, j = 1, h = 1, & 0,54 & i = 2, j = 1, h = 2, \\ 0,64 & i = 2, j = 2, h = 1, & 0,48 & i = 2, j = 2, h = 2. \end{cases}$$

I och med att vi inför nya tappningsvariabler måste både målfunktion och bivillkor från a-uppgiften uppdateras:

$$\text{maximera} \quad \sum_{t=1}^{24} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{h=1}^2 \mu_{i,j,h} Q_{i,j,h,t} + \lambda_j (\mu_{1,1,1} + \mu_{2,1,1}) M_{1,24} + \mu_{2,1,1} M_{2,24}.$$

Eftersom vattenkraftverket antas vara 100% tillgängligt får vi att $\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$. Därmed kan vi beräkna den förväntade elproduktionen per år i vattenkraftverket respektive dieselgeneratorm:

$$EG_1 = 8\,760 \cdot 1 \int_0^{400} \tilde{F}_0(x) dx = 8\,760(1 \cdot 120 + (1 + 0.8)2 \cdot 120 + (0.8 + 0.2)/2 \cdot 60 + (0.2 + 0.133)/2 \cdot 200) \approx 2.41 \text{ GWh/år.}$$

$$EG_2 = 8\,760 \cdot 0.8 \int_0^{600} \tilde{F}_1(x) dx = 8\,760 \cdot 0.8 \cdot 0.133/2 \cdot 100 \approx 0.09 \text{ GWh/år.}$$

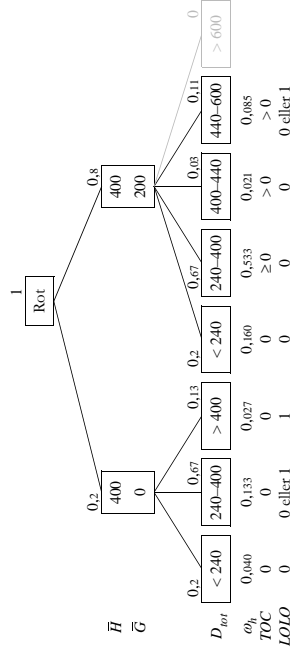
Inäkterna från såld el kommer således att vara $(EG_1 + EG_2) \cdot 1 \text{ ¢/kWh} \approx 2.50 \text{ M¸/år}$. Den totala kostnaden för systemet blir 1.8 (investeringskostnad) + 0.5 (löner & underhåll) + 0.03 (produktionskostnad i dieselgeneratorm) = 2.33 M¸/år. Systemet kommer kan med andra ord förväntas ge en viss vinst till ENESCO.

b) Risken för effektbrist vid tariffen 1 ¸/kWh ges av

$$LOLP = \tilde{F}_2(600) = 0.8\tilde{F}_0(600) + 0.2\tilde{F}_0(400) = 0.8 \cdot 0 + 0.2 \cdot 0.133 \approx 2.67\%.$$

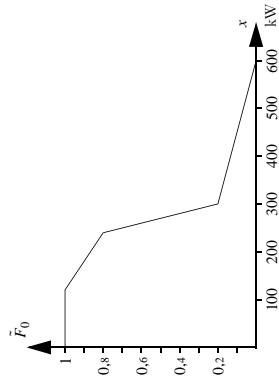
Om tariffen väljs något högre kommer topplasten att minska vilket resulterar i att LOLP också minskar. För tariffer högre än 1 ¸/kWh gäller att LOLP = $0.2\tilde{F}_0(400)$ vilket betyder att tariffen måste väljas så att $\tilde{F}_0(400) = 0.1$ om LOLP ska bli lika med 0.02. I varaktighetskurvan för den relativa lasten ser vi att sannolikheten för att den relativa lasten överskrider 75% av topplasten är lika med 10%. Alltså måste topplasten vara $400/0.75 \approx 533 \text{ kW}$, vilket man uppnår om man väljer tariffen $\lambda = (900 - 533)/300 \approx 1.22 \text{ ¸/kWh}$.

c) Scenariernas egenskaper kan förutsäga om man jämför tillgänglig produktionskapacitet med total last. Därför ställer vi upp ett stratuträd med tillgänglig produktionskapacitet närmast under roten och total last längst ned, så som visas i nedanstående figur:



Uppgift 9

a) Vid tariffen 1 ¸/kWh får man en topplast på 600 kW. Lastens varaktighetskurva får med andra ord följande utseende:



Nu måste vi se till att bara en av fallhöjdsmodellerna används per timme. Detta kan man åstadkomma genom att sätta den övre gränsen för tappningen med en viss fallhöjd till noll om inte den binära variabeln $l_{i,t}$ indikerar att magasinet har den fallhöjden. Vid låg fallhöjd ska den övre gränsen vara lika med noll om $l_{i,t} = 1$ och lika med $\bar{Q}_{i,j}$ om $l_{i,t} = 0$:

$$Q_{i,j,1,t} \leq (1 - l_{i,t})\bar{Q}_{i,j} \quad i = 1, 2, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$

På motsvarande sätt får vi följande bivillkor för tappningen med hög fallhöjd:

$$Q_{i,j,2,t} \leq l_{i,t}\bar{Q}_{i,j} \quad i = 1, 2, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$

Slutligen behöver vi de bivillkor som föreslogs i uppgiftsydelsen för att se till att $l_{i,t}$ får rätt värden, samt variabelgränser till de nya variablerna. (Notera att tappningsvariablerna inte behöver någon övre gräns, eftersom den övre gränsen styrs med bivillkoren ovan i stället)

$$l_{i,t} \leq \frac{M_{i,t}}{(\bar{M}_i/2)}, \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$l_{i,t} \geq \frac{M_{i,t}}{(\bar{M}_i/2)}, \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq Q_{i,j,h,t} \quad i = 1, 2, j = 1, 2, h = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$l_{i,t} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$