



**KTH Elektro-
och systemteknik**

Tentamen i EG2050/2C1118 Systemplanering, 14 mars 2009, 8:00–13:00, Q21, Q22

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (2 p) En balansansvarig aktör har det ekonomiska ansvaret för att systemet under en viss handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som ens kunder förbrukar. I praktiken hantearas detta ansvar genom att I) Den balansansvarige är skyldig att köpa finansiella derivat på förhandsmarknaden, II) Den balansansvarige är skyldig att köpa och sälja reglerkraft på realtidsmarknaden, III) Den balansansvarige är skyldig att köpa och sälja balanskraft på efterhandsmarknaden.

1. Endast I är sant.
2. Endast II är sant.
3. Endast III är sant.
4. I och II är sanna men inte III.
5. II och III är sanna men inte I.

b) (2 p) På en bilateral elmarknad gäller att I) Producenterna är fria att sälja till vilka andra producenter, återförsäljare och konsumenter som helst, II) All elhandel måste ske via en elbörs, III) Konsumenterna är fria att köpa från vilken producent eller återförsäljare som helst.

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och III är sanna men inte II.

Uppgift 2 (6 p)

Antag att det råder perfekt konkurrens på elmarknaden i Land, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Data för kraftverken i Land ges i tabell 1. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Tabell 1 Data för kraftverken i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]	Rörlig kostnad [€ /MWh]
Vattenkraft	60	5
Kärnkraft	60	90–100
Biobränsle	20	100–300
Fossila bränslen	10	200–400

- a) (1 p)** Hur mycket producerar biobränslekraftverken under ett år om elpriset är 250 € /MWh?
- b) (3 p)** Vilket elpris får man i Land om elförbrukningen inte är priskänslig och uppgår till 142 TWh/år?
- c) (2 p)** Antag att elpriset i Land är 320 € /MWh. Strålinge kraftverksaktiebolag äger ett kärnkraftverk med en produktionskapacitet på 10 TWh per år. Den rörliga produktionskostnaden är 100 € /MWh och de fasta kostnaderna uppgår till 2 000 M € /år. Hur stor vinst gör företaget?

Uppgift 3 (6 p)

a) (2 p) Ett visst elsystem kan delas in i fem områden. Transmissionsförbindelserna mellan dessa områden räknas upp i tabell 2. För detta elsystem gäller att I) Det finns två synkrona nät i elsystemet, II) Område A och område E tillhör samma synkrona nät, III) Område B och område E tillhör samma synkrona nät.

Tabell 2 Transmissionsförbindelser i uppgift 3a.

Förbindelse	Kapacitet [MW]	Typ
A ↔ B	600	Högspänd likström (HVDC)
A ↔ C	1 000	Växelström
A ↔ D	1 200	Växelström
B ↔ E	2 000	Växelström
C ↔ D	1 500	Växelström
D ↔ E	400	Högspänd likström (HVDC)

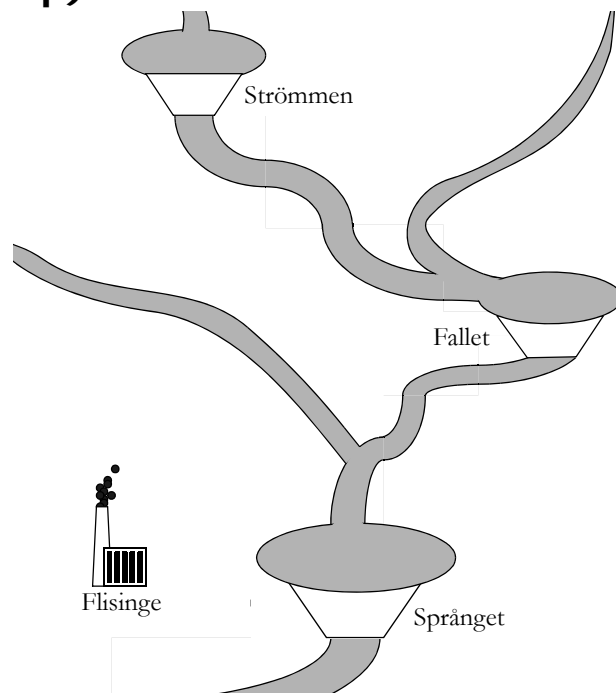
1. Inget av påståendena är sant.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. I och III är sanna men inte II.
5. II och III är sanna men inte I.

b) (2 p) Vattenkraftverket Sele har en reglerstyrka på 100 MW/Hz. Basproduktionen (d.v.s. produktionen då frekvensen är exakt 50 Hz) är 50 MW och kraftverket har en installerad effekt på 90 MW. För att undvika skador på turbinerna kan man inte producera mindre än 40 MW. Hur mycket kommer kraftverket att producera då frekvensen i systemet är 50,14 Hz?

c) (2 p) Betrakta ett elsystem som är indelat i två områden, A och B. Det finns endast en transmissionsförbindelse mellan dessa två områden. Denna förbindelse utgörs av en 400 kV växelströmsledning med en maximal överföringskapacitet på 900 MW. Ledningen är försedd med skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning kopplar bort ledningen om den maximala kapaciteten överskrids.

Vid ett visst tillfälle överförs 500 MW från område A till B. Vid detta tillfälle kopplas 200 MW produktion bort i område B till följd av ett transformatorfel. Reglerstyrkan i område A är 2 000 MW/Hz och reglerstyrkan i område B är 3 000 MW/Hz. Hur stor blir överföringen från område A till område B efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion? (Svara 0 MW om förbindelsen kopplas bort p.g.a. överbelastning.)

Uppgift 4 (12 p)



AB Elkraft äger tre vattenkraftverk lokaliserade enligt figuren ovan. Dessutom äger man det bränsleleddade kraftverket Flisinge. I ett korttidsplaneringsproblem för bolagets kraftverk har man infört följande beteckningar:

Index för vattenkraftverken: Strömmen 1, Fallet 2, Språnget 3.

C^+ = startkostnad i Flisinge,

γ_i = förväntad framtida produktionsekvivalent för vatten lagrat i magasin i ,
 $i = 1, 2, 3$,

D_t = avtalad last timme t , $t = 1, \dots, 24$,

G_t = elproduktion i Flisinge, timme t , $t = 1, \dots, 24$,

λ_{25} = förväntat elpris efter planeringsperiodens slut,

$\mu_{i,j}$ = marginell produktionsekvivalent i vattenkraftverk i , segment j ,
 $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$,

$Q_{i,j,t}$ = tappning i vattenkraftverk i , segment j , timme t ,
 $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24$.

a) (3 p) Vilka beteckningar representerar optimeringsvariabler respektive parametrar?

b) (4 p) Formulera AB Elkrafts lastbalansbivillkor för timme t . Använd beteckningarna ovan.

c) (3 p) Vid installerad effekt producerar vattenkraftverket Fallet 100 MW och produktionsekvivalenten är då 0,8 MWh/TE. Magasinet rymmer 5 400 000 m³. Antag att kraftverket uppströms varken tappar eller spiller något vatten och att det lokala tillflödet är försumbart. Om man börjar med ett fullt magasin, hur många timmar kan man då producera installerad effekt i Fallet innan magasinet är tömt?

d) (2 p) AB Kraftverket äger ett termiskt kraftverk. Antag att bolaget vill formulera ett korttidsplaneringsproblem för detta kraftverk, där syftet är att maximera intäkterna av såld el minus produktionskostnaderna under 24 timmar. Man har därför infört följande målfunktion och bivillkor.

$$\begin{aligned} & \text{maximera} \quad \sum_{t=1}^{24} ((\lambda_t - \beta_t)G_t - C^+ s_t^+) \\ \text{då} \quad & G_t \geq u_t \underline{G}, & t = 1, \dots, 24, \\ & G_t \leq u_t \bar{G}, & t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$

Förutom ovanstående bivillkor krävs ett driftstatusbivillkor. Vilka av följande bivillkor kan användas?

- I) $u_t - u_{t-1} = s_t^+$
- II) $u_t - u_{t-1} \leq s_t^+$
- III) $u_t - u_{t-1} = s_t^+ - s_t^-$

1. Det är endast möjligt att använda bivillkor I.
2. Det är endast möjligt att använda bivillkor II.
3. Det är endast möjligt att använda bivillkor III.
4. Det är möjligt att använda antingen bivillkor I eller III.
5. Det är möjligt att använda antingen bivillkor II eller III

De beteckningar som ingår i problemet ovan är

- β = rörlig produktionskostnad i kraftverket,
- C^+ = startkostnad för kraftverket,
- G_t = elproduktion i kraftverket under timme t ,
- \underline{G} = minimal elproduktion då kraftverket är i drift,
- \bar{G} = maximal elproduktion då kraftverket är i drift,
- λ_t = elpris timme t ,
- s_t^+ = startvariabel för timme t (1 om kraftverket startar produktionen i början av timme t , annars 0),
- s_t^- = stoppvariabel för timme t (1 om kraftverket stoppar produktionen i början av timme t , annars 0),
- u_t = driftstatus under timme t (1 om kraftverket är i drift, 0 om det inte är i drift).

Uppgift 5 (12 p)

Betrakta en elmarknad där lasten kan antas vara normalfördelad med väntevärdet 8 000 MW och standardavvikelsen 1 000 MW. På denna elmarknad finns vattenkraftverk med en sammanlagd installerad effekt på 10 000 MW. Vattenkraftverken kan antas vara 100% tillgängliga och har försumbar driftkostnad. Dessutom finns ett termiskt kraftverk med 1 000 MW installerad effekt, 90% tillgänglighet och driftkostnaden 10 $\text{€}/\text{MWh}$. I tabell 3 visas några delresultat då man genomför en stokastisk produktionskostnadssimulering av denna elmarknad.

Tabell 3 Resultat från en stokastisk produktionskostnadssimulering av elmarknaden i uppgift 5a–c.

	$x = 7\ 000$	$x = 8\ 000$	$x = 9\ 000$	$x = 10\ 000$	$x = 11\ 000$	$x = 12\ 000$
$F_0(x)$	0,841	0,500	0,159	0,023	0,001	0,000
$\int_x^{\infty} \tilde{F}_0(\xi) d\xi$	1 083,3	389,9	83,3	8,5	0,4	0,0
$\int_x^{\infty} \tilde{F}_2(\xi) d\xi$	1 175,8	467,4	114,9	16,0	1,2	0,0

a) (1 p) Beräkna $EENS_0$, d.v.s. den förväntade ickelevererade energin om det inte finns några kraftverk i systemet.

b) (3 p) Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna systemets förväntade driftkostnad.

c) (2 p) Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna risken för effektbrist i systemet.

d) (2 p) Antag att samma system simuleras med Monte Carlo-teknik och att man slumpat fram värdet 7 000 MW för den totala lasten. Vad är slumptalskomplementet till detta slumptal?

e) (4 p) För att ta hänsyn till förlusterna i transmissionnätet har man genomfört en Monte Carlo-simulering av systemet. För att uppnå ett så bra resultat som möjligt har man använt kontrollvariabelmetoden. Den detaljerade modellen tar hänsyn till förlusterna. I den förenklade modellen har man försummat elnätet, vilket innebär att man använt samma modell som i en stokastisk produktionskostnadssimulering. Resultaten visas i tabell 4. Vilka skattning av $ETOC$ och $LOLP$ får man?

Tabell 4 Resultat från Monte Carlo-simulering av elmarknaden i uppgift 5e.

Antal scenarier, n	Resultat från detaljerad modell		Resultat från förenklad modell	
	$\sum_{i=1}^n toc_i$	$\sum_{i=1}^n lolo_i$	$\sum_{i=1}^n \tilde{toc}_i$	$\sum_{i=1}^n \tilde{lolo}_i$
10 000	975 000	41	745 000	35

DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

Uppgift 6 (10 p)

Rikes energimyndighet har ställt upp ett framtidsscenario för elmarknaden år 2020. Energimyndighetens modell bygger på antagandet att det råder perfekt konkurrens på elmarknaden i Rike, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Energimyndigheten antar också att elförbrukningen i Rike år 2020 är 160 TWh/år och att produktionskapaciteten består av 66 TWh/år vattenkraft (rörlig kostnad 1 € /MWh), 60 TWh kärnkraft (rörlig kostnad 10 € /MWh) samt 40 TWh/år fossila bränslen (den rörliga kostnaden kan antas vara linjär i intervallet 30–70 € /MWh, d.v.s. då produktionen är noll är priset 30 € /MWh och vid maximal produktion är priset 70 € /MWh).

Syftet med detta framtidsscenario är att studera hur elmarknaden påverkas om man väljer att satsa på att bygga nya kärnkraftverk eller på en storskalig utbyggnad av vindkraften. För att underlätta det senare alternativet har det föreslagits att man i Rike ska införa ett system med gröna certifikat. För varje MWh som produceras i de nybyggda vindkraftverken erhåller ägaren ett grönt certifikat. Konsumenterna åläggs sedan att köpa certifikat motsvarande 10% av deras elkonsumtion, vilket alltså innebär att en konsument med en årlig förbrukning på 100 MWh måste köpa 10 gröna certifikat per år. Energimyndigheten bedömer att priset på de gröna certifikaten skulle bli 20 € per certifikat.

a) (4 p) Antag att ett nytt kärnkraftverk kan producera 7 TWh/år och att de rörliga kostnaderna uppgår till 10 € /MWh medan de fasta kostnaderna är 280 M € per kraftverk och år. Ju fler kärnkraftverk som byggs i Rike desto lägre kommer elpriset att bli. Om alltför många nya kärnkraftverk byggs kommer elpriset att bli så lågt att intäkterna från såld el inte är tillräckliga för att täcka kostnaderna i de nybyggda verken. Hur många nya kärnkraftverk kan byggas i Rike utan att de nybyggda kärnkraftverken blir olönsamma?

b) (4 p) Antag att ett en ny vindkraftpark kan producera 1 TWh/år och att de rörliga kostnaderna uppgår till 1 € /MWh medan de fasta kostnaderna är 67 M € per vindkraftpark och år. Ju fler vindkraftparker som byggs i Rike desto lägre kommer elpriset att bli. Om alltför många nya vindkraftparker byggs kommer elpriset att bli så lågt att intäkterna från såld el och sålda certifikat inte är tillräckliga för att täcka kostnaderna i de nybyggda verken. Hur många nya vindkraftparker kan byggas i Rike utan att de nybyggda vindkraftparkerna blir olönsamma?

c) (2 p) Vilket av alternativen ovan ger lägst total kostnad för konsumenterna på elmarknaden i Rike?

Uppgift 7 (10 p)

Elsystemet i Rike är uppdelat i två delar. I den norra delen av systemet finns stora mängder vattenkraft, men huvuddelen av lasten ligger i den södra delen. Mellan de två områdena finns ett flertal parallella växelströmsledningar. Det maximala flödet på dessa ledningar är 7 000 MW – om man överskrider denna gräns blir elsystemet instabilt och man riskerar omfattande strömavbrott i hela eller delar av elsystemet. För att undvika detta tillåter man vid nominell frekvens ett sammanlagt flöde som är lägre än 7 000 MW, medan den resterande kapaciteten är reserverad för de effektflöden som uppstår som en följd av primärregleringen. Riksnät, som är systemoperatör i Rike, skall senast kl 8:00 meddela elmarknadens aktörer vilken överföring som kan tillåtas från norra till södra delen av systemet för varje timme nästföljande dag. Ett problem för Riksnät är emellertid att de inte vet exakt vilken reglerstyrka som kommer att finnas tillgänglig nästa dag.

För en viss timme räknar Riksnät med att reglerstyrkan i norra delen av Rike kommer att ligga mellan 2 000 MW/Hz och 3 000 MW/Hz och att reglerstyrkan i södra delen av landet ligger mellan 1 000 MW/Hz och 1 250 MW/Hz. Hur mycket överföringskapacitet måste reserveras för primärregleringen om man ska vara säker på att systemet klarar ett bortfall på 1 200 MW i södra Rike utan att man överbelastar ledningarna mellan norra och södra Rike?

Uppgift 8 (20 p)

AB Verket äger ett kraftvärmeverk. Kraftverket består av tre pannor där man förbränner biobränsle och genererar ånga. Ångan leds sedan till tre mottrycksturbiner som driver varsin elgenerator. Ångan leds därefter till kondensatorer, som leverar värme till fjärrvärmenätet. I kraftverket finns även en elpanna d.v.s. man har möjlighet att använda el för att generera värme till fjärrvärmenätet. Vid maximal belastning drar elpannan 25 MW. Verkningsgraden i elpannan är 99%. Slutligen finns även en ackumulatortank, där man kan lagra värmeenergi (i form av 98 °C varmt vatten). Den maximala lagringskapaciteten är 800 MWh värme. För en korttidsplanering är värmeförlusterna i ackumulatortanken försumbara och man kan anta att det inte finns några begränsningar i hur fort tanken kan fyllas respektive tömmas.

a) (12 p) I mottrycksturbinerna är förhållandet mellan elproduktion och värmeproduktion konstant, d.v.s. för varje MW el som produceras får man ut ett bestämt antal MW värme. Förhållandet mellan elproduktionen och värmeproduktionen samt övriga data för turbinerna framgår av tabell 5. Notera att produktionskostnaden anges per MWh el – värmeproduktionen får man så att säga på köpet. Den el som produceras i kraftvärmeverket säljs på elbörsen ElKräng. Man kan anta att bolaget kan köpa och sälja så mycket man önskar till de priser som anges i tabell 6. Värmelasten beror framför allt av utomhustemperaturen. En prognos för värmebehovet återfinns i tabell 6.

AB Verket önskar köra kraftverket så att man maximerar intäkterna från såld el minus produktionskostnaderna, samtidigt som man varje timme leverar tillräckligt med värmeenergi till fjärrvärmenätet. Formulera bolagets planeringsproblem för nästa dag som ett LP-problem. Ackumulatortanken innehåller 700 MWh vid planeringsperiodens början och ska innehålla minst lika mycket vid planeringsperiodens slut. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 7 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

Tabell 5 Data för AB Verkets kraftvärmeverk.

	Mottrycks- turbin 1	Mottrycks- turbin 2	Mottrycks- turbin 3
Maximal elproduktion [MW]	30	40	25
Värmeproduktion per MW elproduktion [MW]	2,3	2,6	2,4
Driftkostnad [SEK/MWh elproduktion]	390	390	390

Tabell 6 Prognoser för nästa dag.

Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Elpris [SEK/MWh]	395	385	380	375	380	400	480	440	455	450	440	430
Värmelast [MWh]	180	180	180	180	180	180	160	160	160	140	140	140
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Elpris [SEK/MWh]	425	420	415	410	410	425	450	430	405	405	395	390
Värmelast [MWh]	150	160	170	180	190	200	200	200	200	200	210	210

Tabell 7 Beteckningar till AB Verkets planeringsproblem.

Beteckning	Förklaring	Värde
\bar{H}	Maximal elförbrukning i elpannan	25
η_H	Verkningsgrad i elpannan	0,99
\bar{M}	Maximalt värmeinnehåll i ackumulatortanken	800
M_0	Startinnehåll i ackumulatortanken	700
\underline{M}_{24}	Minsta tillåtna värmeinnehåll i ackumulatortanken vid planeringsperiodens slut	700
\bar{G}_g	Maximal elproduktion i turbin g	Se tabell 5
c_g	Erhållen värme i förhållande till elproduktionen i turbin g	Se tabell 5
β_{Gg}	Rörlig produktionskostnad i turbin g	Se tabell 5
λ_t	Elpris timme t	Se tabell 6
D_t	Värmelast timme t	Se tabell 6

b) (8 p) Antag att man i turbin 3 har möjlighet att i stället för att leverera värme till fjärrvärmenätet kan välja att kyla ångan med vatten från Ån. I detta driftläge ökar den maximala elproduktionen i turbin 3 till 30 MW. Hur måste planeringsproblemet från a-uppgiften formuleras om för att ta hänsyn till möjligheten att välja mellan kraftvärmedrift och kondenskraftdrift i turbin 3? Glöm inte att definiera alla nya variabler och parametrar som du inför!

Tips: Inför en heltalsvariabel som anger driftläget för turbin 3.

Uppgift 9 (20 p)

Den sydamerikanska byn Pueblo är inte ansluten till det nationella nätet, utan har ett eget lokalt nät. Lasten i Pueblo är normalfördelad med medelvärdet 180 kW och standardavvikelsen 40 kW. Systemet försörjs av tre kraftverk: ett vattenkraftverk och två dieselgeneratorer. Vattenkraftverket är ett strömkraftverk (d.v.s. det finns inget vattenmagasin) och har en installerad effekt på 150 kW. Det minsta uppmätta flödet i floden där vattenkraftverket ligger är tillräckligt stort för att det ska kunna köras på full effekt. Driftkostnaden i vattenkraftverket är försumbar. De två dieselgeneratorerna är på 100 respektive 50 kW. Den större dieselgeneratoren har en driftkostnad på 1 $\text{¤}/\text{kWh}$. Vid låg belastning är dock verkningsgraden mycket låg i denna generator, så därför kör man den aldrig på mindre än 40 kW. Om det behövs kan man koppla in en varmvattenberedare som förbrukar eventuell överskottsproduktion. Den mindre dieselgeneratoren har en driftkostnad på 2 $\text{¤}/\text{kWh}$. Vattenkraftverket är 100% tillförlitligt medan den större dieselgeneratoren har en tillgänglighet på 90% och den mindre dieselgeneratoren har en tillgänglighet på 80%.

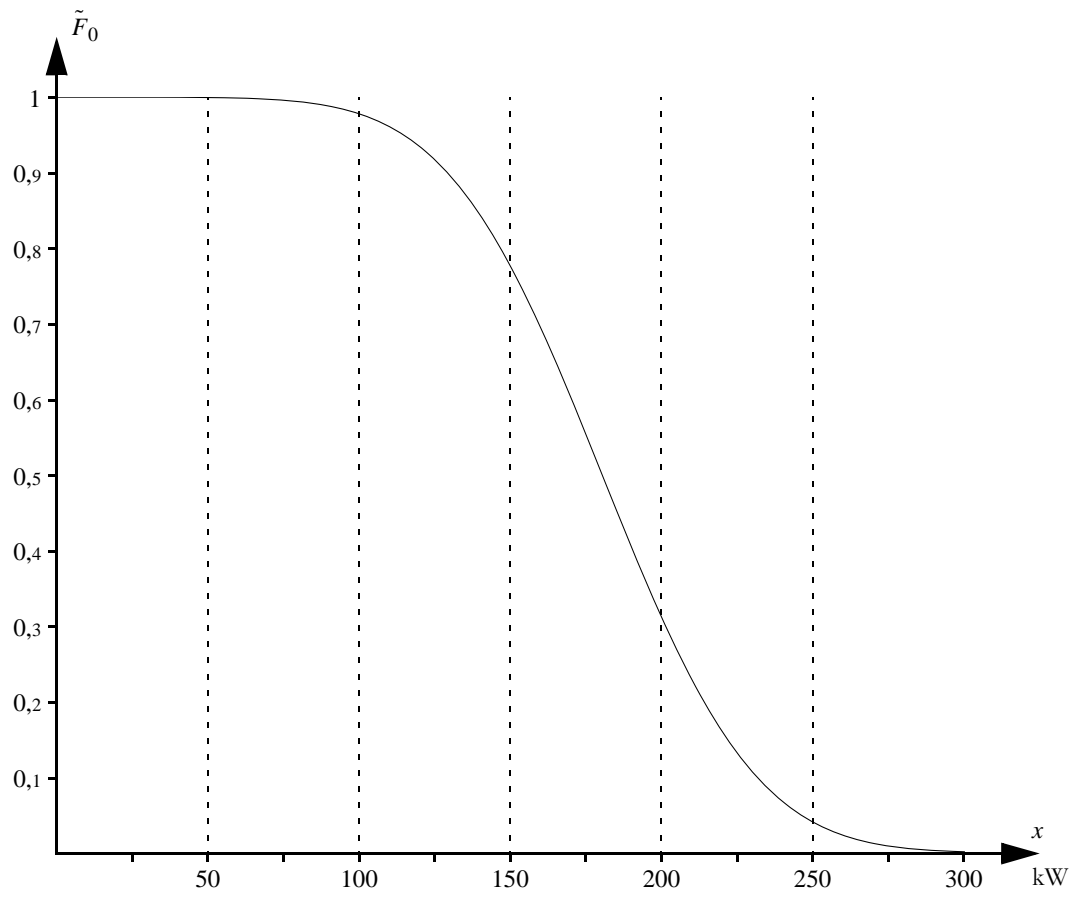
a) (1 p) För att kunna simulera elmarknaden i Pueblo med stokastisk produktionskostnadssimulering måste man bortse från en av de egenskaper hos kraftverken som räknats upp ovan. Förklara vilken egenskap det är man måste försumma och varför.

b) (2 p) Figuren på nästa sida visar lastens varaktighetskurva. Tag fram en approximation av denna varaktighetskurva. Approximationen ska bestå av segment med en bredd på 50 kW, så att $\tilde{F}_0(x)$ är konstant för intervallen $x \in [0, 50)$, $x \in [50, 100)$, o.s.v. För att få full poäng krävs att du din approximation inte leder till grova över- eller underskattningar av *ETOC* eller *LOLP* då den används i en stokastisk produktionskostnadssimulering.

Tips: I praktiken innebär uppgiften att du ska ta fram en lämplig ”trappstegskurva” för att approximera $\tilde{F}_0(x)$.

c) (7 p) Använd den approximativa varaktighetkurvan för lasten till att beräkna systemets *ETOC* och *LOLP* med hjälp av stokastisk produktionskostnadssimulering.

d) (10 p) Antag att man i stället önskar simulera systemet med Monte Carlo-simulering. För att få en så god noggrannhet som möjligt avser man att använda kontrollvariabler och stratifierad sampling. Föreslå ett stratumträd för denna simulering. Stratumträdet ska vara så utformat att det skiljer sådana scenarier där den detaljerade och den förenklade modellen ger samma resultat från de scenarier där man får olika resultat från de två modellerna. Ange även för vilka stratum som väntevärdena kan beräknas teoretiskt. Glöm inte att motivera ditt svar!





KTH Elektro-
och systemteknik

Svarsblad till del I

Namn:

Personnummer:

Uppgift 1

a) Alternativ är korrekt.

b) Alternativ är korrekt.

Uppgift 2

a) TWh/år b) α /MWh

c) M α /år

Uppgift 3

a) Alternativ är korrekt.

b) MW c) MW

Uppgift 4

a) Parametrar:

Optimeringsvariabler:

b)

c) timmar.

d) Alternativ är korrekt.

Uppgift 5

a) MWh/h b) α /h

c) % d) MW

e) *ETOC* α /h *LOLP* %

Uppgift 1

- a) 3, b) 5.

Uppgift 2

- a) Vid elpriset 250 $\text{€}/\text{MWh}$ utnyttjas 150/200 = 75% av bibränslepotentialen, vilket ger en årlig produktion på 15 TWWh/år.
 b) Antag att elpriset, λ , ligger i intervallet 200 till 300 $\text{€}/\text{MWh}$. Vattenkraft och kärnkraft producerar 120 TWWh och därmed måste de andra två kraftslagen tillsammans producera 22 TWWh. Bidraget från bibränsle plus kolkondens kan skrivas

$$\frac{\lambda - 100}{300 - 100} \cdot 20 + \frac{\lambda - 200}{400 - 200} \cdot 10.$$

Sätter man detta uttryck lika med 22 och löser ekvationen får man elpriset $\lambda = 280 \text{ €}/\text{MWh}$.

- c) Intäkterna för Strålinge uppgår till 10 TWWh/år \cdot 320 $\text{€}/\text{MWh} = 3\,200 \text{ M€}/\text{år}$. Från intäkterna subtraherar vi den totala rörliga produktionskostnaden (10 TWWh/år \cdot 100 $\text{€}/\text{MWh} = 1\,000 \text{ M€}/\text{år}$) och de fasta kostnaderna, vilket ger en vinst på 200 M€/år.

Uppgift 3

- a) 4.
 b) Sambandet mellan frekvens och elproduktion ger att kraftverket skulle producera $G = G_0 - R(f - f_0) = 50 - 100(50,14 - 50) = 36 \text{ MW}$.

- vilket inte är lägre än lägsta tillåtna produktionen. Kraftverket kommer i stället att producera så lite som möjligt, d.v.s. 40 MW.
 c) Eftersom reglerstyrkan i område A är 2 000/3 000 = 40% av den totala reglerstyrkan kommer 40% av bortfallet (d.v.s. 80 MW) täckas av ökad produktion i område A. Denna produktionsökning måste exporteras till område B. Därmed ökar överföringen till 580 MW, vilket inte kommer att överbelasta transmissionsförbindelsen.

Uppgift 4

- a) Parametrar: C^+ , γ , D_p , λ_{25} och $U_{i,t}$. Optimeringsvariabler: G_i och $Q_{i,j}, r$
 $i = 1, j = 1$
 b) $\sum_{i=1}^3 U_{i,t} Q_{i,t} + G_t = D_t$
 c) Laddningen vid installerad effekt ges av sambandet $Q = H/\lambda(Q) = 100/0,8 = 125 \text{ TE}$. Eftersom magasinet rymmer 5 400 000/3 600 = 1 500 TE så räcker ett fullt magasin till 12 timmars maximal produktion.
 d) 5.

Uppgift 5

- a) $EENS_0 = E[D] = 8\,000 \text{ MWh}/\text{h}$.
 b) I det här fallet är $\tilde{F}_0(x) = \tilde{F}_1(x)$, eftersom vattenkraftverken är 100% tillgängliga. Den förväntade elproduktionen i det termiska kraftverket beräknas därmed enligt

$$EG_2 = EENS_1 - EENS_2 = \int_{10\,000}^{\infty} \tilde{F}_1(x) dx - \int_{11\,000}^{\infty} \tilde{F}_2(x) dx = 8,5 - 1,2 = 7,3 \text{ MWh}/\text{h}.$$

Således blir den förväntade driftkostnaden $ETOC = 10EG_2 = 73 \text{ €}/\text{h}$.

- c) $LOLP = \tilde{F}_2(11\,000) + 0,1 \tilde{F}_1(11\,000 - 1\,000) = 0,9 \cdot 0,001 + 0,1 \cdot 0,023 = 0,0032 = 0,32\%$.

- d) Normalfördelningen är symmetrisk vilket betyder att om $D = \mu + X$ så är $D^* = \mu - X$. I det här fallet måste slumpalskomplementet därmed vara 9 000 MW.

$$\begin{aligned} \text{e) } m_{TOC} &= m_{TOC} - TOC + \mu TOC = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n TOC_i - \sum_{i=1}^n \tilde{TOC}_i \right) + 73 = \\ &= \frac{1}{10\,000} (975\,000 - 745\,000) + 73 = 96 \text{ €}/\text{h}. \\ m_{LOLO} &= m_{LOLO} - LOLO + \mu LOLO = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n LOLO_i - \sum_{i=1}^n \tilde{LOLO}_i \right) + 0,0032 = \\ &= \frac{1}{10\,000} (41 - 35) + 0,0032 = 0,0038 = 0,38\%. \end{aligned}$$

Uppgift 6

- a) Vi börjar med att konstatera att utan investeringar i nya kraftverk kommer elpriset i Rike enligt denna modell att bli 64 $\text{€}/\text{MWh}$ (i och med att man måste utnyttja 34 TWWh fossila bränslen) och att för varje TWWh elproduktion med lägre rörlig marginalkostnad som tillförs kommer elpriset att sjunka med 1 $\text{€}/\text{MWh}$.

Vilket är då det lägsta elpris man kan ha om ett nybyggt kärnkraftverk ska vara lönsamt? De fasta kostnaderna plus de rörliga kostnaderna vid maximal produktion uppgår till $280 + 10 \cdot 7 = 350 \text{ M€}/\text{år}$. För att man ska få in minst så mycket måste elpriset vara $350/7 = 50 \text{ €}/\text{MWh}$. Systemet kan alltså tillföras 14 TWWh kärnkraft per år – vilket motsvarar två reaktorer – utan att de nybyggda kraftverken blir olönsamma.

- b) De fasta kostnaderna plus de rörliga kostnaderna vid maximal produktion i en vindkraftpark uppgår till $67 + 1 = 68 \text{ M€}/\text{år}$. Dessa kostnader ska täckas av intäkterna från såld el plus intäkterna från de gröna certifikaten. Den senare intäkten är $20 \text{ €}/\text{certifikat} \cdot 1\,000\,000 \text{ certifikat}/\text{år} = 20\,000 \text{ M€}/\text{år}$. Det krävs således ett elpris på minst $68 - 20 = 48 \text{ €}/\text{MWh}$ för att vindkraften inte ska bli olönsam. Detta innebär att det är möjligt att tillföra systemet 16 TWWh vindkraft. Notera att vi då även har balans mellan utbud och efterfrågan på de gröna certifikaten, eftersom konsumenterna måste köpa certifikat motsvarande $0,1 \cdot 160 = 16 \text{ TWWh}$.

- c) Om man bygger ut kärnkraften blir den totala kostnaden för konsumenterna helt enkelt elpriset gånger den totala konsumtionen, d.v.s. $50 \cdot 160 = 8\,000 \text{ M€}/\text{år}$. Om man bygger ut vindkraften blir den totala kostnaden för konsumenterna lika med kostnaderna för att köpa el plus kostnaden

för att köpa certifikat, d.v.s. $48 \cdot 160 + 20 \cdot 16 = 8\,000$ MWh/år. Bägge alternativen är med andra ord likvärdiga ur konsumenternas synvinkel (i alla fall om man gör en krass ekonomisk bedömning).

Uppgift 7

Om ett fel inträffar i södra Rike kommer en del av produktionen i södra Rike att ersättas med import från den norra delen av landet, d.v.s. flödet från norra till södra Rike ökar. Det är den största tänkbara ökningen som bestäms hur mycket överföringskapacitet som måste avsättas för primärregleringen. Ju större andel av reglerstyrkan som ligger i norra Rike, desto större blir flödesökningen. Det värsta fallet är således om man har reglerstyrkan $3\,000$ MW/Hz i norra Rike och $1\,000$ MW/Hz i södra Rike; produktionsökningen i norra delen av landet blir då $3\,000/4\,000 - 1/200 = 900$ MW vid ett bortfall på $1\,200$ MW i södra Rike. Alltså måste 900 MW av överföringskapaciteten reserveras för primärregleringen.

Uppgift 8

a) Problemet vi vill lösa är

- maximera $\text{värdet av såld el} - \text{produktionskostnad i turbinerna}$
- $- \text{produktionskostnad i elpannan}$
- med hänsyn till $\text{lastbalans för fjärrvärmem,}$
- $\text{energiebalans för ackumulatortanken,}$
- $\text{begränsningar i produktionskapacitet, m.m.}$

Inmatning respektive uttag från ackumulatortanken kan hanteras på olika sätt. En variant är att ha separata variabler för inmatning respektive uttag. I den här lösningen har vi i stället valt att betrakta uttag som negativ inmatning.

Parametrar

Parametrarna är definierade i tabell 7 i uppgiftslydselsen.

Optimeringsvariabler

- $G_{g,t}$ = elproduktion i turbin g under timme t , $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$,
- H_t = elförbrukning i elpannan timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- M_t = värmeinnehåll i ackumulatortanken vid slutet av timme t , $t = 1, \dots, 24$,
- A_t = värmeinmatning till ackumulatortanken under timme t , $t = 1, \dots, 24$.

Målfunktion

$$\text{maximera} \sum_{t=1}^{24} \sum_{g=1}^3 (\lambda_t - \beta_{Gg}) G_{g,t} - \lambda_t H_t.$$

Bivillkor

Lastbalans för fjärrvärmem:

$$\sum_{g=1}^2 c_g G_{g,t} + \eta_H H_t = D_t + A_t, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Energiebalans för ackumulatortanken:

$$M_t = M_{t-1} + A_t, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Variabelgränser

$$0 \leq G_{g,t} \leq \bar{G}_g, \quad g = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq H_t \leq \bar{H}, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq M_t \leq \bar{M}, \quad t = 1, \dots, 23,$$

$$M_{24} \leq M_{24} \leq \bar{M}.$$

b) Ett enkelt sätt att modellera de två driftlägena för turbin 3 är att införa två olika turbinmodeller och sedan använda en binär variabel för att välja vilken modell som ska användas under en viss timme. Låt indexet $g = 3$ motsvara turbin 3 vid kraftvärmedrift (d.v.s. c_3 och \bar{G}_3 är desamma som i a-uppgiften) och låt indexet $g = 4$ motsvara turbin 3 vid kondenskraftdrift. Inför följande nya variabler:

$$G_{4,t} = \text{elproduktion under timme } t \text{ i turbin 3 vid kondenskraftdrift, } t = 1, \dots, 24,$$

$$u_{3,t} = \text{driftstatus för turbin 3 (1 vid kraftvärmedrift, 0 vid kondenskraftdrift),}$$

$$t = 1, \dots, 24.$$

Inför följande nya parametrar:

$$\bar{G}_4 = \text{maximal elproduktion i turbin 3 vid kondenskraftdrift} = 30,$$

$$\beta_{G4} = \text{rörlig produktionskostnad i turbin 3 vid kondenskraftdrift} = 390.$$

Målfunktionen måste modifieras så att produktionskostnaderna i turbin 3 vid kondenskraftdrift ingår:

$$\text{maximera} \sum_{t=1}^{24} \left(\sum_{g=1}^4 (\lambda_t - \beta_{Gg}) G_{g,t} - \lambda_t H_t \right).$$

Lastbalansen för fjärrvärmem och energiebalansen för ackumulatortanken påverkas inte eftersom turbin 3 inte producerar någon värme vid kondenskraftdrift. Däremot måste vi införa nya bivillkor för att reglera sambandet mellan driftstatus i turbin 3 och maximal elproduktion:

$$G_{3,t} \leq u_{3,t} \bar{G}_{3,t}, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$G_{4,t} \leq (1 - u_{3,t}) \bar{G}_{3,t}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Slutligen måste vi införa en undre gräns för elproduktionen i turbin 3 vid kondenskraftdrift samt ange att driftstatus i turbin 3 är en binär variabel:

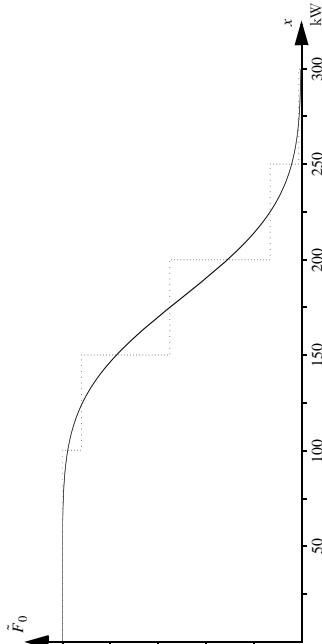
$$0 \leq G_{4,t} \leq 1, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$u_{3,t} \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Uppgift 9

a) I en stokastisk produktionskostnadsmodell antas att kraftverken körs strikt efter stigande rörlig produktionskostnad och att den lägsta produktionen i varje kraftverk är noll. Således är man i en stokastisk produktionskostnadsmodell tvungen att bortse från den undre gränsen för elproduktionen i den stora dieselgeneratorn.

b) Det viktiga då man approximerar lastens varaktighetskurva är att ytan under varaktighetskurva (som motsvarar lastens väntevärde) inte ändras alltför mycket. En tänkbar approximation visas i figuren nedan:



Med denna approximation får man följande varaktighetskurva för lasten:

$$\tilde{F}_0(x) = \begin{cases} 1 & x < 100, \\ 0,92 & 100 \leq x < 150, \\ 0,55 & 150 \leq x < 200, \\ 0,13 & 200 \leq x < 250, \\ 0,01 & 250 \leq x < 300, \\ 0 & 300 \leq x. \end{cases}$$

c) Eftersom vattenkraftverket har lägst driftkostnad börjar vi med att lägga in det:

$$\tilde{F}_1(x) = 1 \cdot \tilde{F}_0(x) + 0 \cdot \tilde{F}_0(x - 150) = \tilde{F}_0(x).$$

Därefter lägger vi in den större dieselgeneratoren.

$$\tilde{F}_2(x) = 0,9\tilde{F}_1(x) + 0,1\tilde{F}_1(x - 100) = \begin{cases} 0,9 \cdot 1 + 0,1 \cdot 1 = 1 & x < 100, \\ 0,9 \cdot 0,92 + 0,1 \cdot 1 = 0,928 & 100 \leq x < 150, \\ 0,9 \cdot 0,55 + 0,1 \cdot 1 = 0,595 & 150 \leq x < 200, \\ 0,9 \cdot 0,13 + 0,1 \cdot 0,92 = 0,209 & 200 \leq x < 250, \\ 0,9 \cdot 0,01 + 0,1 \cdot 0,55 = 0,064 & 250 \leq x < 300, \\ 0 + 0,1 \cdot 0,13 = 0,013 & 300 \leq x < 350, \\ 0 + 0,1 \cdot 0,01 = 0,001 & 350 \leq x < 400, \\ 0 & 400 \leq x. \end{cases}$$

Den förväntade elproduktionen i den större dieselgeneratoren kan nu beräknas enligt

$$\begin{aligned} EG_2 &= EENS_1 - EENS_2 = \int_{150}^{\infty} \tilde{F}_1(x) dx - \int_{150}^{\infty} \tilde{F}_2(x) dx = \\ &= 50(0,55 + 0,13 + 0,01) - 50(0,064 + 0,013 + 0,001) = 32,0 \text{ kWh/h.} \end{aligned}$$

Den förväntade elproduktionen i den mindre dieselgeneratoren kan beräknas enligt

$$\begin{aligned} EG_3 &= 0,8 \int_{300}^{\infty} \tilde{F}_2(x) dx = 0,8 \cdot 50 \cdot 0,064 = 2,56 \text{ kWh/h.} \end{aligned}$$

Den förväntade driftkostnaden blir således $ETOC = 1 \cdot EG_2 + 2 \cdot EG_3 = 37,12$ p/h . Risken för effektbrist ges av

$$LOLP = \tilde{F}_3(300) = 0,8\tilde{F}_2(300) + 0,2\tilde{F}_2(300 - 50) = 0,8 \cdot 0,013 + 0,2 \cdot 0,064 = 2,32\%.$$

d) Till att börja med kan man konstatera att bägge modellerna alltid kommer att ge samma värde på $LOLO$. När det gäller TOC skiljer sig den detaljerade och den förenklade modellen endast åt i sådana scenarier där det är bättre att köra den mindre dieselgeneratoren i stället för att använda den större eller då man kopplar in varmvattenberedaren för att slippa köra den större generatoren på delast. Dessa scenarier kan man ringa in genom att använda ett stratutråd med tillgänglig produktionskapacitet på nivån närmast roten och last på den nedersta nivån. Ett lämpligt stratutråd redovisas i tabellen nedan.

Stratum, h	Tillgänglig kapacitet i dieselgeneratorerna		Last, D [kW]	Skillnad i resultat från detaljerad respektive förenklad modell	
	\bar{G}_2 [kW]	\bar{G}_3 [kW]		$TOCD$ [p/h]	$LOLD$
1	0	0	> 0	0	0
2	100	0	0-150	0	0
3	100	0	150-190	> 0	0
4	100	0	> 190	0	0
5	0	50	> 0	0	0
6	100	50	0-150	0	0
7	100	50	150-190	> 0	0
8	100	50	> 190	0	0