



**KTH Elektro-
och systemteknik**

Tentamen i EG2050/2C1118 Systemplanering, 5 juni 2008, 8:00–13:00, V34

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (1 p) Vilken eller vilka aktörer har ansvaret för att den fysiska balansen mellan produktion och konsumtion upprätthålls i varje ögonblick?

1. Varje enskild producent respektive konsument.
2. De balansansvariga aktörerna.
3. Systemoperatören.

b) (1 p) Med förhandshandeln avser vi all handel som sker före själva leveranstimmen (eller någon annan handelsperiod). Vilket av följande typer av kontrakt kan handlas på en förhandsmarknad?

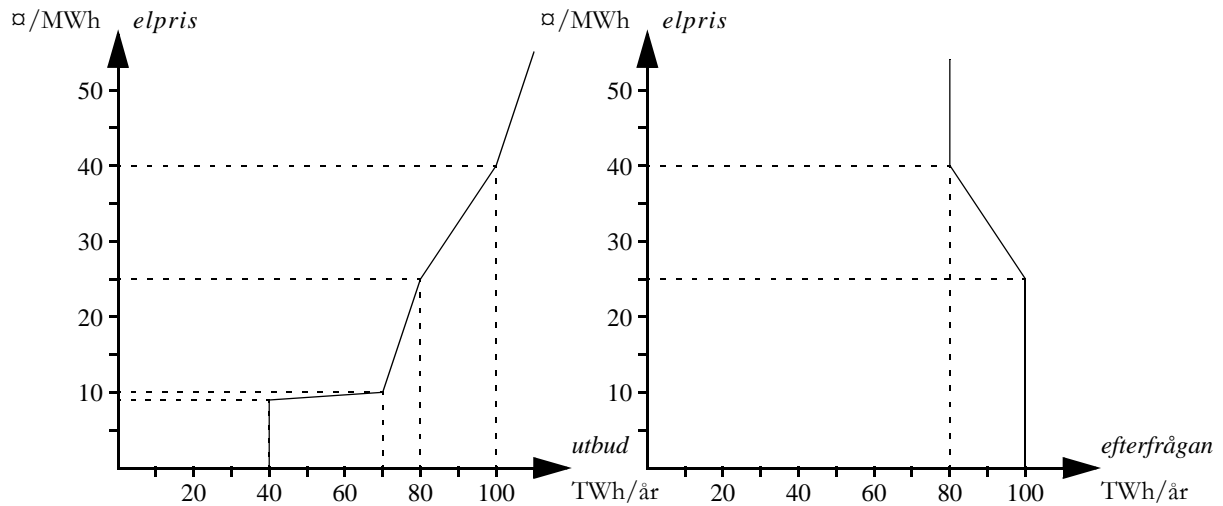
1. Balanskraft, d.v.s. då en balansansvarig aktör säljer ett eventuellt överskott i sin balans till systemoperatören, eller då en balansansvarig aktör köper av systemoperatören för att täcka ett eventuellt underskott i sin balans.
2. Fastkraft, d.v.s. då en säljaren förbinder sig att leverera en viss mängd energi i varje handelsperiod under kontraktets giltighetstid.
3. Reglerkraft, d.v.s. då en aktör på begäran av systemoperatören tillför systemet mer effekt (uppreglning) eller då en aktör på begäran av systemoperatören tar ut mer effekt från systemet (nedreglering).

c) (2 p) Berakta ett balansansvarigt bolag som under en viss timme producerat 876 MWh, sålt 400 MWh till elbörsen, sålt 458 MWh till kunder med självbetjäningkontrakt och sålt 20 MWh reglerkraft till systemoperatören. Hur stor är detta bolags obalans för denna timme?

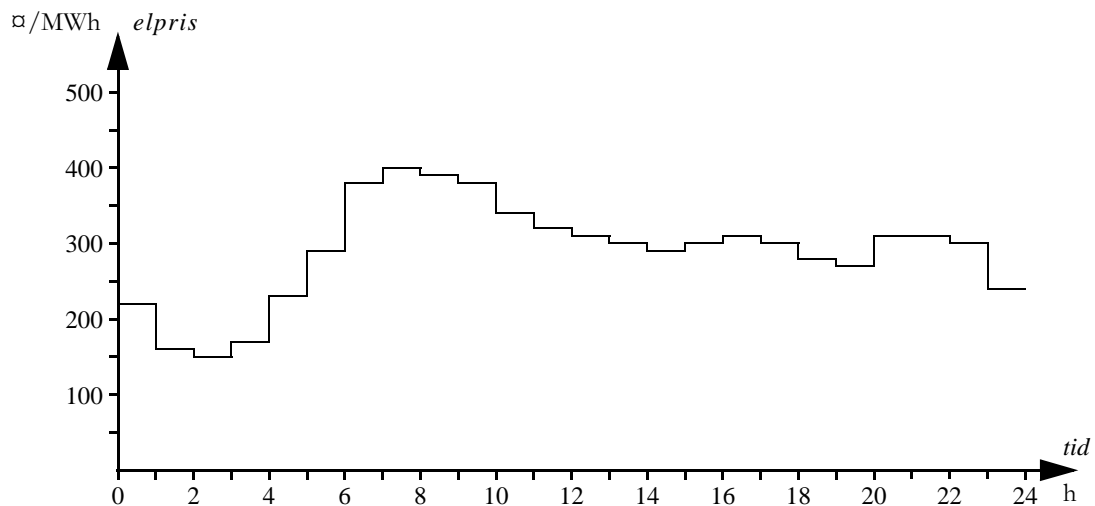
1. 0 MWh.
2. 2 MWh.
3. 18 MWh.
4. 22 MWh.
5. Inget av ovanstående alternativ är korrekt.

Uppgift 2 (6 p)

a) (3 p) Figurerna nedan visar utbuds- respektive efterfrågekurvorna för en viss elmarknad. Vilket elpris får man om man antar att det råder perfekt konkurrens, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät-, magasin- eller effektbegränsningar?



b) (3 p) Figuren nedan visar elpriset på en viss elmarknad under ett dygn. Antag att det på denna elmarknad råder perfekt konkurrens, att alla aktörer har perfekt information och att det inte finns några nät- eller magasinbegränsningar. Hur mycket producerar ett kraftverk med driftkostnaden 200 SEK/MWh under detta dygn, om den installerade effekten i kraftverket är 100 MW?



Uppgift 3 (6 p)

Betrakta ett elsystem indelat i tre areor, som är förbundna med växelströmsledningar. Varje förbindelse är försedd med ett skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning automatiskt kopplar bort förbindelsen om flödet skulle överskrida den maximala kapaciteten. Data för transmissionsförbindelserna återfinns i tabell 1.

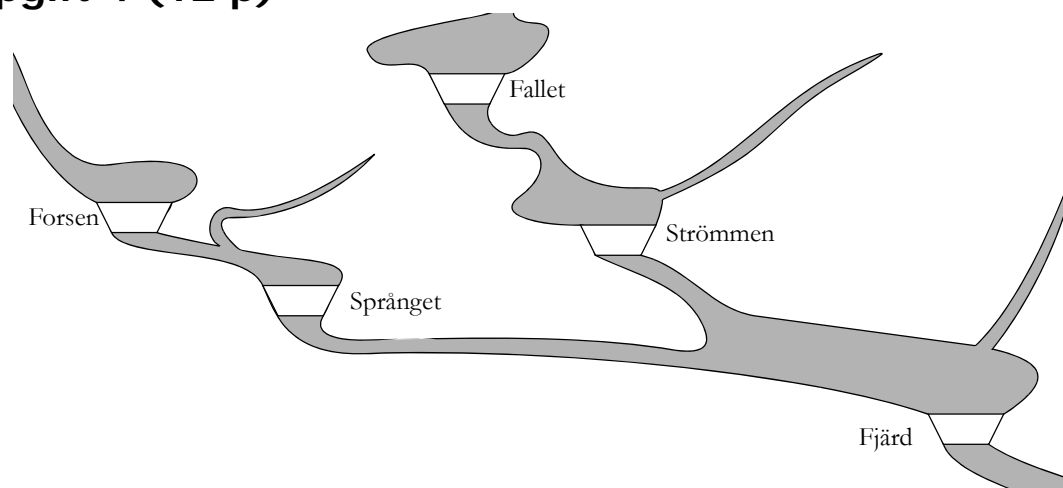
Klockan 8:00 är frekvensen i systemet 50,02 Hz och den totala reglerstyrkan i systemet är 4 000 MW/Hz och är tillgänglig i intervallet 50 ± 1 Hz. Strax därefter snabbstoppas ett kärnkraftverk (som ej deltar i primärregleringen) i area C, vilket leder till att man tappar 1 000 MW produktion. Primärregleringen kompenserar detta bortfall genom att öka produktionen med 250 MW i area A, 500 MW i area B och 250 MW i area C.

Tabell 1 Data för transmissionsförbindelserna i uppgift 3.

Förbindelse	Kapacitet [MW]	Överföring kl. 8:00
A ↔ B	1 000	300 MW från A till B
B ↔ C	2 000	100 MW från B till C

- a) (1 p) Hur stor är reglerstyrkan i area A?
- b) (1 p) Hur stor är reglerstyrkan i area B?
- c) (1 p) Hur stor är reglerstyrkan i area C?
- d) (3 p) Hur stor är transmissionen mellan area B och C efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion. (Svara 0 MW om förbindelsen kopplas bort p.g.a. överbelastning.)

Uppgift 4 (12 p)



- a) (4 p) Formulera det hydrologiska bivillkoret för Fjärd, timme t . Rinntiden mellan kraftverken kan försummas. Använd följande beteckningar:

Index för kraftverken: Forsen 1, Språnget 2, Fallet 3, Strömmen 4, Fjärd 5.

$M_{i,0}$ = innehåll i magasin i vid planeringsperiodens början, $i = 1, \dots, 5$,

$M_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme t , $i = 1, \dots, 5$, $t = 1, \dots, 24$,

$Q_{i,j,t}$ = tappning i kraftverk i , segment j , under timme t ,
 $i = 1, \dots, 5$, $j = 1, 2$, $t = 1, \dots, 24$.

$S_{i,t}$ = spill från magasin i under timme t , $i = 1, \dots, 5$, $t = 1, \dots, 24$,

$V_{i,t}$ = lokal tillrinning till magasin i under timme t , $i = 1, \dots, 5$, $t = 1, \dots, 24$.

b) (3 p) Vilka av beteckningarna i a-uppgiften representerar optimeringsvariabler respektive parametrar?

c) (1 p) I kraftverket Strömmen uppnås bästa verkningsgrad vid tappningen $100 \text{ m}^3/\text{s}$. Kraftverket producerar då 37 MW. Hur stor är kraftverkets maximala produktionsekvivalent?

d) (2 p) I följande fall är man tvungen att använda heltalsvariabler för att modellera elproduktionen i ett termiskt kraftverk: I) Då kraftverket har en startkostnad som anges i SEK/start, II) Då kraftverket har en stoppkostnad som anges i SEK/stopp, III) Då kraftverket har en lägsta möjliga produktionsnivå, \underline{G} , då kraftverket är i drift.

1. Inget av påståendena är sanna.
2. I och II är sanna men inte III.
3. I och III är sanna men inte II.
4. II och III är sanna men inte I.
5. Alla påståendena är sanna.

e) (2 p) Antag att man beslutat att ett termiskt kraftverk ej ska vara i drift under kortare tidsperioder än fyra timmar, d.v.s. om kraftverket startas 12:00 så får det inte tas ur drift före 16:00. Inför följande beteckningar:

s_t^+ = startvariabel för timme t (1 om kraftverket startar produktionen i början av timme t , annars 0),

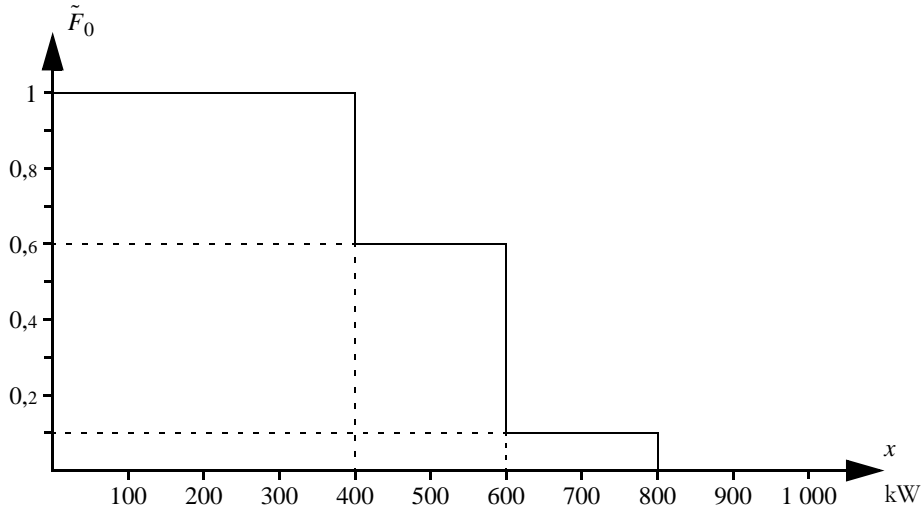
s_t^- = stoppvariabel för timme t (1 om kraftverket stoppar produktionen i början av timme t , annars 0).

Hur formuleras ett linjärt bivillkor som reglerar sambandet mellan s_t^+ , s_{t+1}^- , s_{t+2}^- och s_{t+3}^- ?

1. $s_t^+ - s_{t+1}^- - s_{t+2}^- - s_{t+3}^- = 0$.
2. $s_t^+ - s_{t+1}^- - s_{t+2}^- - s_{t+3}^- \geq 0$.
3. $s_t^+ - s_{t+1}^- - s_{t+2}^- - s_{t+3}^- = 1$.
4. $s_t^+ + s_{t+1}^- + s_{t+2}^- + s_{t+3}^- = 1$.
5. $s_t^+ + s_{t+1}^- + s_{t+2}^- + s_{t+3}^- \leq 1$.

Uppgift 5 (12 p)

Akabuga är en stad i Östafrika. Staden är inte ansluten till något nationellt elnät, men ett antal lokala affärsmän överväger att starta ett lokalt elbolag, Akabuga Electricity Company Ltd. (AECL). Ett av de alternativ som övervägs för AECL är att försörja systemet med ett vattenkraftverk och en dieselgenerator. Vattenkraftverket skulle bli ett strömkraftverk (d.v.s. utan magasin) med en installerad effekt på 600 kW. Vattenkraftverket kan antas vara 100% tillförlitligt och driftkostnaden är försumbar. Dieselgeneratorn skulle få en kapacitet på 150 kW, tillgänglighet 90% och driftkostnaden 0,5 $\text{¤}/\text{kWh}$.



a) (1 p) Figuren ovan visar en förenklad varaktighetskurva för lasten i Akabuga. Beräkna varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten inklusive bortfall i både vattenkraftverket och dieselgeneratorn, $\tilde{F}_2(x)$, för intervallet $750 \leq x < 800$.

b) (1 p) Beräkna varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten inklusive bortfall i både vattenkraftverket och dieselgeneratorn, $\tilde{F}_2(x)$, för intervallet $800 \leq x < 850$.

c) (1 p) Beräkna varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten inklusive bortfall i både vattenkraftverket och dieselgeneratorn, $\tilde{F}_2(x)$, för intervallet $850 \leq x < 900$.

d) (3 p) Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den förväntade elproduktionen per timme i dieselgeneratorn.

e) (3 p) Använd den inversa transformmetoden för att slumpa fram ett värde på den tillgängliga kapaciteten i dieselgeneratorn, \bar{G} . Utgå från slumptalet 0,04 från en $U(0,1)$ -fördelning. Beräkna även motsvarande slumptalskomplement, \bar{G}^* .

f) (3 p) Antag att elsystemet i Akabuga simuleras med stratifierad sampling. Man har valt att använda fem stratum, vars stratumvikter redovisas i tabell 2. Effektbrist uppstår aldrig i stratum 1, 2 eller 3. I stratum 4 uppstår effektbrist i 40% av studerade scenarierna. I stratum 5 uppstår effektbrist i samtliga scenarier. Vilken skattning av *LOLP* får man för detta system?

Tabell 2 Stratum i simuleringen av Akabuga.

Stratum, h	1	2	3	4	5
Stratumvikt, ω_h	0,7	0,03	0,2	0,02	0,05

DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

Uppgift 6 (10 p)

Elmarknaden i Republiken domineras av tre stora bolag. På elmarknaden verkar dessutom ett antal kommunala energiverk. Data för elproducenterna framgår av tabell 3 nedan. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset på den högsta nivån. Elförbrukningen är inte priskänslig och uppgår till 100 TWh/år.

Antag perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Vilka av de tre stora aktörerna på elmarknaden i Republiken skulle kunna tjäna på att minska elproduktionen i ett av de egna kärnkraftverken med 1 TWh/år?

Tabell 3 Data för elproducenterna i Republiken.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]				Rörlig kostnad [€/MWh]
	Allmänna elbolaget	Byarnas energi AB	Centrala Republikens elbolag	Diverse kommunala energiverk	
Vindkraft	2	1	1	1	0
Vattenkraft	25	15	5		0
Kärnkraft	20	10	10		100
Industriellt mottryck				5	80–120
Fossileldade kraftverk	5	5	10	5	180–580

Uppgift 7 (10 p)

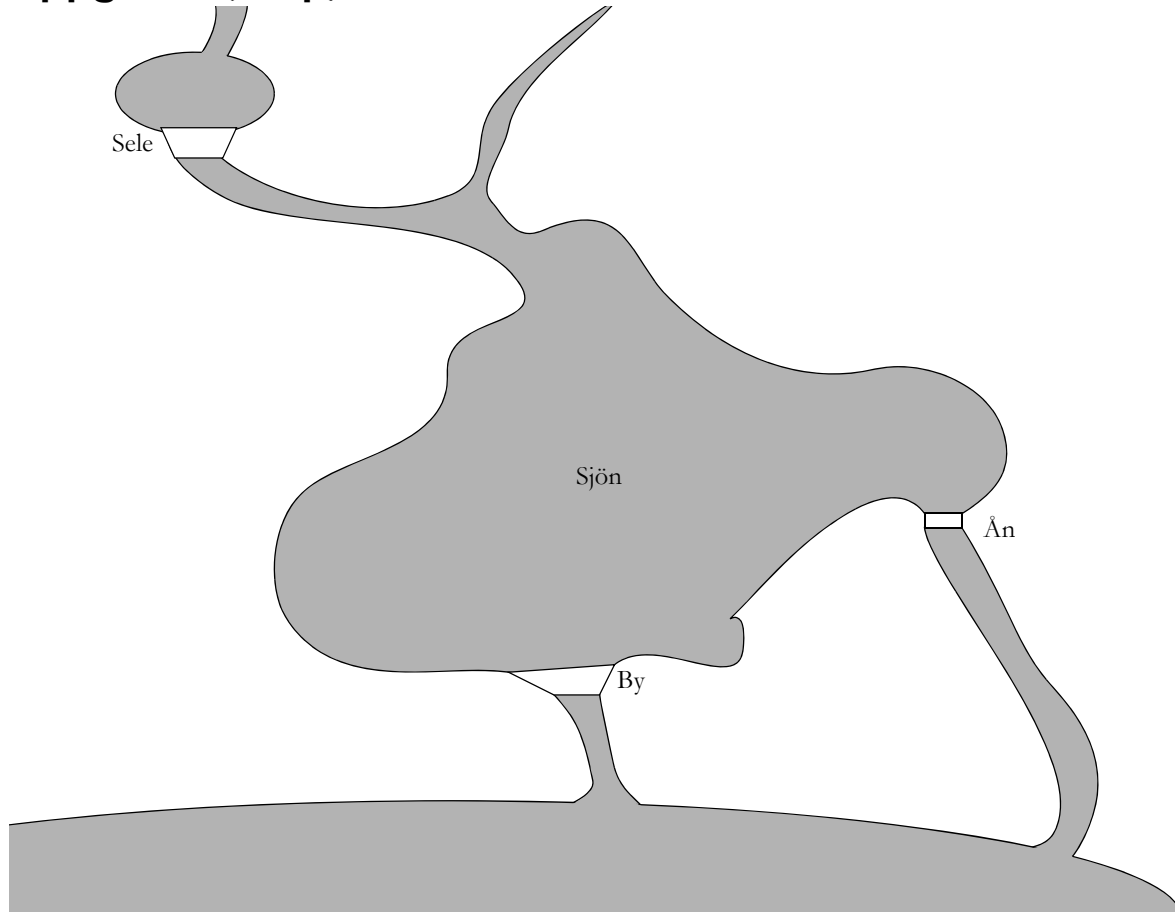
Grannländerna Rike och Maa har en gemensam elmarknad och de två systemoperatörerna, Riksnät och Maa Grid, är tillsammans ansvariga för frekvensregleringen på denna elmarknad. Systemoperatörerna har kommit överens om att Riksnät ska tillhandahålla en reglerstyrka på 2 500 MW/Hz i Rike och Maa Grid ska se till att reglerstyrkan i Maa är 1 500 MW/Hz. Reglerstyrkan ska vara tillgänglig i intervallet 49,5 till 50,5 Hz.

Rike och Maa är sammankopplade via ett antal parallella växelströmsförbindelser med en sammanlagd maximal kapacitet på 2 000 MW och en HVDC-ledning med en maximal kapacitet på 600 MW. Växelströmsförbindelserna är försedda med ett skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning automatiskt kopplar bort förbindelsen om flödet skulle överskrida den maximala kapaciteten. Effektflödet på HVDC-förbindelsen påverkas inte av frekvensen i systemet, utan styrs manuellt från Riksnäts kontrollrum.

Vid ett visst tillfälle har resultatet av elhandeln blivit en planerad produktion (d.v.s. den produktion som man får då frekvensen är exakt 50 Hz) på 19 000 MW i Rike och 8 000 MW i Maa. Den planerade elförbrukningen under samma timme beräknas bli 17 500 MW i Rike och 9 500 MW i Maa. Vilken är den lägsta överföringen från Rike till Maa som kan väljas på HVDC-ledningen om man ska klara ett plötsligt bortfall på 1 200 MW i endera landet utan att man överbelastar växelströmsförbindelserna. Utgå från att frekvensen är 50 Hz då felet inträffar (d.v.s. att överföringen mellan Rike och Maa är lika med planerad överföring).

Tips: Flödet på HVDC-ledningen måste väljas så att det finns tillräckligt med marginaler på växelströmsförbindelserna för att ta hand om de flödesändringar mellan de två länderna som uppstår till följd av ändringar i den reglerstyrkestyrda produktionen.

Uppgift 8 (20 p)



AB Vattenkraft äger de två vattenkraftverken Sele och By lokaliserade som i figuren ovan. Sjön fungerar som vattenmagasin till kraftverket By. Vatten från Sjön kan också släppas ut via en reglerdamm vid Ån. Miljödombstolen har ålagt AB Vattenkraft att alltid upprätthålla ett flöde på minst $1 \text{ m}^3/\text{s}$ vid Ån. Data för kraftverken ges i tabell 4. Bolaget planerar att sälja sin elproduktion på den lokala elbörsen ElKräng. Man antar att man kan sälja så mycket man önskar till de priser som anges i tabell 5. Sparat vatten antas kunna användas till elproduktion vid genomsnittlig produktionsekvivalent (d.v.s. installerad effekt dividerad med maximal tappning) och framtida elproduktion är värderad till 400 SEK/MWh. Rinntiden mellan kraftverken kan försummas.

a) (10 p) Formulera AB Vattenkrafts planeringsproblem som ett LP-problem. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 6 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

b) (1 p) Tappningen i kraftverket By kontrolleras av ett enkelt automatiskt styrsystem. Om Sjön innehåller minst 10 TE i början av en timme kommer $3 \text{ m}^3/\text{s}$ att tappas genom turbinen i By under denna timme. Om Sjön innehåller mindre än 10 TE produceras inget alls i By. Vilken framtida produktionsekvivalent bör man använda för sparat vatten i Sjön om man tar hänsyn till styrsystemet? Glöm inte att motivera ditt svar!

Tabell 4 Data för AB Vattenkrafts kraftverk.

Kraftverk	Installerad effekt [MW]	Startinnehåll i vattenmagasinet [TE]	Maximalt magasininnehåll [TE]	Marginella produktions- ekvivalenter [MWh/TE]		Maximal tappning [TE]		Lokalt inflöde [TE]
				Segment 1	Segment 2	Segment 1	Segment 2	
Sele	4,9	35	50	0,72	0,65	5	2	2
By	0,4	15	20	0,11	0,07	3	1	0,2

Tabell 5 Förväntade priser på ElKräng.

Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	355	355	335	320	355	385	430	475	515	515	460	430
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	395	375	370	365	365	365	375	380	380	375	370	355

Tabell 6 Beteckningar till AB Vattenkrafts planeringsproblem.

Beteckning	Förklaring	Värde
\bar{H}_i	Installerad effekt i kraftverk i	Se tabell 4
$M_{i,0}$	Startinnehåll i magasin i	Se tabell 4
\bar{M}_i	Maximalt innehåll i magasin i	Se tabell 4
$\mu_{i,j}$	Marginell produktions- ekvivalent i kraftverk i , segment j	Se tabell 4
$\bar{Q}_{i,j}$	Maximal tappning i kraftverk i , segment j	Se tabell 4
V_i	Lokal tillrinning till magasin i	Se tabell 4
λ_t	Förväntat pris på ElKräng timme t	Se tabell 5
λ_f	Förväntat framtida elpris	400

c) (9 p) Hur måste planeringsproblemet från a-uppgiften formuleras om för att ta hänsyn till styrsystemet i By? Glöm inte att definiera alla nya variabler och parametrar du inför!

Tips: Inför en heltalsvariabel som anger om By producerar eller inte.

Uppgift 9 (20 p)

Allmänheten i Land är bekymrad över växthuseffekten, sedan en statlig rapport kommit fram till att den samhällsekonomiska kostnaden för utsläpp av koldioxid uppgår till 50 € /ton. Politikerna har därför gett energimyndigheten i Land i uppdrag att utreda om det skulle vara samhällsekonomiskt lönsamt att införa ursprungsmärkning av el i Land. Tanken är att miljömedvetna konsumenter, som är villiga att betala en smula extra för miljövänlig el, ska förmå elbolagen i Land att öka elproduktionen i kraftverk som inte släpper ut koldioxid.

I sin studie utgår energimyndigheten från att införandet av ursprungsmärkning skulle resultera i att konsumenterna fick välja mellan två olika typer av el: grå el och koldioxidfri el. Systemet skulle fungera så att om konsumenterna en viss timme efterfrågar 5 000 MWh koldioxidfri el, så måste minst 5 000 MWh produceras i kärnkraftverk och bibränsleeldade kraftverk. Om efterfrågan på koldioxidfri el skulle överstiga produktionskapaciteten i dessa två typer av kraftverk så blir en del av de kunder som egentligen önskar köpa koldioxidfri el tvungna att köpa grå el i stället. En sådan situation bedömer emellertid energimyndigheten som osannolik, eftersom man antar andelen konsumenter som väljer koldioxidfri el inte kommer att överstiga 50%.

I studien använder energimyndigheten en förenklad modell av elmarknaden i Land, där man antar att alla kraftverk alltid är tillgängliga och att konsumenterna inte är priskänsliga. Figuren på nästa sida visar varaktighetskurvan för elförbrukningen och i tabell 7 redovisas data för kraftverken i Land. Som mått på samhällsnyttan använder Lands energimyndighet det förväntade totala överskottet, vilket definieras som

$$ETS = ETVC - ETOC - EEC,$$

där

ETS = förväntat totalt överskott,

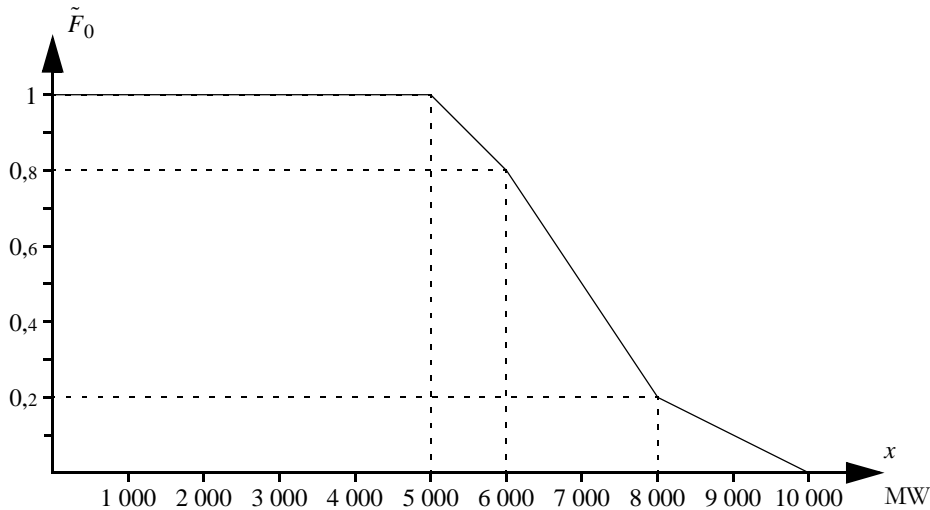
$ETVC$ = förväntat värde av elkonsumtionen,

$ETOC$ = förväntad total driftkostnad,

EEC = förväntad kostnad för utsläpp.

Tabell 7 Data för kraftverken i Land.

Kraftslag	Installerad effekt [MW]	Rörlig produktionskostnad [€ /MWh]	Utsläpp av koldioxid [ton/MWh]
Kärnkraft			
Låg driftkostnad	1 000	8	0
Hög driftkostnad	1 000	9	0
Biobränslen			
Låg driftkostnad	1 000	22	0
Medelhög driftkostnad	1 000	32	0
Hög driftkostnad	1 000	42	0
Fossilgas			
Låg driftkostnad	1 000	20	0,4
Medelhög driftkostnad	1 000	30	0,4
Hög driftkostnad	1 000	40	0,4
Kolkondens			
Låg driftkostnad	1 000	15	1
Medelhög driftkostnad	1 000	25	1
Hög driftkostnad	1 000	35	1



a) (1 p) Värdet av elkonsumtionen är en konstant, eftersom efterfrågan inte är priskänslig och man i dessa beräkningar försummar risken för driftstörningar i kraftverken. Hur stor är *ETVC* om värdet av konsumera en MWh el uppskattas till 100 € ?

b) (5 p) Betrakta elmarknaden i Land om man *inte* inför ursprungsmärkning av el. Producenterna kommer då att i första hand använda de kraftverk som har lägst rörlig driftkostnad, d.v.s. de kommer ej att ta någon hänsyn till hur stora utsläppen är för ett visst kraftverk. Hur stor blir den förväntade elproduktionen från kärnkraft, biobränslen, fossilgas respektive kolkondens?

c) (4 p) Beräkna *ETS* för elmarknaden i Land om man *inte* inför ursprungsmärkning av el.

d) (10 p) För att simulera elmarknaden i Land då man infört ursprungsmärkning används en Monte Carlo-modell. Låt indexet g beteckna kraftverk med en viss rörlig driftkostnad (sorterade i stigande ordning). Ett scenario kan då analyseras enligt följande:

Scenarioparametrar:

$$D_{CO_2\text{-fri}} = \text{efterfrågan på koldioxidfri el,}$$

$$D_{\text{grå}} = \text{efterfrågan på grå el.}$$

Modellkonstanter:

$$\hat{G}_g = \text{installerad effekt i kraftverk } g, g = 1, \dots, 11 \text{ (se tabell 7),}$$

$$\beta_g = \text{rörlig driftkostnad i kraftverk } g, g = 1, \dots, 11 \text{ (se tabell 7).}$$

Resultatvariabler:

$$G_{CO_2\text{-fri}, g} = \text{elproduktion som säljs som koldioxidfri el, } g = 1, 2, 5, 8, 11,$$

$$G_{\text{grå}, g} = \text{elproduktion som säljs som grå el, } g = 1, \dots, 11,$$

$$TOC = \text{total rörlig driftkostnad,}$$

$$EC = \text{utsläppskostnad.}$$

Först beräknas hur mycket produktion som krävs för att täcka efterfrågan på koldioxidfri el, genom att man löser följande optimeringsproblem:

$$\text{minimera } \beta_1 G_{CO_2\text{-fri}, 1} + \beta_2 G_{CO_2\text{-fri}, 2} + \beta_5 G_{CO_2\text{-fri}, 5} + \beta_8 G_{CO_2\text{-fri}, 8} + \beta_{11} G_{CO_2\text{-fri}, 11}$$

$$\text{då } G_{CO_2\text{-fri}, 1} + G_{CO_2\text{-fri}, 2} + G_{CO_2\text{-fri}, 5} + G_{CO_2\text{-fri}, 8} + G_{CO_2\text{-fri}, 11} = D_{CO_2\text{-fri}}$$

$$0 \leq G_{CO_2\text{-fri}, g} \leq \hat{G}_g, g = 1, 2, 5, 8, 11.$$

Givet lösningen till ovanstående problem kan man beräkna hur mycket produktion som krävs för

att täcka efterfrågan på grå el med hjälp av följande optimeringsproblem:

$$\begin{aligned} & \text{minimera} && \sum_{g=1}^{11} \beta_g G_{gr\ddot{a}, g} \\ \text{d\aa} &&& \sum_{g=1}^{11} G_{gr\ddot{a}, g} = D_{gr\ddot{a}}, \\ &&& 0 \leq G_{gr\ddot{a}, g} \leq \hat{G}_g - G_{CO_2-fri, g}, \quad g = 1, 2, 3, 5, 8, \\ &&& 0 \leq G_{gr\ddot{a}, g} \leq \hat{G}_g, \quad g = 4, 6, 7, 9, 10, 11. \end{aligned}$$

Utifrån lösningarna till ovanstående optimeringsproblem kan man beräkna den totala driftkostnaden

$$TOC = \sum_{g=1, 2, 5, 8, 11} \beta_g G_{CO_2-fri, g} + \sum_{g=1}^{11} \beta_g G_{gr\ddot{a}, g},$$

och utsläppskostnaden

$$EC = 50 \cdot 0,4 \cdot (G_4 + G_7 + G_{10}) + 50 \cdot 1 \cdot (G_6 + G_9 + G_{11}).$$

I tabell 8 visas fyra scenarier till en Monte Carlo-simulering av elmarknaden i Land. Vilken skattning av *ETS* får man om man använder kontrollvariabelmetoden?

Tabell 8 Några scenarier till en Monte Carlo-simulering av elmarknaden i Land.

Scenario	1	2	3	4
Efterfrågan på grå el [MW]	3 600	5 200	4 300	3 600
Efterfrågan på koldioxidfri el [MW]	1 600	4 300	2 700	3 400

Lösningssförslag till tentamen i EG2050/2C1118 Systemplanering, 5 juni 2008.

Uppgift 1

- a) 3, b) 2, c) 2.

Uppgift 2

b) Elpriset sätts av skärningspunkten mellan utbuds- och efterfrågekurvorna. Skärningspunkten kan identifieras grafiskt genom att rita bägge kurvorna i samma figur. Alternativt kan man anta ett elpris, λ , mellan 25 och 40 $\text{€}/\text{MWh}$. Utbudet vid denna prisnivå ges av

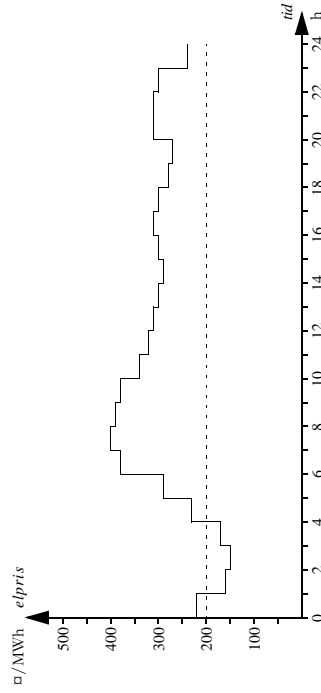
$$80 + \frac{\lambda - 25}{40 - 25} \cdot 20,$$

medan efterfrågan ges

$$80 + \frac{40 - \lambda}{40 - 25} \cdot 20.$$

Dessa två uttryck ska vara lika, vilket ger elpriset $\lambda = 32,5 \text{ €}/\text{MWh}$.

b) Kraftverket kommer att producera installerad effekt under de timmar då elpriset är högre än 200 $\text{€}/\text{MWh}$. Där man ett streck i figuren vid nivan 200 $\text{€}/\text{MWh}$, finner man att kraftverket kommer att producera 100 MW under 21 timmar, vilket ger en total produktion på 2 100 MWh under detta dygn.



Uppgift 3

a) Eftersom $\Delta F = \Delta G_{tot}/R_{tot}$ och $\Delta G_A = R_A \Delta F$ så får vi att $R_A/R_{tot} = \Delta G_A/\Delta G_{tot}$ (d.v.s. area A:s andel av den totala reglerstyrkan är lika stor som area A:s andel av den totala produktionsökningen till följd av bortfallet), vilket ger $R_A = 250/1\,000 \cdot 4\,000 = 1\,000 \text{ MW}/\text{Hz}$.

b) På samma sätt som i a-uppgiften erhålls $R_B = 500/1\,000 \cdot 4\,000 = 2\,000 \text{ MW}/\text{Hz}$.

c) På samma sätt som i a-uppgiften erhålls $R_C = 250/1\,000 \cdot 4\,000 = 1\,000 \text{ MW}/\text{Hz}$.

d) I area C har man förlorat 1 000 MW produktion, varav 250 MW ersatts av primärregleringen i area C. De övriga 750 MW måste täckas av ökad import från area B. Alltså blir det nya flödet från area B till area C är $100 + 750 = 850 \text{ MW}$, vilket är lägre än ledningens maximala kapacitet.

Uppgift 4

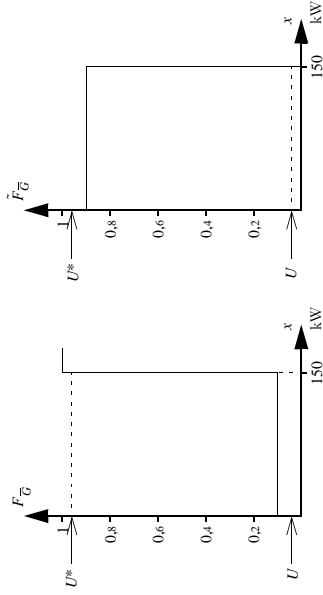
- a) $M_{5,t} = M_{5,t-1} + V_{5,t} + Q_{2,1,t} + Q_{2,2,t} + S_{2,t} + Q_{4,1,t} + Q_{4,2,t} + S_{4,t} - Q_{5,1,t} - Q_{5,2,t} - S_{5,t}$
 b) Parametrar: $M_{i,0}$ och $V_{i,t}$. Optimeringsvariabler: $M_{i,r}, S_{i,t}$ och $Q_{i,j,r}$
 c) Den bästa produktionskvaliteten är den produktionskvalitet som erhålls vid bästa verkningegrad. Definitionen av produktionskvalitet ger därmed $\gamma_{max} = H/Q = 0,37 \text{ MWh}/\text{TE}$.
 d) 5.
 e) 5.

Uppgift 5

- a) $\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$, $\tilde{F}_2(x) = 0,9\tilde{F}_1(x) + 0,1\tilde{F}_1(x - 150) \Rightarrow \tilde{F}_2(x) = 0,9 \cdot 0,1 + 0,1 \cdot 0,1 = 0,1$ för intervall $750 \leq x < 800$.
 b) $\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$, $\tilde{F}_2(x) = 0,9\tilde{F}_1(x) + 0,1\tilde{F}_1(x - 150) \Rightarrow \tilde{F}_2(x) = 0,9 \cdot 0 + 0,1 \cdot 0,1 = 0,01$ för intervall $800 \leq x < 850$.
 c) $\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$, $\tilde{F}_2(x) = 0,9\tilde{F}_1(x) + 0,1\tilde{F}_1(x - 150) \Rightarrow \tilde{F}_2(x) = 0,9 \cdot 0 + 0,1 \cdot 0,1 = 0,01$ för intervall $850 \leq x < 900$.
 d) Den förväntade elproduktionen i dieselgeneratorn beräknas enligt

$$EG_2 = EENS_1 - EENS_2 = \int_{600}^{\infty} \tilde{F}_1(x) dx - \int_{750}^{\infty} \tilde{F}_2(x) dx = 0,1 \cdot 200 - (0,1 \cdot 50 + 0,01 \cdot 150) = 13,5 \text{ kW/h}.$$

e) Om man ritar fördelningsfunktionen eller varaktighetskurvan för \tilde{G} är det lätt att se att $U = 0,04$ och $U^* = 1 - U$ transformeras till 0 respektive 150, d.v.s. antingen får man $\tilde{G} = 0$ och $\tilde{G}^* = 150$, eller så får man $\tilde{G} = 150$ och $\tilde{G}^* = 0$.



¶ Enligt uppgiftslydelsen har vi följande skattningar för respektive stratum: $m_{LOLO1} = m_{LOLO2} = m_{LOLO3} = 0$, $m_{LOLO4} = 0,4$ och $m_{LOLO5} = 1$. Alltså får vi

$$m_{LOLO} = \sum_{h=1}^5 \omega_h m_{LOLOh} = 0 + 0 + 0 + 0,02 \cdot 0,4 + 0,05 \cdot 1 = 5,8\%$$

Uppgift 6

Vi börjar med att beräkna elpriset om ingen aktör väljer att utöva marknadsstyrning, d.v.s. då vi antar perfekt konkurrens. Om man antar ett elpris på 180 $\text{€}/\text{MWh}$ kommer det att produceras 5 TWh vindkraft, 45 TWh vattenkraft, 40 TWh kärnkraft och 5 TWh industriellt mottryck. Detta ger totalt 95 TWh, vilket inte är tillräckligt. Antag därför ett elpris i intervallet 180 till 580 $\text{€}/\text{MWh}$. Den totala elproduktionen är då

$$95 + \frac{\lambda - 180}{25} = \lambda - 580 - 180$$

Sätter man detta uttryck lika med 100 och löser ekvationen får man elpriset $\lambda = 260$ $\text{€}/\text{MWh}$. Antag nu att någon aktör undanhåller 1 TWh produktionskapacitet i ett kärnkraftverk. Den för-lorade terawattimmen kommer att ersättas med ytterligare användning av fossila bränslen. För att så ska ske måste elpriset öka till 276 $\text{€}/\text{MWh}$.

Om ett av de dominerande bolagen väljer att minska produktionen i ett kärnkraftverk minskar deras intäkter från detta kraftverk med 1 TWh \cdot 260 $\text{€}/\text{MWh}$. Samtidigt minskar deras rörliga produktionskostnad med 1 TWh \cdot 100 $\text{€}/\text{MWh}$. Neddragningen resulterar således i en utebliven vinst på 160 M€. Samtidigt ökar emellertid vinsten på bolagets övriga produktion med 16 $\text{€}/\text{MWh}$. För att vinstökningen tack vare prishöjningen ska vara större än den uteblivna vinsten måste bolaget ha en övrig produktion i drift på minst 160 M $\text{€}/16$ $\text{€}/\text{MWh} = 10$ TWh. Detta vill-kor uppfyller var och en av de tre stora aktörerna.

Uppgift 7

Vid nominell frekvens har man ett överskott på 1 500 MW i Rike och detta överskott ska exporte-ras till Maa. Då frekvensregleringen kompenseras ett bortfall av produktion ändras den reglerstyr-kestyrda produktionen i både Rike och Maa, vilket resulterar i att effektlödet mellan de två län-derna ändras. Eftersom flödet på HVDC-ledningen är konstant, måste alla ändringar av flödet mellan Rike och Maa ske på växelströmsledningarna; alltså måste det finnas tillräckligt med margi-naler på dessa ledningar. Det är dessa marginaler som avgör hur mycket effekt som kan gå via HVDC-ledningen.

Om man har en övre gräns på hur mycket som kan överföras på växelströmsförbindelsen så måste resterande överföring ske via HVDC-ledningen, vilket innebär att det måste finnas en undre gräns för denna överföring. Den maximala gränsen på växelströmsöverföringen beror på hur mycket produktion som kan behöva föras över från Rike till Maa vid ett bortfall. Det värsta scena-riot är då man tappar 1 200 MW i Maa, eftersom 62,5% (Rikes andel av den totala reglerstyrkan) av denna effekt då kommer att ersättas med ökad reglerstrykstyrd produktion i Rike och måste föras över till Maa via växelströmsförbindelsen. Den planerade överföringen på växelströmsförbindel-terna får således inte vara större än $2\,000 - 0,625 \cdot 1\,200 = 1\,250$ MW, vilket i sin tur innebär att av den planerade överföringen på 1 500 MW så måste minst $1\,500 - 1\,250 = 250$ MW överföras via HVDC-ledningen.

Uppgift 8

a) Problemet vi vill lösa är

- maximera *intäkterna av såld el + värdet av sparad vatten,*
- med hänsyn till *hydrologisk balans för varje vattenkraftverk,*
- begränsningar i produktionskapacitet, m.m.*

Index för kraftverken

Sele 1, By/Ån 2.

Parametrar

De flesta parametrarna är definierade i tabell 6 i uppgiftslydelsen. Den genomsnittliga produk-tionskoefficienten beräknas enligt instruktion i uppgiftslydelsen:

$$\bar{\gamma}_i = \text{genomsnittlig produktionskoefficient i kraftverk } i = \frac{\bar{H}_i}{\bar{Q}_{i,1} + \bar{Q}_{i,2}} = \begin{cases} 0,7 & i = 1, \\ 0,1 & i = 2. \end{cases}$$

Optimeringsvariabler

- $Q_{i,t}$ = tappning i kraftverk i , segment j , under timme t , $i = 1, 2$, $t = 1, \dots, 24$,
- $S_{i,t}$ = spill från magasin i under timme t , $i = 1, 2$, $t = 1, \dots, 24$,
- $M_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme t , $t = 1, 2$, $t = 1, \dots, 24$.

Målfunktion

$$\text{maximera } \sum_{t=1}^{24} \lambda_t \left(\sum_{i=1}^2 u_{i,j} Q_{i,j,t} \right) + \lambda_{24} (M_{1,24} + \gamma_2 M_{2,24})$$

Bivillkor

Hydrologisk balans för Sele:

$$M_{1,t} - M_{1,t-1} + Q_{1,1,t} + Q_{1,2,t} + S_{1,t} = V_1, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för By/Ån:

$$M_{2,t} - M_{2,t-1} + Q_{2,1,t} + Q_{2,2,t} + S_{2,t} - Q_{1,1,t} - Q_{1,2,t} - S_{1,t} = V_2, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Variabelgränser

- $0 \leq Q_{i,j,t} \leq \bar{Q}_{i,j}, \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$
- $0 \leq S_{i,t} \quad i = 1, \dots, 24,$
- $1 \leq S_{2,t} \quad t = 1, \dots, 24,$
- $0 \leq M_{i,t} \leq \bar{M}_3, \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$

b) Eftersom kraftverket endast körs på tappningen 3 TE är det logiskt att använda produktions-koefficienten vid denna tappning, d.v.s. $\gamma_2 = 0,11$ MW h/TE .

c) Inför följande nya optimeringsvariabel:

u_i = driftstatus för kraftverket i By (1 om vatten tappas i By, annars 0).

Eftersom tappningen i By är en direkt funktion av driftsituationen kan vi ta bort variablerna $Q_{2,j}$ ur optimeringsproblemet och i stället substituera in $3u_t$. Detta ger följande målfunktion:

$$\max_{u_t} \sum_{t=1}^{24} \lambda_t \left(\sum_{j=1}^2 \mu_{1,j} Q_{1,j,t} + \gamma_2 \cdot 3u_t \right) + \lambda_j (\gamma_1 + \gamma_2) M_{1,24} + \lambda_j \gamma_2 M_{2,24}$$

Den hydrologiska balansen för By/Ån ändras till

$$M_{2,t} - M_{2,t-1} + 3u_t + S_{2,t} - Q_{1,1,t} - Q_{1,2,t} - S_{1,t} = V_2, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Det behövs också nya bivillkor för att modellera sambandet mellan magasinssinnehåll i Sjön och tappning i By. Då u_t är lika med noll får $M_{2,t}$ högst vara lika med 10, vilket garanteras med följande bivillkor:

$$M_{2,t} \leq 10 + (\bar{M}_2 - 10)u_t, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Om u_t i stället är lika med ett måste $M_{2,t}$ minst vara lika med 10:

$$M_{2,t} \geq 10u_t, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Slutligen måste variabelgränserna uppdateras. Gränserna för $Q_{2,j}$ kan strykas, eftersom dessa variabler inte längre ingår i problemet. Man kan även ta bort gränserna för $M_{2,t}$ eftersom gränserna för denna variabel regleras av de nya bivillkoren. Däremot tillkommer ett krav på att u_t ska vara en binär variabel:

$$u_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, 24.$$

Uppgift 9

a) Den förväntade lasten ges av

$$E[D] = E[ENS_0] = \int_0^{\infty} \tilde{F}_0(x) dx = \int_0^{5000} \tilde{F}_0(x) dx = 5000 \cdot 1 + 1000 \cdot (1 + 0.8)/2 + 2000 \cdot (0.8 + 0.2)/2 + 2000 \cdot 0.2/2 = 7100 \text{ MW/h/h.}$$

Det förväntade värdet av elkonsumtionen blir därmed $ETVC = 100E[D] = 710000$ /h.

b) Den förväntade elproduktionen i varje kraftverk kan beräknas med hjälp av stokastisk produktionskostnadsmodellering. Kraftverken läggs in efter stigande rörlig produktionskostnad. Eftersom alla kraftverk har 100% tillgänglighet får vi $\tilde{F}_g(x) = \tilde{F}_{g-1}(x)$ varje gång vi lägger in ett nytt kraftverk. Med hjälp av formeln

$$EG_g = T \cdot P_g \int_0^{\tilde{G}_g} \tilde{F}_{g-1}(x) dx.$$

kan vi beräkna den förväntade elproduktionen i respektive kraftverk:

$$EG_1 = \int_0^{1000} \tilde{F}_0(x) dx = 1000 \text{ MW/h/h, } EG_2 = \int_0^{2000} \tilde{F}_1(x) dx = 1000 \text{ MW/h/h,}$$

$$EG_3 = \int_0^{3000} \tilde{F}_2(x) dx = 1000 \text{ MW/h/h, } EG_4 = \int_0^{4000} \tilde{F}_3(x) dx = 1000 \text{ MW/h/h,}$$

$$EG_5 = \int_0^{5000} \tilde{F}_4(x) dx = 1000 \text{ MW/h/h, } EG_6 = \int_0^{6000} \tilde{F}_5(x) dx = 900 \text{ MW/h/h,}$$

$$EG_7 = \int_0^{7000} \tilde{F}_6(x) dx = 650 \text{ MW/h/h, } EG_8 = \int_0^{8000} \tilde{F}_7(x) dx = 350 \text{ MW/h/h,}$$

$$EG_9 = \int_0^{9000} \tilde{F}_8(x) dx = 150 \text{ MW/h/h, } EG_{10} = \int_0^{10000} \tilde{F}_9(x) dx = 50 \text{ MW/h/h,}$$

$$EG_{11} = \int_0^{11000} \tilde{F}_{10}(x) dx = 0 \text{ MW/h/h.}$$

Kärnkraften representeras av de två billigaste kraftverken, d.v.s. $EG_{\text{kärnkraft}} = EG_1 + EG_2 = 2000$ MW/h/h. Biobränslekraftverken är inlagda som kraftverk 5, 8 respektive 11, vilket ger den förväntade elproduktionen $EG_{\text{biobränsle}} = EG_5 + EG_8 + EG_{11} = 1350$ MW/h/h. Fossilgasen utgörs av kraftverk 4, 7 respektive 10, vilket ger $EG_{\text{fossilgas}} = EG_4 + EG_7 + EG_{10} = 1700$ MW/h/h. Slutligen är den förväntade kolkondensproduktionen $EG_{\text{kol kondens}} = EG_3 + EG_6 + EG_9 = 2050$ MW/h/h.

c) Den förväntade driftkostnaden beräknas enligt

$$ETOC = \sum_{g=1}^{11} \beta_g EG_g = \dots = 134450 \text{ } \square / \text{h.}$$

Fossilgaskraftverken släpper ut 0,4 ton/MWh och kolkondensen 1 ton/MWh. Med en kostnad på 50 \square /ton får man då den totala utsläppskostnaden

$$EEC = 50 \cdot 0.4 \cdot EG_{\text{fossilgas}} + 50 \cdot 1 \cdot EG_{\text{kol kondens}} = 136500 \text{ } \square / \text{h.}$$

Den förväntade samhällsnyttan blir således $ETS = 710000 - 136500 = 439050$ \square /h.

d) Kontrollvariablerna beräknas med en förenklad modell, där man inte gör någon åtskillnad mellan grå och koldioxidfri el:

$$\begin{aligned} & \text{minimera} && \sum_{g=1}^{11} \beta_g \tilde{G}_g \\ & \text{då} && \sum_{g=1}^{11} \tilde{G}_g = D_{g^{\text{el}}} + D_{CO_2, \text{fritt}} \\ & && 0 \leq \tilde{G}_g \leq \tilde{G}_g^{\text{max}}, g = 1, \dots, 11. \end{aligned}$$

Ur lösningen till ovanstående optimeringsproblem kan följande kontrollvariabler beräknas:

$$TOC = \sum_{g=1}^{11} \beta_g \tilde{G}_g$$

och

$$\tilde{EC} = 50 \cdot 0.4 \cdot (\tilde{G}_6 + \tilde{G}_9 + \tilde{G}_{11}) + 50 \cdot 1 \cdot (\tilde{G}_4 + \tilde{G}_7 + \tilde{G}_{10}).$$

För de givna scenarierna får vi följande värden på kontroll- och resultatvariablerna:

Den förväntade driftkostnaden skattas med

Scenario, i	1	2	3	4
toc_i [□/h]	79 000	216 600	129 000	129 800
\tilde{toc}_i [□/h]	79 000	216 000	129 000	129 000
ec_i [□/h]	80 000	194 000	140 000	132 000
\tilde{ec}_i [□/h]	80 000	200 000	140 000	140 000

$$m_{TOC} = \mu_{TOC} + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (toc_i - \tilde{toc}_i) = 134\,450 + (0 + 600 + 0 + 800)/4 = 134\,800 \text{ □/h,}$$

där μ_{TOC} har hämtats ur lösningen till c-uppgiften. På motsvarande sätt får vi skattningen

$$m_{EC} = \mu_{EC} + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (ec_i - \tilde{ec}_i) = 136\,500 + (0 - 6\,000 + 0 - 8\,000)/4 = 133\,000 \text{ □/h.}$$

Den förväntade samhällsnyttan blir i detta fall $ETS = 710\,000 - 134\,800 - 133\,000 = 442\,200 \text{ □/h.}$