



**KTH Elektro-
och systemteknik**

Tentamen i EG2050/2C1118 Systemplanering, 13 mars 2008, 14:00–19:00, Q17, Q21

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (2 p) Konsumenterna på en bilateral elmarknad har följande valmöjligheter: I) De kan välja vilken systemoperatör de vill ha, II) De kan välja vilken elleverantör de vill ha, III) De kan välja vilken aktör som ska sköta deras balansansvar.

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast III är sant.
4. I och II är sanna men inte III.
5. II och III är sanna men inte I.

b) (1 p) Med realtidshandeln avser vi all handel som sker under själva leveranstimmen (eller någon annan handelsperiod). Vilket av följande typer av kontrakt kan handlas på en realtidsmarknad?

1. Balanskraft, d.v.s. då en balansansvarig aktör säljer ett eventuellt överskott i sin balans till systemoperatören, eller då en balansansvarig aktör köper av systemoperatören för att täcka ett eventuellt underskott i sin balans.
2. Fastkraft, d.v.s. då en säljaren förbinder sig att leverera en viss mängd energi i varje handelsperiod under kontraktets giltighetstid.
3. Reglerkraft, d.v.s. då en aktör på begäran av systemoperatören tillför systemet mer effekt (uppreglering) eller då en aktör på begäran av systemoperatören tar ut mer effekt från systemet (nedreglering).

c) (1 p) Vissa elbörser tillåter s.k. blockbud. Vad innebär det?

1. Ett blockbud är ett köp- eller säljbud som gäller för en enda handelsperiod.
2. Ett blockbud är ett köp- eller säljbud som gäller flera handelsperioder, och som endast kan antas i sin helhet.
3. Ett blockbud är ett köp- eller säljbud som gäller för en enda handelsperiod, men som endast antas om samma aktör under denna handelsperiod även får sälja reglerkraft till systemoperatören.

Uppgift 2 (6 p)

Betrakta en förenklad modell av elmarknaden i Land. Maximal årsproduktion och rörliga kostnader framgår av tabell 1 nedan. Den rörliga produktionskostnaden för kolkondensen antas vara linjära i det angivna intervallet, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Tabell 1 Data för elproducenterna i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]	Rörlig produktionskostnad [ϰ/MWh]
Kolkondens	10	300–500
Kärnkraft	70	100
Vattenkraft	70	5
Vindkraft	1	5

a) (2 p) Antag att elmarknaden i Land har perfekt konkurrens, alla aktörer har perfekt information och det finns vare sig några nät-, magasin-, eller effektbegränsningar. Hur stor är elförbrukningen om elpriset är 380 ϰ/MWh?

b) (1 p) Antag att elpriset är 380 ϰ/MWh. AB Elbolaget äger vattenkraft med en produktionskapacitet på 20 TWh/år och kärnkraft med en produktionskapacitet på 25 TWh/år. Hur stora är AB Elbolagets bruttointäkt för såld el?

c) (1 p) Hur mycket minskar AB Elbolagets totala rörliga driftkostnader om produktionskapaciteten i bolagets kärnkraftverk sänks till 24 TWh/år p.g.a. underhållsarbeten? Lasten är densamma som i de tidigare uppgifterna.

d) (2 p) Hur stor är AB Elbolagets bruttointäkt för såld el om produktionskapaciteten i bolagets kärnkraftverk sänks till 24 TWh/år p.g.a. underhållsarbeten? Lasten är densamma som i de tidigare uppgifterna.

Uppgift 3 (6 p)

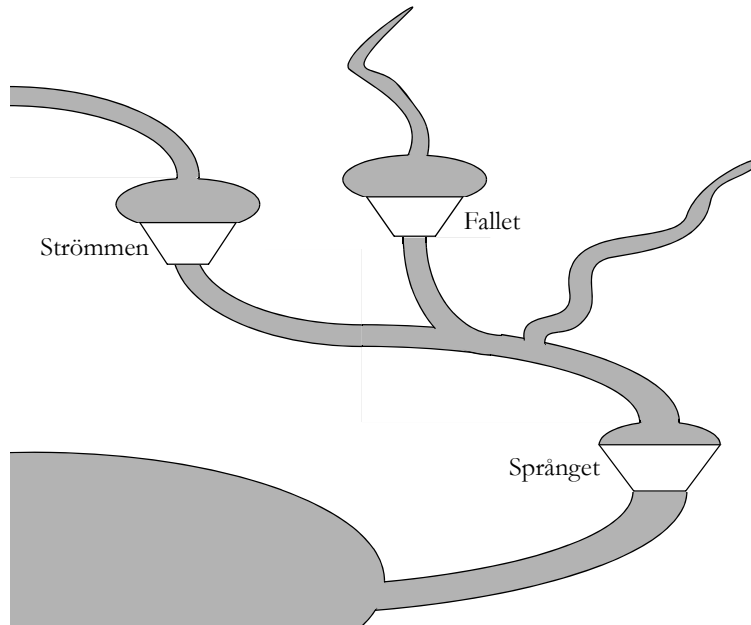
Vattenkraftverket Forsen har en installerad effekt på 50 MW. För att undvika skador på turbinerna i kraftverket tillåter man aldrig en lägre elproduktion än 22 MW då kraftverket är i drift. Kraftverket ingår i primärregleringen i Land och har en reglerstyrka på 80 MW/Hz. Klockan 14:00 producerar Forsen 36 MW. De övriga kraftverken i Land som deltar i primärregleringen har en sammanlagd reglerstyrka på 3 920 MW/Hz. Reglerstyrkan för de övriga kraftverken är tillgänglig i frekvensområdet $50 \pm 0,4$ Hz.

Klockan 14:00 är frekvensen i systemet 50,075 Hz. Strax därefter startar ett kärnkraftverk i Land efter ett tidigare driftstopp, vilket innebär att kraftsystemet tillförs ytterligare 896 MW.

a) (3 p) Vad kommer Forsen att producera efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion i systemet?

b) (3 p) Vilken frekvens får man i Land? Svara med tre decimaler!

Uppgift 4 (12 p)



a) (4 p) Den bästa verkningsgraden i vattenkraftverket Strömmen erhålls vid tappningen $160 \text{ m}^3/\text{s}$ och elproduktionen är då 40 MW . Den maximala tappningen i Strömmen är $200 \text{ m}^3/\text{s}$ och då är den relativa verkningsgraden 96% . Antag att man vill ta fram en styckvis linjär modell av elproduktionen som funktion av tappningen i Strömmen. Modellen ska ha två segment och brytpunkten läggs vid bästa verkningsgrad. Beräkna följande parametrar:

$$\begin{aligned} \mu_j &= \text{marginell produktionsekvivalent i Strömmen, segment } j, \\ \bar{Q}_j &= \text{maximal tappning i Strömmen, segment } j. \end{aligned}$$

b) (4 p) AB Vattenkraft äger de tre vattenkraftverken Strömmen, Fallet och Språnget (se figuren ovan). AB Vattenkraft säljer el till kunder med fastkraftavtal, men bolaget har också möjlighet att handla på den lokala börsen ElKräng. I ett korttidsplaneringsproblem för dessa kraftverk har man infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Strömmen 1, Fallet 2, Språnget 3.

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \text{förväntad framtida produktionsekvivalent för vatten lagrat i magasin } i, \\ & \quad i = 1, 2, 3, \\ \lambda_t &= \text{förväntat elpris på ElKräng timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ \lambda_{25} &= \text{förväntat elpris på ElKräng efter planeringsperiodens slut,} \\ M_{i,0} &= \text{innehåll i magasin } i \text{ vid planeringsperiodens början, } i = 1, 2, 3, \\ M_{i,t} &= \text{innehåll i magasin } i \text{ vid slutet av timme } t, i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24, \\ \mu_{i,j} &= \text{marginell produktionsekvivalent för kraftverk } i, \text{ segment } j, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, \\ p_t &= \text{köp från ElKräng timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ r_t &= \text{försäljning till ElKräng timme } t, t = 1, \dots, 24, \\ Q_{i,j,t} &= \text{tappning i kraftverk } i, \text{ segment } j, \text{ under timme } t, \\ & \quad i = 1, 2, 3, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$

Formulera målfunktionen om syftet med planeringsproblemet är att maximera intäkterna från el såld på ElKräng plus värdet av sparat vatten minus kostnaden för el köpt från ElKräng. Använd beteckningarna ovan.

c) (2 p) Följande beteckningar i AB Vattenkrafts planeringsproblem representerar optimeringsvariabler: I) $M_{i,0}$, II) p_r , III) $Q_{i,j,t}$

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast III är sant.
4. II och III är sanna men inte I.
5. Alla påståendena är sanna.

d) (2 p) I ett korttidsplaneringsproblem för ett termiskt kraftverk har man infört följande variabler och parametrar:

- C^+ = startkostnad för kraftverket,
- C^- = stoppkostnad för kraftverket,
- $G_{g,t}$ = elproduktion i kraftverket under timme t ,
- s_t^+ = startvariabel för timme t (1 om kraftverket startar produktionen i början av timme t , annars 0),
- s_t^- = stoppvariabel för timme t (1 om kraftverket stoppar produktionen i början av timme t , annars 0).
- u_t = driftstatus under timme t (1 om kraftverket är i drift, 0 om det inte är i drift),
- β = rörlig produktionskostnad.

Man har valt följande målfunktion för planeringsproblemet:

$$\text{minimera} \quad \sum_{t \in \mathcal{T}} (\beta G_t + C^+ s_t^+ + C^- s_t^-).$$

Vilka av följande bivillkor kan användas för att reglera sambandet mellan start, stopp och driftstatus?

I) $u_t - u_{t-1} - s_t^+ + s_t^- = 0.$

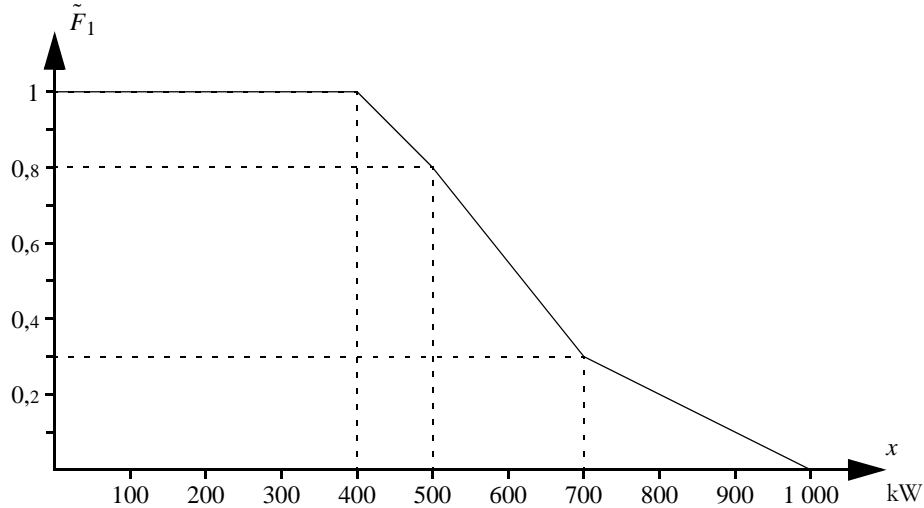
II) $u_t - u_{t-1} - s_t^+ \leq 0.$

III) $u_t - u_{t-1} + s_t^+ - s_t^- = 0.$

1. Inget av alternativen är korrekt.
2. Endast alternativ I är korrekt.
3. Endast alternativ II är korrekt.
4. Endast alternativ III är korrekt.
5. Man kan välja mellan att använda alternativ I och alternativ II.

Uppgift 5 (12 p)

Ekibuga är en stad i Östafrika. Staden är inte ansluten till något nationellt elnät, utan man har ett eget lokalt system som försörjs av ett vattenkraftverk och en dieselgenerator. Vattenkraftverket saknar magasin, men vattenflödet är alltid tillräckligt stort för att man ska kunna producera installerad effekt (800 kW) och risken för driftstopp i kraftverket är försumbar. Dieselgeneratoren har en kapacitet på 200 kW, tillgängligheten är 85% och driftkostnaden 2 $\text{€}/\text{kWh}$.



- a) (2 p)** Figuren ovan visar varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten inklusive bortfall i vattenkraftverket. Hur stor är den förväntade ickelevererade energin per timme om man endast beaktar vattenkraftverket?
- b) (2 p)** Den förväntade ickelevererade energin om beaktar både vattenkraftverket och dieselgeneratoren är 3 kWh/h. Beräkna den förväntade driftkostnaden per timme för systemet.
- c) (2 p)** Beräkna risken för effektbrist i systemet.
- d) (3 p)** Det finns en viss korrelation mellan lasten och risken för driftstörningar i såväl dieselgeneratoren som elnätet i Ekibuga. För att kunna beakta denna korrelation har man genomfört en Monte Carlo-simulering av elsystemet i Ekibuga. Resultaten från de tolv första scenarierna visas i tabell 2. Som synes har man använt både stratifierad sampling och kontrollvariabelmetoden. Beräkna för varje stratum den förväntade skillnaden i risk för effektbrist mellan de två modellerna.
- e) (3 p)** Den förenklade modell som använts i simuleringen av Ekibuga motsvarar den modell som används vid stokastisk produktionskostnadssimulering. Vilken skattning av *LOLP* för Ekibugas elsystem får man från resultaten i tabell 2?

Tabell 2 Resultat från en Monte Carlo-simulering av Ekibuga.

Stratum, h	Stratumvikt, ω_h	Observationer av <i>LOLO</i> enligt den detaljerade modellen, $x_{h,i}$	Observationer av <i>LOLO</i> enligt den förenklade modellen, $z_{h,i}$
1	0,82	0, 0, 0, 0, 0	0, 0, 0, 0, 0
2	0,15	0, 1, 0, 0, 0	0, 0, 0, 0, 0
3	0,03	1, 1	1, 1

DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

Uppgift 6 (10 p)

Elmarknaden i Rike domineras av två stora elbolag, Rikskraft och Södra Rikes allmänna elbolag (SRAE). Dessutom finns ett antal mindre kommunala elbolag.

Tabell 3 visar vilken prognos Rikskraft respektive SRAE gör för det kommande året angående total tillgänglig produktionskapacitet (d.v.s. summan av bolagets egen kapacitet och konkurrenternas) i de olika kraftverk som finns i Rike. Tabellen visar även de rörliga produktionskostnaderna, som antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Tabell 3 Prognoser för den tillgängliga produktionskapaciteten på elmarknaden i Rike.

	Rikskraft	SRAE	Rörlig produktionskostnad [€/MWh]
Vattenkraft	70	65	5
Kärnkraft	51	52	100
Biobränslen	20	20	150–350
Kolkondens	20	20	300–500

a) (3 p) Rikskraft skattar det s.k. vattenvärdet som det genomsnittliga elpriset under det kommande året. Man utgår vid denna prisprognos från att det är perfekt konkurrens på elmarknaden i Rike och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Man utgår även från de produktionskapacitetsprognoser som anges i tabell 3, samt en förbrukningsprognos som säger att elförbrukningen det kommande året kommer att bli 135 TWh. Vilket vattenvärde kommer Rikskraft att räkna med?

b) (3 p) SRAE skattar vattenvärdet med samma metod som Rikskraft, men man utgår från den egna prognosen för tillgänglig produktionskapacitet samt en egen prognos för elförbrukningen, som ligger på 136 TWh/år. Vilket vattenvärde kommer SRAE att räkna med?

c) (4 p) Tabell 4 visar den tillgängliga effekten i olika bolags kraftverk för en viss timme t . Antag att all elhandel i Rike sker via elbörsen, och att bolagen bjuder in termiska kraftverk till rörlig produktionskostnad, samt vattenkraften till vattenvärdet (i enlighet med uppgift a respektive b). Vilket elpris får man på elbörsen om priset beräknas med hjälp av priskryss, och om det inte finns några nätbegränsningar under timme t ? Efterfrågan är 15 000 MW under timme t och konsumenterna är inte priskänsliga.

Tabell 4 Tillgänglig produktionskapacitet för en viss timme på elmarknaden i Rike.

	Tillgänglig vattenkraftkapacitet [MWh/h]	Tillgänglig kärnkraftkapacitet [MWh/h]	Tillgänglig bibränslekapacitet [MWh/h]	Tillgänglig kolkondenskapacitet [MWh/h]
Rikskraft	5 000	4 000	250	–
SRAE	3 000	3 000	500	500
Övriga elbolag	–	–	1 750	2 000

Uppgift 7 (10 p)

Elsystemet i Rike är uppdelat i två delar. I den norra delen av systemet finns stora mängder vattenkraft, men huvuddelen av lasten ligger i den södra delen. Mellan de två områdena finns ett flertal parallella växelströmsledningar. Det maximala flödet på dessa ledningar är 7 000 MW – om man överskrider denna gräns blir elsystemet instabilt och man riskerar omfattande strömvabrott i hela eller delar av elsystemet.

Kraven på frekvensregleringen i Rike är att man ska klara ett dimensionerande fel (d.v.s. ett bortfall i det största kraftverket) utan att frekvensen i systemet sjunker under 49,0 Hz och utan att man överskrider den maximala överföringskapaciteten mellan norr och söder. En del av överföringskapaciteten måste därför reserveras för frekvensreglering, vilket innebär att den maximala överföringen vid nominell frekvens (50 Hz) måste vara lägre än 7 000 MW.

Tabell 5 Frekvensregleringen i Rike.

	Norra Rike	Södra Rike
Reglerstyrka, 49,9–50,1 Hz [MW/Hz]	2 000	1 000
Reglerstyrka, 49,0–49,9 Hz [MW/Hz]	900	300
Dimensionerande fel [MW]	750	1 200

a) (5 p) Hur stor är den maximala överföringskapaciteten från norr till söder vid nominell frekvens?

b) (5 p) Hur stor är den maximala överföringskapaciteten från söder till norr vid nominell frekvens?

Uppgift 8 (20 p)

På elmarknaden i Land handlar man med ursprungsmärkt el, vilket innebär att konsumenterna kan välja mellan olika elprodukter. Stads energi AB erbjuder sina kunder två sorters elprodukter: grå el och bio-el. Den grå elen kan produceras i vilken sorts kraftverk som helst, medan bio-elen ska produceras i biobränsleeldade kraftverk. Den ursprungsmärkta elen avräknas per timme, d.v.s. om de kunder som köper bio-el förbrukar 100 MWh under en viss timme så måste Stads energi AB producera minst 100 MWh bio-el den timmen.

Stads energi AB äger två kraftverk: kolkondenskraftverket Sotinge och det biobränsleeldade kraftverket Flisinge. Varje kraftverk har i sin tur två block. Data för de olika blocken framgår av tabell 6.

a) (16 p) På torsdag eftermiddag har bolaget fått reda på hur mycket de kommer att sälja av respektive elprodukt under fredagen. Formulera Stads energi AB:s planeringsproblem för fredagen som ett MILP-problem. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 9 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

b) (4 p) Antag att man har tillgång till en lösning på planeringsproblemet från a-uppgiften och att denna lösning inkluderar såväl de primala optimeringsvariablerna som dualvariablerna. Har man då tillräckligt med information för att kunna avgöra hur mycket Stads energi AB skulle tjäna om den ursprungsmärkta elen avräknades per dygn i stället för per timme? Visa i så fall vilka beräkningar som man behöver göra. Förklara annars hur man ska gå tillväga för att räkna ut besparingen.

Tips: Om den ursprungsmärkta elen avräknas per dygn måste bolaget varje timme producera lika mycket som den sammanlagda försäljningen av bägge elprodukterna under den timmen, d.v.s. om kunderna förbrukar 50 MWh grå el och 50 MWh bio-el, så måste bolaget under denna timme producera 100 MWh. Det är dock tillåtet att t.ex. producera 75 MWh i Sotinge och 25 MWh i Flisinge, så länge produktion och efterfrågan på bio-el är i balans under dygnet; om den totala försäljningen av bio-el är 2 400 MWh under dygnet så måste bolaget även producera 2 400 MWh i Flisinge, men dessa 2 400 MWh kan fördelas fritt under dygnet.

Tabell 6 Data för Stads energi AB:s kraftverk.

	Sotinge block I	Sotinge block II	Flisinge block I	Flisinge block II
Installerad effekt [MW]	150	120	90	80
Minimal elproduktion vid drift [MW]	40	30	20	15
Driftkostnad [SEK/MWh]	280	350	250	300
Startkostnad [SEK]				
Efter 1 timmes driftstopp	10 000	7 500	5 000	4 500
Efter 2 timmars driftstopp	18 000	13 500	9 000	8 500
Efter 3 timmars driftstopp eller längre	30 000	22 500	15 000	14 000

Tabell 7 Driftplan för torsdagkvällen.

Tid	Elproduktion [MWh]			
	Sotinge block I	Sotinge block II	Flisinge block I	Flisinge block II
21–22	85	0	90	15
22–23	80	0	90	0
23–24	70	0	90	0

Tabell 8 Avtalad last under fredagen.

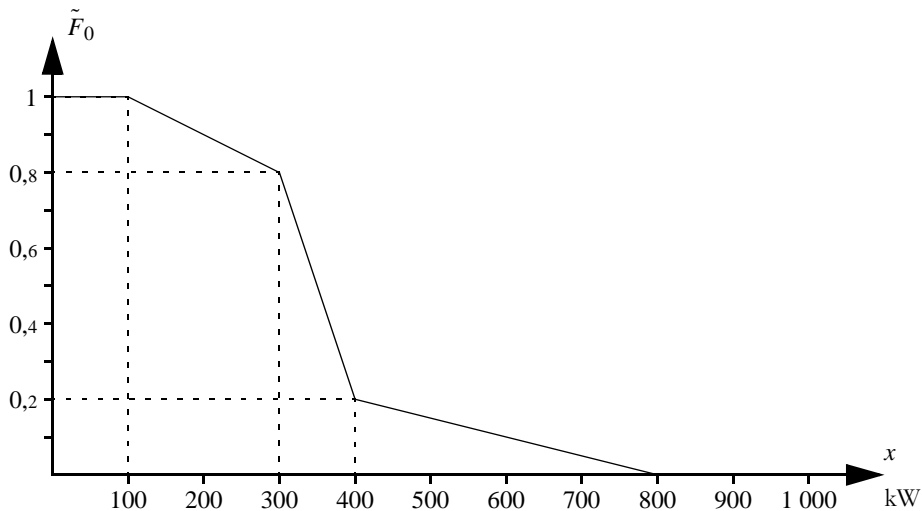
Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Grå el [MWh]	90	90	90	90	90	100	110	120	120	120	125	120
Bio-el [MWh]	65	60	55	50	60	65	70	80	85	80	80	80
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Grå el [MWh]	120	125	125	125	115	100	90	90	90	90	90	90
Bio-el [MWh]	85	80	80	85	85	95	105	105	100	95	85	75

Tabell 9 Beteckningar till Stads energi AB:s planeringsproblem.

Beteckning	Förklaring	Värde
\bar{G}_g	Installerad effekt i kraftverk g	Se tabell 6
\underline{G}_g	Minimal elproduktion då kraftverk g är i drift	Se tabell 6
β_{Gg}	Rörlig produktionskostnad i kraftverk g	Se tabell 6
C_g^*	Startkostnad i kraftverk g efter en timmes driftstopp	Se tabell 6
C_g^{**}	Startkostnad i kraftverk g efter två timmars driftstopp	Se tabell 6
C_g^{***}	Startkostnad i kraftverk g efter minst tre timmars driftstopp	Se tabell 6
$u_{g,t}$	Driftstatus i block g före planeringsperiodens början, $t = -2, -1, 0$	Se tabell 7
$D_{1,t}$	Försäljning av grå el timme t	Se tabell 8
$D_{2,t}$	Försäljning av bio-el timme t	Se tabell 8

Uppgift 9 (20 p)

Stora delar av landsbygden i Eggwanga sakar tillgång till el. De eggwanganska myndigheterna har därför startat ett landsbygdselektrifieringsprogram, och som en del av detta har Eggwanga National Electricity Supply Company Ltd. (ENESCO) fått i uppdrag att elektrifiera byn Ekyaro och dess omgivning. ENESCO undersöker nu hur mycket det skulle kosta att ansluta Ekyaro till det nationella elnätet.



a) (5 p) Figuren ovan visar varaktighetskurvan för lasten i Ekyaro. Ledningen mellan Ekyaro och det nationella elnätet kommer att få en kapacitet på 500 kW. Eftersom elförbrukningen i det nationella nätet är stor i förhållande till produktionskapaciteten är det vanligt med roterande bortkopplingar. ENESCO räknar med att Ekyaro kommer att kopplas bort i snitt 438 timmar per år. Antag att den genomsnittliga produktionskostnaden för el som matas in på det nationella elnätet är 5 kr/kWh och att man kan bortse från förlusterna på ledningen mellan Ekyaro och det nationella elnätet. Använd stokastisk produktionskostnadssimulering för att beräkna den förväntade årliga driftkostnaden för elsystemet i Ekyaro.

b) (5 p) För att öka leveranssäkerheten i Ekyaro överväger ENESCO att även installera ett antal lokala dieselgeneratorer, som kan användas då ledningen till det nationella nätet är bortkopplad, eller då lasten i Ekyaro är högre än vad man kan föra över från det nationella elnätet. Varje dieselgenerator har en kapacitet på 150 kW och en tillgänglighet på 90%. Hur många dieselgeneratorer behövs för att hålla risken för lastbortkoppling i Ekyaro under 10%?

c) (6 p) För att få en mer noggrann beräkning av den förväntade driftkostnaden för Ekyaro önskar ENESCO simulera elsystemet i Ekyaro med en mer detaljerad modell. I denna modell vill man ta hänsyn till att den marginella produktionskostnaden i det nationella nätet är olika vid olika tidpunkter. ENESCO använder följande frekvensfunktion för att modellera den marginella produktionskostnaden:

$$f(x) = \begin{cases} 0,45 & x = 2, \\ 0,35 & x = 6, \\ 0,2 & x = 10, \\ 0 & \text{övriga } x. \end{cases}$$

Modellen ska även ta hänsyn till att förlusterna på ledningen mellan det nationella elnätet och Ekyaro uppgår till 4%.

Utgå från ett elsystem där Ekyaro endast matas med elledningen från det nationella nätet (d.v.s. det finns inga lokala dieselgeneratorer). Definiera en elmarknadsmodell som kan användas för att analysera scenarier i en Monte Carlo-simulering av elsystemet i Ekyaro, där man önskar skatta systemets förväntade driftkostnad och risken för effektbrist. Ange vilka scenarioparametrar, modellkonstanter och resultatvariabler som ingår, samt visa hur resultatvariablerna beräknas.

d) (3 p) Använd slumptalet 0,3 från en $U(0, 1)$ -fördelning för att generera ett slumpvärde på den marginella produktionskostnaden i det nationella elnätet. Ange även slumptalskomplementet till detta värde.

e) (1 p) Då man använder slumptalskomplement i en Monte Carlo-simulering får man en negativ korrelation mellan indata till elmarknadsmodellen (scenarioparametrarna) i olika scenarier. Hur måste denna negativa korrelation påverka korrelationen mellan utdata (resultatvariablerna) i olika scenarier för att metoden ska minska skattningens varians, $Var[m_X]$?

1. Resultatvariablerna måste bli negativt korrelerade.
2. Resultatvariablerna måste bli oberoende.
3. Resultatvariablerna måste bli positivt korrelerade.



KTH Elektro-
och systemteknik

Svarsblad till del I

Namn:

Personnummer:

Uppgift 1

a) Alternativ är korrekt.

b) Alternativ är korrekt.

c) Alternativ är korrekt.

Uppgift 2

a) TWh/år b) M \square /år

c) M \square /år d) M \square /år

Uppgift 3

a) MW b) Hz

Uppgift 4

a) μ_1 MWh/TE μ_2 MWh/TE

\bar{Q}_1 TE \bar{Q}_2 TE

b)

c) Alternativ är korrekt.

d) Alternativ är korrekt.

Uppgift 5

a) kWh/h b) \square /h

c) %

d) Stratum 1: % Stratum 2: %

Stratum 3: %

e) %

Lösningssförslag till tentamen i EG2050/2C1118 Systemplanering, 13 mars 2008.

Uppgift 1

- a) 5, b) 3, c) 2.

Uppgift 2

- a) Vid elpriset 380 ö/MWh producerar vattenkraften, vindkraften och kärnkraften för fullt, vilket ger 141 TWh. Dessutom utnyttjas 40% av prisintervall för kolkondensen, vilket ger ett ytterligare bidrag på $0,4 \cdot 10 = 4$ TWh. Elförbrukningen är således 145 TWh/år.
- b) AB Elbolaget säljer totalt 45 TWh/år till priset 380 ö/MWh , vilket ger en intäkt 45 000 000 $\text{MWh} \cdot 380 \text{ ö/MWh} = 17 100 \text{ M} \text{ö/år}$.
- c) Den rödliga produktionskostnaden för 1 TWh kärnkraft är 1 000 000 $\text{MWh} \cdot 100 \text{ ö/MWh}$. Den rödliga produktionskostnaden för AB Elbolaget skulle således minska med 100 $\text{M} \text{ö/år}$.
- d) Om 1 TWh kärnkraft försvinner måste den ersättas med lika mycket kolkondens, vilket innebär att man behöver ytterligare 10% av kolkondenskapaciteten. Detta medför en prishöjning som motsvarar 10% av prisintervall för kolkondensen, d.v.s. 20 ö/MWh . Bolagets totala intäkter blir då 44 TWh $\cdot 400 \text{ ö/MWh} = 17 600 \text{ M} \text{ö/år}$.

Uppgift 3

- a) De kraftverk som ingår i primärregleringen kompenserar starten av kärnkraftverket genom att minska elproduktionen med totalt 896 MW. Varje enskilt kraftverks bidrag motsvarar dess andel av den totala reglerstyrkan. Forsen motsvarar 2% av reglerstyrkan i systemet och ska således minska produktionen med 17,92 MW. Kraftverket har dock bara möjlighet att minska produktionen med 14 MW. Kraftverket kommer således att producera 22 MW (lägsta möjliga effekt då kraftverket är i drift).
- b) De övriga reglerstyrkstyrda kraftverken i systemet måste minska elproduktionen med 882 MW, vilket kräver att frekvensen ökar med 882 $\text{MW}/3 920 \text{ MW/Hz} = 0,225 \text{ Hz}$. Den nya frekvensen i systemet blir således 50,075 + 0,225 = 50,3 Hz.

Uppgift 4

- a) Följande data är givna i uppgiften:

$$\begin{aligned} \bar{Q} &= \text{maximal tappning i Strömmen} = 200, \\ \hat{Q} &= \text{tappning i Strömmen vid bästa verkningsgrad} = 160, \\ \hat{H} &= \text{elproduktion i Strömmen vid bästa verkningsgrad} = 40, \\ \eta(\hat{Q}) &= \text{relativ verkningsgrad vid maximal tappning i Språnget} = 0,96. \end{aligned}$$

För att beräkna de marginella produktionskvivalenterna behövs elproduktionen vid maximal tappning, som kan beräknas med hjälp av sambandet $H = \gamma_{max} \cdot \eta(\hat{Q}) \cdot \hat{Q}$. Först måste vi dock beräkna den maximala produktionskvivalenten, som erhålls vid bästa verkningsgrad:

$$\gamma_{max} = \text{maximal produktionskvivalent i Strömmen} = 40/160 = 0,25 \text{ MWWh/TE.}$$

Den sökta elproduktionen vid maximal tappning är därmed

$$\bar{H}_1 = \text{maximal elproduktion i Strömmen} = 0,25 \cdot 0,96 \cdot 200 = 48 \text{ MW.}$$

De marginella produktionskvivalenterna kan nu beräknas enligt

$$\mu_1 = \frac{\hat{H}}{\hat{Q}}$$

och

$$\mu_2 = \frac{\bar{H} - \hat{H}}{\bar{Q} - \hat{Q}},$$

vilket ger följande linjära modeller av kraftverket:

$$\mu_j = \text{marginell produktionskvivalent i Strömmen, segment } j =$$

$$= \begin{cases} 0,25 & j = 1, \\ 0,20 & j = 2, \end{cases}$$

$$\bar{Q}_j = \text{maximal tappning i Strömmen, segment } j = \begin{cases} 160 & j = 1, \\ 40 & j = 2. \end{cases}$$

- b) maximera $\sum_{i=1}^{24} \lambda_i (r_i - p_i) + \lambda_j ((\gamma_1 + \gamma_3) M_{1,24} + (\gamma_2 + \gamma_3) M_{2,24} + \gamma_3 M_{3,24})$.

- c) 4.

- d) 2.

Uppgift 5

- a) Den icke-levererade energin under en timme ges av

$$EENS_1 = 1 \cdot \int_0^{800} \bar{F}_1(x) dx = 0,2 \cdot 200 \cdot 2 = 20 \text{ kWh/h.}$$

- b) Den förväntade elproduktionen i dieselgeneratorm är $EG_2 = EENS_1 - EENS_2 = 17 \text{ kWh/h}$. Den förväntade driftkostnaden blir således $ETOC = 2EG_2 = 34 \text{ ö/h}$.

- c) Risken för effektbrist ges av $\bar{F}_2(1000) = 0,85 \bar{F}_1(1000) + 0,15 \bar{F}_1(800) = 0 + 0,15 \cdot 0,2 = 0,03$. Risken för effektbrist är således 3%.

- d) Den förväntade skillnaden mellan de två modellerna i ett visst stratum ges av

$$m_{(X-Z)h} = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (x_{h,i} - z_{h,i}) = \begin{cases} 0 & h = 1, \\ 0,20 & h = 2, \\ 0 & h = 3. \end{cases}$$

- e) Den totala skattningen av LOLP fås genom att viktiga samman den förväntade skillnaden per stratum och sedan lägga till väntevärdet för den förenklade modellen (d.v.s. den LOLP som beräknades i uppgift c):

$$LOLP \approx \sum_{h=1}^3 \omega_h p^h (x - Z)_h + \mu_z = 0 + 0.15 \cdot 0.2 + 0 + 0.03 = 6\%$$

Uppgift 6

a) Enligt Rikskrafts prognos kommer vattenkraften och kärnkraften att leverera 121 TWh, vilket betyder att övriga kraftverk måste producera 14 TWh. Antag att elpriset är λ . För λ i intervallet 150–300 $\text{€}/\text{MWh}$ bidrar biobränslekraftverken med

$$\frac{\lambda - 150}{350 - 150} \cdot 20.$$

Sätter man detta uttryck lika med 14 och löser ut λ får man $\lambda = 290 \text{ €}/\text{MWh}$, vilket är inom det antagna intervallet. Enligt Rikskrafts prognos får man således balans mellan produktion och konsumtion då elpriset är 290 $\text{€}/\text{MWh}$.

b) Enligt SRAE:s prognos kommer vattenkraften och kärnkraften att leverera 117 TWh, vilket betyder att övriga kraftverk måste producera 19 TWh. Antag att elpriset är λ . För λ i intervallet 300–350 $\text{€}/\text{MWh}$ blir det totala bidraget från biobränslekraftverken och kolkondensen

$$\frac{\lambda - 150}{350 - 150} \cdot 20 + \frac{\lambda - 300}{500 - 300} \cdot 20.$$

Sätter man detta uttryck lika med 19 och löser ut λ får man $\lambda = 320 \text{ €}/\text{MWh}$, vilket är inom det antagna intervallet. Enligt SRAE:s prognos får man således balans mellan produktion och konsumtion då elpriset är 320 $\text{€}/\text{MWh}$.

c) Antag att elpriset är lika med SRAE:s vattenvärde, d.v.s. 320 $\text{€}/\text{MWh}$. Då kommer man att utnyttja all kärnkraft (som ju bjuds in till ett lägsta pris på 100 $\text{€}/\text{MWh}$) och all Rikskrafts vattenkraft (som ju bjuds in till ett lägsta pris på 290 $\text{€}/\text{MWh}$). Dessutom kommer buden från 85% av de biobränsleddade kraftverken att antas (eftersom elpriset 320 $\text{€}/\text{MWh}$ motsvarar 85% av prisintervall 150–300 $\text{€}/\text{MWh}$) och 10% av kolkondensen (eftersom elpriset 320 $\text{€}/\text{MWh}$ motsvarar 10% av prisintervallet 300–500 $\text{€}/\text{MWh}$). Detta ger totalt 7 000 + 5 000 + 0,85 · 2 500 + 0,1 · 2 500 = 14 375 MW. De resterande 625 MW kan täckas med SRAE:s vattenkraft, vilket betyder att man får balans mellan produktion och konsumtion vid elpriset 320 $\text{€}/\text{MWh}$.

Uppgift 7

a) Om ett fel inträffar i norra Rike kommer en del av produktionen i norra Rike ersättas med import från den södra delen av landet. Ett dimensionerande fel i norra Rike sätter alltså ingen gräns för den maximala överföringen från norr till söder. Om ett dimensionerande fel däremot inträffar i södra Rike så kommer flödet från norr till söder att öka, eftersom en del av bortfallet i södra Rike ersätts med reglerstykt vattenkraft i norra Rike. Överföringen mellan de två områdena får således inte vara större än att det finns utrymme för produktionsökningen i norra Rike.

I intervallet 49,9–50,1 Hz är den totala reglerstyrkan i Rike 3 000 MW/Hz. Om frekvensen sjunker till 49,9 Hz tillförs totalt 300 MW, vilket inte är tillräckligt för att ersätta ett bortfall på 1 200 MW i södra Rike. Frekvensen måste därför sjunka ytterligare så att de kraftverk som även bidrar med reglerstyrka då frekvensen är lägre än 49,9 Hz ökar produktionen med ytterligare 900 MW. Eftersom den totala reglerstyrkan nu endast är 1 200 MW/Hz, blir frekvensändringen $\Delta f = 900/1\,200 \text{ Hz}$ räknat från $f = 49,9$, d.v.s. den slutliga frekvensen blir 49,9 – 0,75 = 49,15 Hz. Vid

denna frekvens har kraftverken i norra Rike ökat produktionen med $0,1 \cdot 2\,000 + 0,75 \cdot 900 = 875 \text{ MW}$. Den maximala överföringen från norr till söder får därför inte överskrida $7\,000 - 875 = 6\,125 \text{ MW}$ vid nominell frekvens.

b) Om ett dimensionerande fel inträffar i norra Rike så kommer flödet från söder till norr att öka, eftersom en del av bortfallet ersätts med reglerstykt vattenkraft i södra Rike. Motsvarande resonemang som i a-uppgiften ger att frekvensen i Rike sjunker till 49,9 – 450/1 200 = 49,525 Hz. Vid denna frekvens har kraftverken i södra Rike ökat produktionen med $0,1 \cdot 1\,000 + 0,375 \cdot 300 = 212,5 \text{ MW}$. Den maximala överföringen från söder till norr får därför inte överskrida $7\,000 - 212,5 = 6\,787,5 \text{ MW}$ vid nominell frekvens.

Uppgift 8

- a) Problemet vi vill lösa är
- minimera $\text{produktionskostnaderna} + \text{startkostnaderna}$
 - med hänsyn till $\text{begränsningar i produktionskapacitet, samband mellan driftstatus och start av kraftverk, lastbalans.}$

Uppdelningen i två olika elprodukter kan hanteras på olika sätt. En variant är att kräva att dels ha ett lastbalansvillkor för den totala lasten (d.v.s. $\text{total produktion} = \text{total antald last}$) och ett ytterligare lastbalansvillkor för bio-ele (d.v.s. $\text{total produktion i Flisinge} \geq \text{säld bio-el}$). I den här lösningen har vi i stället valt att dela upp elproduktionen i varje kraftverk i en del som säljs som grå el, och en del som säljs som bio-el.

Index för kraftverken

Sotinge I - 1, Sotinge II - 2, Flisinge I - 3, Flisinge II - 4.

Index för elprodukter

Grå el - 1, bio-el - 2.

Parametrar

Parametrarna är definierade i tabell 9 i uppgiftslöslsen.

Optimeringsvariabler

- $G_{g,e,t}$ = produktion i kraftverk g , timme t , såld som elprodukt e , $g = 1, \dots, 4$, $e = 1, 2$, $t = 1, \dots, 24$,
- $u_{g,t}$ = driftstatus i kraftverk g under timme t , $g = 1, \dots, 4$, $t = 1, \dots, 24$,
- $s_{g,t}^*$ = start av kraftverk g , timme t , efter en timmes driftstopp,
- $s_{g,t}^{**}$ = start av kraftverk g , timme t , efter två timmars driftstopp,
- $s_{g,t}^{***}$ = start av kraftverk g , timme t , efter minst tre timmars driftstopp,
- $g = 1, \dots, 4$, $t = 1, \dots, 24$.

Målfunktion

$$\text{minimera } \sum_{t=1}^{24} (\beta_g G_{g,1,t} + G_{g,2,t}) + C_g^{**} s_{g,t}^{**} + C_g^{***} s_{g,t}^{***} + C_g^{****} s_{g,t}^{****}$$

Bivillkor

Maximal produktion i kraftverken:

$$G_{g,1,t} + G_{g,2,t} \leq u_{g,t} \bar{G}_g, \quad g=1, \dots, 4, t=1, \dots, 24.$$

Minimal produktion i kraftverken:

$$G_{g,1,t} + G_{g,2,t} \geq u_{g,t} \underline{G}_g, \quad g=1, \dots, 4, t=1, \dots, 24.$$

Samband mellan driftstatus och start efter en viss tidsperiod:

$$u_{g,t} - u_{g,t-1} - u_{g,t-2} - u_{g,t-3} - s_{g,t}^{***} \leq 0, \quad g=1, \dots, 4, t=1, \dots, 24,$$

$$u_{g,t} - u_{g,t-1} - u_{g,t-2} - s_{g,t}^{***} - s_{g,t}^{**} \leq 0, \quad g=1, \dots, 4, t=1, \dots, 24,$$

$$u_{g,t} - u_{g,t-1} - s_{g,t}^{***} - s_{g,t}^{**} - s_{g,t}^{*} \leq 0, \quad g=1, \dots, 4, t=1, \dots, 24.$$

Lastbalans för grå el:

$$\sum_{g=1}^4 G_{g,1,t} = D_{1,t}, \quad t=1, \dots, 24.$$

Lastbalans för bio-el:

$$\sum_{g=2}^4 G_{g,2,t} = D_{2,t}, \quad t=1, \dots, 24.$$

Variabelgränser

$$\begin{aligned} 0 &\leq G_{g,e,t} \\ u_{g,t} &\in \{0, 1\}, \\ s_{g,t}^* &\in \{0, 1\}, \\ s_{g,t}^{**} &\in \{0, 1\}, \\ s_{g,t}^{***} &\in \{0, 1\}, \end{aligned} \quad \begin{aligned} g &= 1, \dots, 4, e = 1, 2, t = 1, \dots, 24, \\ g &= 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24, \\ g &= 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24, \\ g &= 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24, \\ g &= 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24. \end{aligned}$$

b) Det hjälper inte att ha tillgång till en lösning med dualvariablerna, eftersom dess anger hur mycket målfunktionsvärdet ändras då man gör en liten ändring i högerledet på ett bivillkor. För att undersöka hur målfunktionsvärdet ändras om man den ursprungsmärkta elen avräknas per dygn i stället för per timme måste man helt göra om lastbalansbivillkoren, så att man har dels ett krav att man i varje timme har balans mellan den totala avtalade lasten och den totala produktionen, d.v.s.

$$\sum_{e=1}^2 \sum_{g=1}^4 G_{g,e,t} = \sum_{e=1}^2 D_{e,t}, \quad t=1, \dots, 24,$$

och dels ett krav på att man över ett dygn har balans mellan den totala försäljningen av en viss elprodukt och den totala efterfrågan på samma elprodukt, d.v.s

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^{24} G_{g,1,t} &= \sum_{t=1}^{24} D_{1,t} \\ \sum_{t=1}^{24} G_{g,2,t} &= \sum_{t=1}^{24} D_{2,t} \end{aligned}$$

Uppgift 9

a) Ledningen kan förväntas vara bortkopplad under 438 av årets 8 760 timmar, vilket motsvarar 5% av tiden. Ledningen kan därför modelleras som ett kraftverk med en kapacitet på 500 kW, produktionskostnad 5 ¢/kWh och tillgänglighet 95%. Den förväntade elproduktionen i ett sådant kraftverk under ett år kan beräknas enligt

$$\begin{aligned} EG_1 &= 8\,760 \cdot 0,95 \int_0^{500} \tilde{F}_0(x) dx = 8\,760 \cdot 0,95(1 \cdot 100 + (1 + 0,8)/2 \cdot 200 + (0,8 + 0,2)/2 \cdot 100 \\ &\quad + (0,2 + 0,15)/2 \cdot 100) \approx 2,89 \text{ GWh/år.} \end{aligned}$$

Den förväntade driftkostnaden under ett år blir då $ETOC = 5EG_1 \approx 14,46$ Mkr/år.

b) Risken för bortkoppling av last i Ekyaro om man endast förlitar sig på det nationella nätet ges av

$$LOLP_1 = \tilde{F}_1(500) = 0,95\tilde{F}_0(500) + 0,05\tilde{F}_0(500 - 500) = 0,95 \cdot 0,15 + 0,05 \cdot 1 = 19,25\%.$$

Med en dieselgenerator får man

$$\begin{aligned} LOLP_2 &= \tilde{F}_2(650) = 0,9\tilde{F}_1(650) + 0,1\tilde{F}_1(500) = \\ &= 0,9(0,95\tilde{F}_0(650) + 0,05\tilde{F}_0(650 - 500)) + 0,1 \cdot 0,1925 = \\ &= 0,9(0,95 \cdot 0,075 + 0,05 \cdot 0,95) + 0,1 \cdot 0,1925 \approx 12,61\%. \end{aligned}$$

Med två dieselgeneratorer får man

$$\begin{aligned} LOLP_3 &= \tilde{F}_3(800) = 0,9\tilde{F}_2(800) + 0,1\tilde{F}_2(650) = \\ &= 0,9(0,9\tilde{F}_1(800) + 0,1\tilde{F}_1(800 - 150)) + 0,1 \cdot 0,126125 = \\ &= 0,9(0,9(0,95\tilde{F}_0(800) + 0,05\tilde{F}_0(800 - 500)) + 0,1\tilde{F}_1(650)) + 0,1 \cdot 0,126125 = \\ &= 0,9(0,9 \cdot (0,95 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,8) + 0,1 \cdot (0,95 \cdot 0,075 + 0,05 \cdot 0,95)) + 0,1 \cdot 0,126125 = 5,57\%. \end{aligned}$$

Det behövs med andra ord två dieselgeneratorer för att hålla LOLP i Ekyaro under 10%.

c) Inför följande scenarioparametrar:

- D = last i Ekyaro,
- β = marginell produktionskostnad i det nationella nätet,
- \tilde{P} = tillgänglig överföringskapacitet från det nationella nätet.

Inför följande modellkonstant:

$$\beta_L = \text{förlustkoefficient för överföring från det nationella nätet.}$$

Importen från det nationella elnätet, d.v.s. den effekt som matas in på ledningen, betecknas P och är en resultatvariabel. Den kan beräknas enligt

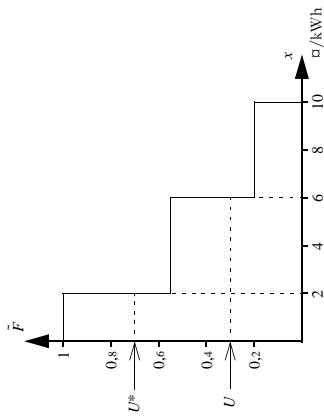
$$P = \begin{cases} 0 & \text{om } \bar{P} = 0, \\ \frac{D}{1 - \beta_L} & \text{om } \bar{P} = 500 \text{ och } D \leq (1 - \beta_L)\bar{P} = 480, \\ 500 & \text{om } \bar{P} = 500 \text{ och } D > (1 - \beta_L)\bar{P} = 480. \end{cases}$$

Slutligen har vi de två resultatvariabler som behövs för att skatta *ETOC* och *LOLP*: driftkostnaden som ges av $TOC = \beta \cdot P$, och *LOLO* som är lika med $1 - \bar{P} = 0$ (d.v.s. om ledningen är bortkopplad) eller om $D > 480$ (d.v.s. den effekt som når fram till Ekyvaro om man matar in 500 kW på ledningen), och som annars är lika med 0.

d) Enligt definition har vi

$$\tilde{F}(x) = \sum_{t > x} f(t) = \begin{cases} 1 & x < 2, \\ 0,55 & 2 \leq x < 6, \\ 0,2 & 6 \leq x < 10, \\ 0 & 10 \leq x. \end{cases}$$

Om man ritat varaktighetskurvan är det lätt att se att $U = 0,3$ transformeras till $6 \text{ } \sigma / \text{kWh}$ och $U^* = 1 - U = 0,7$ transformeras till $2 \text{ } \sigma / \text{kWh}$.



e) 1.