



**KTH Elektro-
och systemteknik**

Tentamen i 2C1118 Systemplanering, 12 mars 2007, 8:00–13:00, D31-D34

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med tentamen.

DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 35 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 32 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (3).

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (1 p) Vilken eller vilka aktörer har ansvaret för att den fysiska balansen mellan produktion och konsumtion upprätthålls i varje ögonblick?

1. Varje enskild producent respektive konsument.
2. De balansansvariga aktörerna.
3. Systemoperatören.

b) (1 p) Vad gäller för ett s.k. fastkraftavtal?

1. Kunden måste i förväg meddela leverantören exakt hur mycket energi man kommer att förbruka under varje handelsperiod.
2. Kunden köper lika mycket energi per handelsperiod under hela kontraktets giltighetstid.
3. Under kontraktets giltighetstid abonnerar kunden på en viss maximal effekt och får köpa valfri mängd energi per handelsperiod, så länge den maximala effekten inte överskrids.

c) (2 p) På en elbörs med priskryss gäller att I) Aktörer som vill sälja till börsen anger i sina bud det lägsta pris de är villiga att sälja för, II) Aktörer som vill köpa från börsen anger i sina bud det högsta pris de är villiga att betala, III) Alla accepterade bud handlar till samma pris (om man bortser från transmissionsbegränsningar och förluster).

1. Endast I är sant.
2. Endast II är sant.
3. Endast III är sant.
4. I och II är sanna men inte III.
5. Alla påståendena är sanna.

Uppgift 2 (6 p)

Betrakta den gemensamma elmarknaden för de två länderna Rike och Maa. Antag att det råder perfekt konkurrens, att alla aktörer har perfekt information, samt att det inte finns några magasinbegränsningar eller effektbegränsningar i kraftverken. Elsystemen i Rike och Maa är förbundna via en HVDC-ledning och om denna ledning utnyttjas maximalt kan man överföra 18 TWh/år. Övriga data framgår av tabell 1. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära inom de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Tabell 1 Data för elmarknaden i Rike och Maa.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]		Rörlig produktionskostnad [€/MWh]
	Rike	Maa	
Vattenkraft	50	10	30–60
Kolkondens	15	15	160–180
Elförbrukning [TWh/år]	35	40	

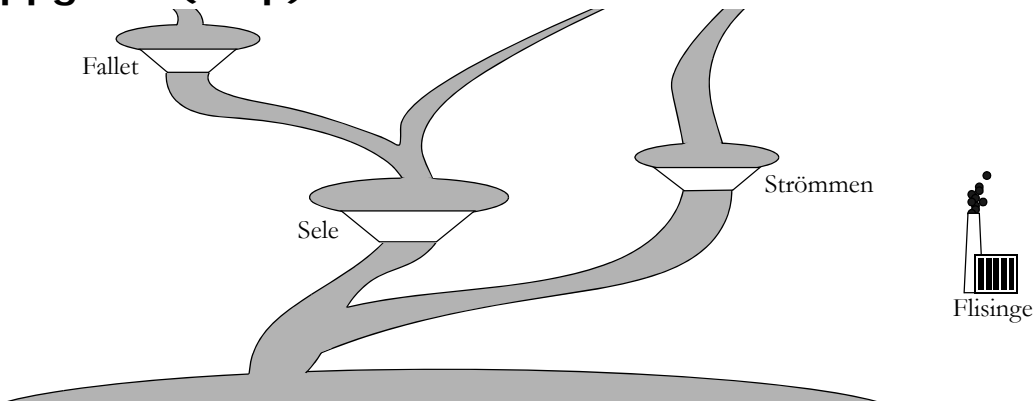
- a) (2 p)** Vilket elpris skulle man få på den gemensamma elmarknaden om det *inte* fanns någon transmissionsbegränsning mellan de två länderna?
- b) (1 p)** Vilken handel skulle man få mellan de två länderna om det *inte* fanns någon transmissionsbegränsning, d.v.s. vilket land skulle exportera och hur mycket?
- c) (2 p)** Vilket elpris får man i Rike då man tar hänsyn till transmissionsbegränsningen?
- d) (1 p)** Vilket elpris får man i Maa då man tar hänsyn till transmissionsbegränsningen?

Uppgift 3 (6 p)

Vattenkraftverket Forsen är ett av de kraftverk som sköter primärregleringen i Rike. Vid nominell frekvens (50 Hz) producerar Forsen 200 MW. Reglerstyrkan i Forsen är inställd på 100 MW/Hz och den är tillgänglig inom frekvensområdet $50 \pm 0,1$ Hz.

- a) (3 p)** Elsystemet i Rike har vid ett visst tillfälle en total reglerstyrka (d.v.s. inklusive reglerstyrkan i Forsen) på 2 525 MW/Hz och frekvensen är 50,06 Hz. Hur mycket producerar Forsen vid detta tillfälle?
- b) (3 p)** Vid det tillfälle som beskrivs i a-uppgiften inträffar ett fel i en transformator vid Forsen och kraftverket kopplas bort från nätet. Vilken frekvens får man i systemet då primärregleringen har återställt balansen mellan produktion och konsumtion? Svara med tre decimaler!

Uppgift 4 (12 p)



AB Elkraft äger tre vattenkraftverk lokaliserade enligt figuren ovan. Dessutom äger man det bio-bränsleeldade kraftverket Flisinge. I ett korttidsplaneringsproblem för bolagets kraftverk har man infört följande beteckningar:

Index för vattenkraftverken: Fallet 1, Sele 2, Strömmen 3.

D_t = avtalad last timme t , $t = 1, \dots, 24$,

G_t = elproduktion i Flisinge, timme t , $t = 1, \dots, 24$,

$Q_{i,j,t}$ = tappning i vattenkraftverk i , segment j , timme t ,
 $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24$,

$V_{i,t}$ = lokalt inflöde till magasin i , timme t , $i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24$,

β = rörlig produktionskostnad i Flisinge,

$\mu_{i,j}$ = marginell produktionsekvivalent i vattenkraftverk i , segment j ,
 $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$.

a) (4 p) Formulera AB Elkrafts lastbalansbivillkor för timme t . Använd beteckningarna ovan.

b) (2 p) Vattenmagasinet vid kraftverket Sele innehåller $3\,600\,000\text{ m}^3$ vatten klockan 8:00. Fram till klockan 8:30 vare sig tappar man eller spiller något från detta magasin, men man tappar $180\text{ m}^3/\text{s}$ i vattenkraftverket Fallet och det lokala inflödet mellan Fallet och Sele uppgår till $20\text{ m}^3/\text{s}$. Hur många timenheter (TE) vatten finns lagrat i Seles magasin klockan 8:30? Rinntiden mellan kraftverken kan försummas.

c) (2 p) Då man tar fram en styckvis linjär modell av elproduktionen i ett vattenkraftverk är det lämpligt I) Att lägga brytpunkterna mellan de linjära segmenten vid de tappningar där man har ett lokalt maximum i verkningsgraden, eftersom dessa tappningar kommer att bli vanligt förekommande i lösningen till planeringsproblemet, II) Att låta de marginella produktionsekvivalenterna vara stigande med ökande tappning, eftersom man då slipper använda heltalsvariabler i planeringsproblemet, III) Att anta att elproduktionen endast är en funktion av tappningen (d.v.s. att försumma hur magasinets nivå påverkar fallhöjden m.m.).

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast III är sant.
3. I och II är sanna men inte III.
4. I och III är sanna men inte II.
5. Alla påståendena är sanna.

d) (2 p) Antag AB Elkraft beslutat att Flisinge ej ska tas ur drift för kortare tidsperioder än fyra timmar, d.v.s. om kraftverket tas ur drift 12:00 så får det inte startas igen före 16:00. Inför följande beteckningar:

s_t^+ = startvariabel för timme t (1 om Flisinge startar elproduktionen i början av timme t , annars 0),

s_t^- = stoppvariabel för timme t (1 om Flisinge stoppar elproduktionen i början av timme t , annars 0).

Hur formuleras ett linjärt bivillkor som reglerar sambandet mellan s_t^- , s_{t+1}^+ , s_{t+2}^+ och s_{t+3}^+ ?

1. $s_t^- \cdot s_{t+1}^+ \cdot s_{t+2}^+ \cdot s_{t+3}^+ = 1.$
2. $s_t^- + s_{t+1}^+ + s_{t+2}^+ + s_{t+3}^+ < 1.$
3. $s_t^- + s_{t+1}^+ + s_{t+2}^+ + s_{t+3}^+ \leq 1.$
4. $s_t^- + s_{t+1}^+ + s_{t+2}^+ + s_{t+3}^+ = 1.$
5. $s_t^- + s_{t+1}^+ + s_{t+2}^+ + s_{t+3}^+ \geq 1.$

e) (2 p) Inför variabler och parametrar i AB Elkrafts planeringsproblem:

\bar{G} = övre gräns för elproduktionen i Flisinge då kraftverket är i drift,

G_t = elproduktion i Flisinge under timme t ,

u_t = driftstatus i Flisinge under timme t (1 om kraftverket är i drift under timme t , annars 0).

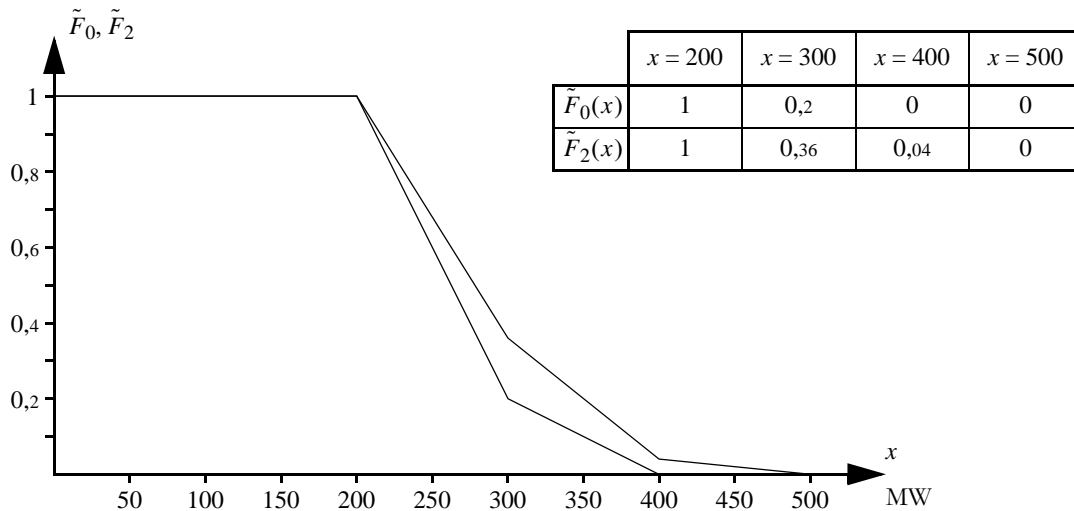
Hur formuleras ett linjärt bivillkor som reglerar sambandet mellan \bar{G} , G_t och u_t för timme t ?

1. $G_t + \bar{G} + u_t \leq 0.$
2. $G_t + \bar{G} \cdot u_t \leq 0.$
3. $G_t + \bar{G} \cdot u_t = 0.$
4. $G_t + \bar{G} \cdot u_t \geq 0.$
5. $G_t - \bar{G} \cdot u_t \leq 0.$

Uppgift 5 (12 p)

Det nationella elnätet i Ensi försörjs av ett antal vattenkraftverk, samt ett termiskt kraftverk i Ebbuga. Vattenkraftverken har en sammanlagd effekt på 300 MW och kan anses vara 100% tillgängliga. Det termiska kraftverket har en installerad effekt på 100 MW, tillgänglighet är 80% och den rörlig driftkostnaden är 1 000 $\text{€}/\text{MWh}$.

Figuren nedan visar varaktighetskurvan för den totala lasten i Ensi, $\tilde{F}_0(x)$, samt varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten inklusive bortfall i det termiska kraftverket, $\tilde{F}_2(x)$.



a) (3 p) Vad har systemet för *ETOC*?

b) (3 p) Vad har systemet för *LOLP*?

c) (2 p) I en Monte Carlo-simulering av Ensi behöver man generera slumpvärden på den tillgängliga produktionskapaciteten i det termiska kraftverket, \bar{G} . Antag att man erhåller slumpvalet $U_0 = 0,3$ från en $U(0, 1)$ -fördelning. Med hjälp av den inversa transformmetoden transformeras U_0 till $\bar{G} = 100$. Vad är slumpvalets komplement till detta värde på \bar{G} ?

d) (2 p) I tabell 2 visas en sammanställning av resultaten från en Monte Carlo-simulering av Ensi, där elsystemet i Ensi modellerats med en multi-areamodell. För att få fram mer noggranna skattningar av har man använt kontrollvariabelmetoden. Vilken skattning av *ETOC* får man från denna Monte Carlo-simulering?

e) (2 p) Vilken skattning av *LOLP* får man från Monte Carlo-simuleringen?

Tabell 2 Resultat från Monte Carlo-simulering av det nationella elsystemet i Ensi.

Antal scenarier, n	Resultat från multi-areamodell		Resultat från en-areamodell	
	$\sum_{i=1}^n toc_i$	$\sum_{i=1}^n lol_i$	$\sum_{i=1}^n \tilde{toc}_i$	$\sum_{i=1}^n \tilde{lolo}_i$
1 000	9 070 000	77	7 370 000	42

DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 35 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (3, 4, 5) som ges på tentamen.

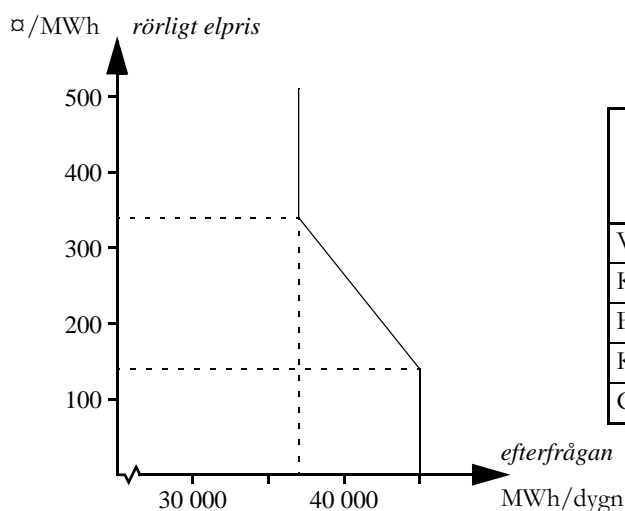
Uppgift 6 (10 p)

Betrakta en förenklad modell av elmarknaden i Republiken under ett dygn. Maximal dygnsproduktion och rörliga kostnader framgår av tabell 3 nedan. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära inom de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Elmarknaden i Republiken fungerar så att producenter och elleverantörer handlar med varandra på en elmarknad, där man kan anta perfekt konkurrens, perfekt information och att det inte finns några nät-, magasins- eller effektbegränsningar. Elleverantörerna säljer sedan i sin tur vidare elen till konsumenterna. Notera att det således finns två olika priser på elmarknaden i Republiken: dels ett *marknadspris*, som sätts av handeln mellan producenter och leverantörer, och dels ett *elpris*, som avtalas mellan leverantörerna och konsumenterna.

Vad elpriset beträffar erbjuder leverantörerna två typer av kontrakt. Ett fastprisavtal innebär att konsumenterna betalar ett fast elpris, närmare bestämt 210 $\text{ö}/\text{MWh}$. Den andra avtalsformen innebär att kunderna betalar ett rörligt elpris, som är lika med marknadspriset på el plus ett påslag på 5%. Under det dygn som behandlas i denna uppgift kommer kunderna att konsumera 42 000 MWh ifall de har ett fastprisavtal. Sambandet mellan elkonsumention och rörligt pris framgår av figuren nedan.

Är det under detta dygn mest förmånligt för elleverantörerna om alla kunder har fastprisavtal eller om alla kunder har kontrakt med rörligt elpris?



Tabell 3 Data för elmarknaden i Republiken.

Kraftslag	Produktionskapacitet [MWh/dygn]	Rörlig kostnad [$\text{ö}/\text{MWh}$]
Vattenkraft	15 000	10
Kärnkraft	20 000	100–120
Biobränslen	3 000	100–200
Kolkondens	10 000	200–300
Gasturbiner	1 000	500–600

Uppgift 7 (10 p)

Betrakta ett elsystem bestående av de fyra länderna Aland, Beland, Celand och Deland. Vid ett visst tillfälle råder balans mellan produktion och konsumtion. Frekvensen är exakt 50 Hz i hela systemet. Data för transmissionsförbindelserna mellan länderna ges i tabell 4. Varje förbindelse är försedd med ett skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning automatiskt kopplar bort förbindelsen om flödet skulle överskrida den maximala kapaciteten. Effektflödena på HVDC-förbindelserna påverkas inte av frekvensen i systemet, utan kan bara kontrolleras manuellt.

Reglerstyrkan i systemet är fördelad enligt tabell 5. Antag att det inte finns några begränsningar för hur mycket de reglerstyrkestyrda kraftverken öka respektive minska sin produktion.

Tabell 4 Data för transmissionsförbindelserna.

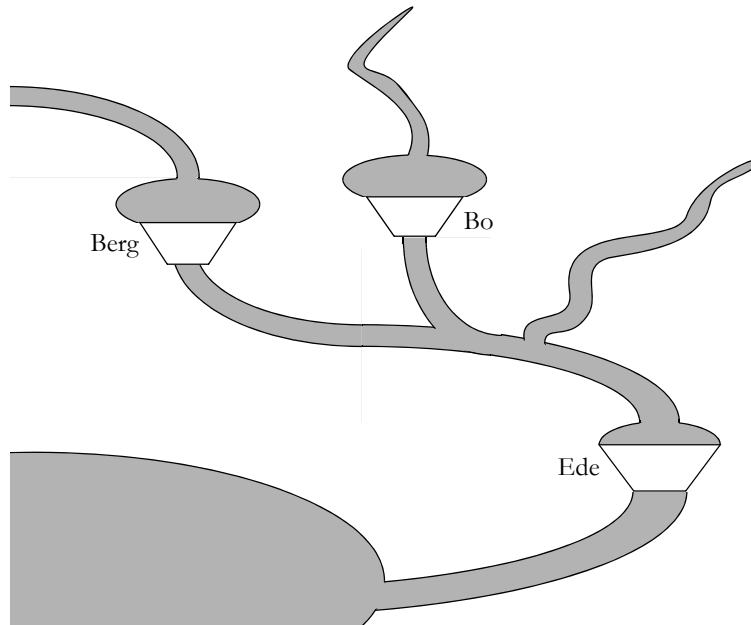
Förbindelse	Typ	Nuvarande transmission [MW]	Maximal kapacitet [MW]
Aland ↔ Beland	Likström (HVDC)	140 MW från Aland till Beland	400
Aland ↔ Celand	Växelström	125 MW från Celand till Aland	400
Beland ↔ Celand	Växelström	250 MW från Celand till Beland	300
Celand ↔ Deland	Likström (HVDC)	1 100 MW från Deland till Celand	1 100

Tabell 5 Fördelning av reglerstyrkan.

Land	Reglerstyrka [MW/Hz]
Aland	850
Beland	200
Celand	650
Deland	2 000

Antag att man vill att systemet ska vara kapabelt att klara ett bortfall på HVDC-ledningen mellan Celand och Deland, då Celand importerar maximalt från Deland, utan att frekvensen avviker mer än 0,7 Hz från den nominella frekvensen (50 Hz) eller att några av de övriga transmissionsförbindelserna blir överbelastade. Hur kan man på ett enkelt sätt (d.v.s. utan att investera i nya kraftverk eller förstärka transmissionsförbindelser) se till att systemet uppfyller detta krav?

Uppgift 8 (20 p)



AB Vattenkraft äger tre vattenkraftverk lokaliserade enligt figuren ovan. Data för kraftverken ges i tabell 6. Bolaget planerar att sälja sin elproduktion på den lokala elbörsen ElKräng. Man antar att man kan sälja så mycket man önskar till de priser som anges i tabell 7. Sparat vatten antas kunna användas till elproduktion vid den bästa marginella produktionsekvivalenten i respektive kraftverk och framtida elproduktion är värderad till 300 SEK/MWh. Rinntiden mellan kraftverken kan försummas.

a) (10 p) Formulera AB Vattenkrafts planeringsproblem som ett LP-problem. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 8 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

b) (10 p) Antag att AB Vattenkraft har tecknat ett avtal med systemoperatören att tillhandahålla en reglerstyrka på minst 320 MW/Hz under varje timme. AB Vattenkraft kan själv bestämma hur reglerstyrkan ska fördelas mellan de tre kraftverken. Varje kraftverk har dock ett begränsat antal lägen för reglerstyrkan (se tabell 6). Reglerstyrkan ska vara tillgänglig i intervallet $50 \pm 0,1$ Hz, d.v.s. om man ställer in en viss reglerstyrka i ett kraftverk måste man planera basproduktionen så att man har marginaler för att öka respektive minska elproduktionen så mycket som krävs om frekvensen avviker upp till 0,1 Hz från nominell frekvens.

Hur måste planeringsproblemet från a-uppgiften formuleras om för att ta hänsyn till kravet på reglerstyrka och tillräckliga reglermarginaler. Glöm inte att definiera alla nya variabler och parametrar du inför!

Tips: Använd binära variabler som är lika med ett om man ställt in en viss reglerstyrka i ett visst kraftverk under en viss timme och som annars är lika med noll.

Tabell 6 Data för AB Vattenkrafts kraftverk.

Kraftverk	Installerad effekt [MW]	Startinnehåll i vattenmagasinet [TE]	Maximalt magasininnehåll [TE]	Marginella produktionsekvivalenter [MWh/TE]		Maximal tappning [TE]		Lokalt inflöde [TE]	Möjlig reglerstyrka [MW/Hz]
				Segment 1	Segment 2	Segment 1	Segment 2		
Berg	92	850	1 000	0,68	0,60	100	40	80	0, 40, 80, 160
Bo	82,4	1 065	1 400	0,72	0,62	80	40	60	0, 40, 80, 160
Ede	172,5	760	800	0,80	0,70	150	75	10	0, 80, 160, 320

Tabell 7 Förväntade priser på ElKräng.

Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	246	243	242	243	248	259	266	303	390	405	378	322
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	297	294	285	281	288	378	417	300	277	261	253	245

Tabell 8 Beteckningar till AB Vattenkrafts planeringsproblem.

Beteckning	Förklaring	Värde
\bar{H}_i	Installerad effekt i kraftverk i	Se tabell 6
$M_{i,0}$	Startinnehåll i magasin i	Se tabell 6
\bar{M}_i	Maximalt innehåll i magasin i	Se tabell 6
$\mu_{i,j}$	Marginell produktionsekvivalent i kraftverk i , segment j	Se tabell 6
$\bar{Q}_{i,j}$	Maximal tappning i kraftverk i , segment j	Se tabell 6
V_i	Lokal tillrinning till magasin i	Se tabell 6
λ_t	Förväntat pris på ElKräng timme t	Se tabell 7
λ_f	Förväntat framtida elpris	300

Uppgift 9 (20 p)

Mitt ute i Stilla havet ligger ön Ilha. Ön har successivt avfolkats, men två små byar och ett elbolag finns kvar. Den ena byn, Selva, ligger mitt på ön i djungeln. I Selva finns det en 200 kW dieselgenerator som har en rörlig driftkostnad på 1 $\text{€}/\text{kWh}$ och en tillgänglighet på 75%. Den andra byn, Costa, ligger längs kustbandet. Utanför Costa finns en våggenerator som har en installerad effekt på 100 kW. Den maximalt tillgängliga kapaciteten för våggeneratoren är stokastisk, eftersom den beror av hur stora vågorna är. En approximation av sannolikhetsfördelningen för den tillgängliga kapaciteten i våggeneratoren är att det är 40% chans att den kan producera 50 kW och 60% chans att den kan producera 100 kW.

Våggeneratoren producerar alltid maximal tillgänglig kapacitet. Om lasten skulle understiga den tillgängliga kapaciteten förbrukas överskottet till en varmvattenberedare vid det lilla sjukhuset i Costa.

Dieselgeneratoren har låg verkningsgrad då den producerar mindre än 50 kW, vilket gör att produktionskostnaden per timme är nästan densamma då man producerar 10 kW som då man producerar 50 kW. Elbolaget har därför gått med på att ställa in reglersystemet så att då dieselgeneratoren är i drift producerar den aldrig mindre än 50 kW och om man får ett överskott från dieselgeneratoren så går även det till varmvattenberedaren vid sjukhuset i Costa. Observera dock att man aldrig får ett överskott från både våggeneratoren och dieselgeneratoren samtidigt – om den tillgängliga produktionskapaciteten i våggeneratoren överstiger lasten tas dieselgeneratoren automatiskt ur drift.

Lasten i Costa är $N(110, 40)$ -fördelad och lasten i Selva är $N(90, 30)$ -fördelad. Ledningen mellan de två byarna har alltid tillräckligt med överföringskapacitet och förlusterna är försumbara.

a) (2 p) För att man ska kunna tillämpa stokastisk produktionskostnadssimulering av elsystemet på Ilha måste man bortse från en av de faktorer som beskrivits ovan. Vilken förenkling är det man måste göra?

b) (4 p) Byborna är missnöjda med den dåliga leveranssäkerheten och tycker att elbolaget borde vidta åtgärder för att få ner risken för effektbrist under 10%. I tabell 9 visas resultat från en stokastisk produktionskostnadssimulering av elsystemet på Ilha. Varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten då man endast tar hänsyn till bortfall i våggeneratoren betecknas $\tilde{F}_1(x)$ och varaktighetskurvan för den ekvivalenta lasten då man tar hänsyn till bortfall i såväl våggeneratoren som dieselgeneratoren betecknas $\tilde{F}_2(x)$. Hur stor är risken för effektbrist med det nuvarande systemet?

Tabell 9 Ekvivalent last för elsystemet på Ilha.

	$x = 0$	$x = 50$	$x = 100$	$x = 150$	$x = 200$	$x = 250$	$x = 300$	$x = 350$	$x = 400$	$x = 450$	$x = 500$	$x = 550$
$\int_x^\infty \tilde{F}_1(\xi) d\xi$	220,00	170,01	120,26	72,67	33,63	10,48	1,92	0,18	0,01	0,00	0,00	0,00
$\tilde{F}_2(x)$	1,0000	0,9994	0,9891	0,9205	0,7249	0,4689	0,3032	0,2308	0,1587	0,0730	0,0190	0,0024
$\int_x^\infty \tilde{F}_2(\xi) d\xi$	270,00	220,01	170,20	122,00	80,22	50,36	31,51	18,30	8,41	2,62	0,48	0,05

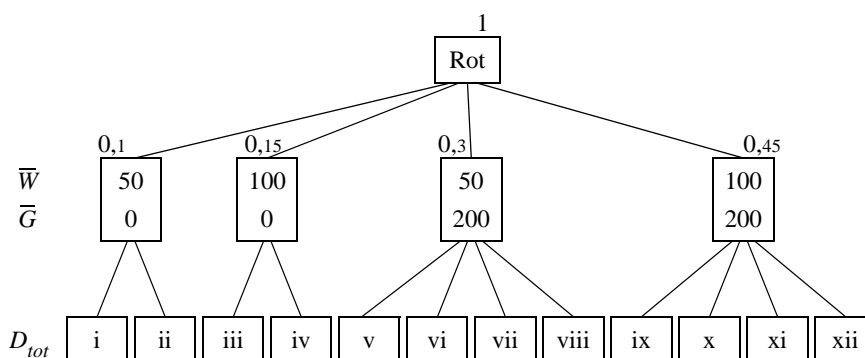
c) (4 p) Några bybor menar att det bästa sättet att öka leveranssäkerheten vore att elbolaget ålades att ersätta bortkopplad last med t.ex. 2 $\text{€}/\text{kWh}$, vilket skulle göra det lönsammare för elbolaget att investera i ny produktionskapacitet. Hur mycket skulle en ersättning för bortkopplad last påverka det befintliga systemet, d.v.s. hur mycket skulle elbolagets årliga kostnader öka om bortkopplad last medför en kostnad på 2 $\text{€}/\text{kWh}$?

d) (6 p) Om man vill slippa göra förenklingen från a-uppgiften kan man använda Monte Carlo-simulering. För att få en god noggrannhet är det lämpligt att använda stratifierad sampling. Figuren nedan visar ett stratumträd för elsystemet på Ilha. Ange lämpliga intervall för noderna i-xii på den understa nivån i trädet, samt beräkna stratumvikterna.

Tips: Den standardiserade normalfördelningens fördelningsfunktion, $\Phi(x)$, visas i tabell 10. För $x < 0$ beräknas $\Phi(x)$ genom att utnyttja att $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$.

Tabell 10 Den standardiserade normalfördelningens fördelningsfunktion.

x	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
0	0,5000	0,5398	0,5793	0,6179	0,6554	0,6915	0,7257	0,7580	0,7881	0,8159
1	0,8413	0,8643	0,8849	0,9032	0,9192	0,9332	0,9452	0,9554	0,9641	0,9713
2	0,9772	0,9821	0,9861	0,9893	0,9918	0,9938	0,9953	0,9965	0,9974	0,9981
3	0,9987	0,9990	0,9993	0,9995	0,9997	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000



e) (4 p) I tabell 11 redovisas resultaten från ett antal scenarier i en Monte Carlo-simulering av elsystemet på Ilha. Vilken skattning av *ETOC* respektive *LOLP* får man utifrån dessa scenarier?

Tabell 11 Några scenarier från en Monte Carlo-simulering av elsystemet på Ilha.

Tillgänglig produktionskapacitet [kW]		Last [kW]		Driftkostnad, <i>TOC</i>	Effektbrist, <i>LOLO</i>
I våggeneratorm, \bar{W}	I dieselgeneratorm, \bar{G}	Costa	Selva		
50	200	108	102	160	0
50	200	115	127	192	0
100	200	108	75	83	0
100	200	24	147	71	0



KTH Elektro-
och systemteknik

Svarsblad till del I

Namn:

Personnummer:

Uppgift 1

a) Alternativ är korrekt.

b) Alternativ är korrekt.

c) Alternativ är korrekt.

Uppgift 2

a) \varnothing /MWh

b) skulle exportera TWh/år

c) \varnothing /MWh

d) \varnothing /MWh

Uppgift 3

a) MW b) Hz

Uppgift 4

a)

b) TE

c) Alternativ är korrekt.

d) Alternativ är korrekt.

e) Alternativ är korrekt.

Uppgift 5

a) \varnothing /h b) %

c) MW

d) \varnothing /h e) %

Uppgift 1

- a) 3, b) 2, c) 5.

Uppgift 2

- a) Om man bortser från transmissionsbegränsningen finner man att den sammanlagda elförbrukningen i de två länderna uppgår till 75 TWh. Vattenkraften kan totalt producera 60 TWh, vilket betyder att hälften av kolkondensen kommer att behövas. Därmed utnyttjas 50% av prisintervalllet för kolkondens, d.v.s. elpriset måste vara 170 p/MWh .
- b) Utan transmissionsbegränsningen skulle elproduktionen bli 57,5 TWh i Rike (50 TWh vattenkraft och hälften av kolkondenspotentialen). Eftersom elförbrukningen i Rike endast är 35 TWh skulle man exportera 22,5 TWh till Maa.
- c) I Rike måste man producera 53 TWh för att täcka både den inhemska elförbrukningen och maximal export till Maa. Av dessa 53 TWh kan 50 TWh produceras i vattenkraften, medan de övriga 3 TWh måste komma från kolkondensen. Därmed utnyttjas 20% av Rikes kolkondenspotential, vilket betyder att man utnyttjar 20% av prisintervalllet för kolkondens. Elpriset i Rike blir således 164 p/MWh .
- d) Kraftverken i Maa behöver endast producera 22 TWh för att täcka lasten på 40 TWh, eftersom 18 TWh importeras från Rike. Vattenkraften kan tillhandahålla 10 TWh och de övriga 12 TWh måste således produceras i kolkondenskraftverk. I Maa utnyttjas 80% av kapaciteten i kolkondensen, vilket ger att elpriset måste vara 176 p/MWh .

Uppgift 3

- a) Elproduktionen i Forsen beräknas enligt $G = G_0 - R(f - f_0) = 200 - 100(50,06 - 50) = 194 \text{ MW}$.
- b) Det uppstår nu ett underskott på 194 MW, samtidigt som systemets reglerstyrka minskar till 2 425 MW/Hz. Således får vi en frekvensändring $\Delta f = \Delta G/R = 194/2 425 = 0,08 \text{ Hz}$. Eftersom vi har ett underskott måste frekvensen sjunka, d.v.s. den nya frekvensen blir $50,06 - 0,08 = 49,98 \text{ Hz}$.

Uppgift 4

$$a) \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mu_{i,j,t} + G_t = D_t$$

- b) Efter en halvtimme innehåller magasinet $3 600 000 + 30 \cdot 60 \cdot 200 = 3 960 000 \text{ m}^3$ vatten. Eftersom 1 TE motsvarar $3 600 \text{ m}^3$ motsvarar innehållet 1 100 TE.

- c) 4.
d) 3.
e) 5.

Uppgift 5

- a) Till att börja med kan vi notera att $\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)$, eftersom vi inte har några bortfall i vattenkraftverken. Den förväntade elproduktionen per timme i det termiska kraftverket ges av

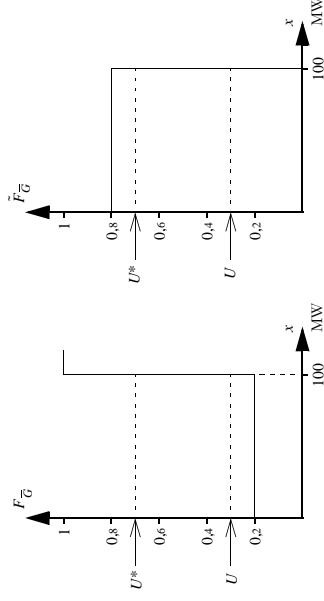
$$EG_2 = EENS_1 - EENS_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}_1(x) dx - \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}_2(x) dx = \\ = 0,2 \cdot 100/2 - 0,04 \cdot 100/2 = 8 \text{ MW h/h.}$$

Därmed erhålls $ETOC = 1 000 \cdot EG_2 = 8 000 \text{ p/h}$.

- b) Risken för effektbrist ges av

$$LOLP = \tilde{F}_2(400) = 4\%.$$

- c) Om man ritat fördelningsfunktionen eller varaktighetskurvan för \tilde{G} är det lätt att se att $U = 0,3$ och $U^* = 1 - U$ bägge transformerar till 100, d.v.s. $\tilde{G}^* = \tilde{G} = 100$.



- d) Vi erhåller följande skattning av $ETOC$:

$$m_{TOC} = m(TOC - TOC) + \mu_{TOC} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (toc_i - toc_i) + \mu_{TOC} = \\ = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n toc_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n toc_i + \mu_{TOC} = 9 070 000/1 000 - 7 370 000/1 000 + 8 000 = 9 700 \text{ p/h,}$$

där μ_{TOC} är väntevärdet för driftkostnaden i en en-areamodell, d.v.s. det värde på $ETOC$ som beräknades i a-uppgiften.

- e) På motsvarande sätt som i d-uppgiften erhålls följande skattning av $LOLP$:

$$m_{LOLO} = 77/1 000 - 42/1 000 + 0,04 = 7,5\%.$$

Uppgift 6

Elkonsumtionen vid fast elpris uppgår till 42 000 MWh. Vattenkraft, kärnkraft och biobränslen kan sammanlagt producera 38 000 MWh. De återstående 4 000 MWh måste produceras i kolkondensen, vilket innebär att 40% av kolkondenspotentialen utnyttjas. Därmed utnyttjas också 40% av prisintervalllet för kolkondens, vilket betyder att marknadspriset på el blir 240 p/MWh . Mark-

nadspriset är således högre än det fasta pris som konsumenterna betalar och därmed kommer elleverantörerna att gå med förlust under detta dygn.

Med rödligt elpris är det omöjligt för elleverantörerna att gå med förlust, eftersom de köper el till priset λ och säljer det till priset $1,05\lambda$. Slutatsen måste alltså vara att det under detta dygn är bättre för elleverantörerna om alla konsumenter köper el till rödligt pris.

Uppgift 7

Deland bildar ett eget synkront nät med en reglerstyrka på 2 000 MW/Hz. Ett fel på HVDC-förbindelsen skulle leda till ett överskott på 1 100 MW, vilket medför en frekvensökning på 1 100/2 000 = 0,55 Hz, d.v.s. en acceptabel ändring.

De övriga länderna bildar ett synkront nät med den totala reglerstyrkan 1 700 MW/Hz. Ett fel på HVDC-förbindelsen skulle leda till ett underskott på 1 100 MW i detta synkron nät och således skulle man få en frekvensminskning på 1 100/1 700 \approx 0,64 Hz, vilket är acceptabelt. Frågan är dock om transmissionsförbindelserna har tillräckliga marginaler. Vi får följande produktionsökningar i de olika länderna:

$$\Delta G_A = R_A \Delta f = 850 \cdot 1 100/1 700 = 550 \text{ MW},$$

$$\Delta G_B = R_B \Delta f = 200 \cdot 1 100/1 700 \approx 129,4 \text{ MW},$$

$$\Delta G_C = R_C \Delta f = 650 \cdot 1 100/1 700 \approx 420,6 \text{ MW}.$$

I Åland är lasten oförändrad, medan produktionen ökar med 550 MW. Överskottet kommer att exporteras på växelströmsförbindelsen till Celand (eftersom överföringen på HVDC-förbindelsen måste ändras manuellt), vilket innebär att i stället för en import på 125 MW från Celand får vi nu en export på 425 MW från Åland. Detta är dock inte möjligt, eftersom förbindelsens maximala kapacitet är 400 MW.

Antag att man ökar exporten från Åland till Beland med P MW, där P uppenbarligen inte kan vara större än 260 MW (eftersom man då skulle överskrida HVDC-ledningens kapacitet). Det ändrade flödet mellan Åland och Beland skulle medföra att flödet från Celand till Beland minskar med P MW och att flödet från Celand till Åland ökar med P MW. En produktionsökning på 550 MW i Åland skulle då leda till en export från Åland till Celand på $550 - (125 + P)$. Uppenbarligen skulle förbindelsen klara sig utan att överbelastas om P är minst 25 MW.

Det nya flödet från Celand till Beland skulle bli $250 - P - \Delta G_B$. Förbindelsen har kapacitet att överföra 300 MW, så det är uppenbart att den kommer klara sig oavsett vilket värde vi valt på P i intervaller mellan 25 och 260 MW.

Slutsatsen är därmed att om man ökar flödet mellan Åland och Beland med mellan 25 och 260 MW så kommer systemet att klara ett bortfall på HVDC-ledningen mellan Deland och Celand utan större frekvensavvikelser eller bortkopplade transmissionsförbindelser.

Uppgift 8

a) Problemet vi vill lösa är

- maximera $\int_{t=1}^{24} R_{tot} dt$ *intäkterna av såld el + värdet av sparad vatten,*
- med hänsyn till $\sum_{i=1}^3 M_{i,t} = M_{i,t-1} + Q_{i,t} - S_{i,t}$ *hydrologisk balans för varje vattenkraftverk,*
- $\sum_{i=1}^3 M_{i,t} \leq M_{i,t}$ *begrensningar i produktionskapacitet, m.m.*

Index för kraftverken

Berg 1, Bo 2, Ede 3.

Parametrar

Parametrarna är definierade i tabell 8 i uppgiftslydselen.

Optimeringsvariabler

$Q_{i,j,t}$ = tappning i kraftverk i , segment j , under timme t ,

$i = 1, 2, 3, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24$,

$S_{i,t}$ = spill från magasin i under timme t , $i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24$,

$M_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme t , $i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24$.

Målfunktion

$$\text{maximera } \sum_{t=1}^{24} \lambda_t \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} \right) + \sum_{i=1}^3 (\mu_{i,1} M_{i,1} + \mu_{i,2} M_{i,2} + \mu_{i,3} M_{i,3})$$

Bivillkor

Hydrologisk balans för Berg och Bo:

$$M_{i,t} - M_{i,t-1} + Q_{i,1,t} + Q_{i,2,t} + S_{i,t} = V_{i,t} \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Ede:

$$M_{3,t} - M_{3,t-1} + Q_{3,1,t} + Q_{3,2,t} + S_{3,t} - \sum_{i=1}^2 \left(\sum_{j=1}^2 Q_{i,j,t} + S_{i,t} \right) = V_{3,t} \quad i = 1, \dots, 24.$$

Variabelgränser

$$0 \leq Q_{i,j,t} \leq \bar{Q}_{i,j} \quad i = 1, 2, 3, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq S_{i,t} \quad i = 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq M_{i,t} \leq \bar{M}_{i,t} \quad i = 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24.$$

b) I det nya planeringsproblemet planerar vi tappningen vid basproduktion, d.v.s. elproduktionen vid 50 Hz. Basproduktionen måste väljas så att det finns tillräckliga marginaler för primärregleringen i respektive kraftverk.

Inför följande nya parametrar:

$$R_{tot} = \text{avtalad total reglerstyrka} = 320,$$

$$R_{i,k} = \text{inställd reglerstyrka i vattenkraftverk } i, \text{ läge } k =$$

$$= \begin{cases} 0 & i = 1, 2, 3, k = 1, \\ 40 & i = 1, 2, k = 2, \\ 80 & i = 1, 2, k = 3, \\ 80 & i = 3, k = 2, \\ 160 & i = 1, 2, k = 4, \\ 160 & i = 3, k = 3, \\ 320 & i = 3, k = 4, \end{cases}$$

Δf = frekvensändring vid maximal upp- respektive nedreglering = 0.1.

Inför följande nya optimeringsvariabel:

$$r_{i,k,t} = \text{reglerstyrka aktiverad i vattenkraftverk } i, \text{ läge } k, \text{ under timme } t \text{ (1 om reglerstyrkan i kraftverket är inställd på det värde som motsvarar detta läge, annars 0)}, i = 1, 2, 3, k = 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24.$$

Därefter måste vi införa nya bivillkor som ser till att bolaget tillhandahåller tillräckligt reglerstyrka och att man håller de nödvändiga marginalerna. Låt oss börja med att se till att minst tillhandahålla den avtalade totala reglerstyrkan:

$$\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^4 R_{j,k}^t r_{j,k,t} \geq R_{tot}^t \quad t = 1, \dots, 24.$$

I varje kraftverk måste vi välja ett av de fyra möjliga lägena för reglerstyrkan. Således ska vi i ett visst kraftverk under en viss timme ha ett $r_{i,k,t}$ som är lika med ett och de övriga ska vara lika med noll. Följande bivillkor garanterar detta:

$$\sum_{k=1}^4 r_{i,k,t} = 1, \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$

Vi måste också se till att det finns tillräckligt med marginaler i kraftverken. För uppreglning måste vi kräva att basproduktionen inte är större än installerad effekt minus största möjliga uppreglning, d.v.s.

$$\sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} \leq \bar{H}_i - \Delta f \sum_{k=1}^4 R_{i,k}^t r_{i,k,t} \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$

För nedreglering är kravet i stället att basproduktionen inte får vara mindre än största möjliga nedreglering, d.v.s.

$$\sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} \geq \Delta f \sum_{k=1}^4 R_{i,k}^t r_{i,k,t} \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24.$$

Slutligen anger vi variabelgränserna för de nya optimeringsvariablerna:

$$r_{i,k,t} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, 3, k = 1, \dots, 4, t = 1, \dots, 24.$$

Uppgift 9

a) Man måste försumma den undre gränsen för elproduktionen i dieselgeneratormen då den är i drift.

b) Risken för effektbrist ges av

$$LOLP = \bar{F}_2(300) = 30,32\%.$$

c) Ökningen av elbolagets kostnader är lika med kostnaden för bortkopplad last gånger den icke-levererade energin under ett år, d.v.s.

$$\Delta ETOC = 2 \cdot 8760 \int_{300}^{\infty} \bar{F}_2(x) dx = 552\,055,2 \text{ kr/år.}$$

d) Intervallen bör väljas så att man kan skilja på scenarier där endast väggeneratorm används ($TOC = 0$), scenarier där dieselgeneratorm körs på lägsta effekt ($TOC = 50$), scenarier där dieselgeneratorm körs på maximal effekt ($TOC = 200$) och scenarier där dieselgeneratorm producerar mellan 50 och 100 kW ($50 < TOC < 200$). Dessutom bör man skilja på effektrisiscenarier och scenarier där produktionskapaciteten är tillräcklig. Tabellen nedan visar intervall som uppfyller dessa önskemål.

Nod	Intervall	TOC	LOLO	Nodvikt	Stratumvikt
i	$D \leq 50$	0	0	0,0013	$0,1 \cdot 0,0013 \approx 0,0001$
ii	$50 < D$	0	1	0,9987	$0,1 \cdot 0,9987 \approx 0,0999$
iii	$D \leq 100$	0	0	0,0228	$0,15 \cdot 0,0228 \approx 0,0034$
iv	$100 < D$	0	1	0,9772	$0,15 \cdot 0,9772 \approx 0,1466$
v	$D \leq 50$	0	0	0,0013	$0,3 \cdot 0,0013 \approx 0,0004$
vi	$50 < D \leq 100$	50	0	0,0214	$0,3 \cdot 0,0214 \approx 0,0064$
vii	$100 < D \leq 250$	$50 < D \leq 200$	0	0,8186	$0,3 \cdot 0,8186 \approx 0,2456$
viii	$250 < D$	200	1	0,1587	$0,3 \cdot 0,1587 \approx 0,0476$
ix	$D \leq 100$	0	0	0,0228	$0,45 \cdot 0,0228 \approx 0,0102$
x	$100 < D \leq 150$	50	0	0,1359	$0,45 \cdot 0,1359 \approx 0,0612$
xi	$150 < D \leq 300$	$50 < D \leq 200$	0	0,8186	$0,45 \cdot 0,8186 \approx 0,3684$
xii	$300 < D$	200	1	0,0228	$0,45 \cdot 0,0228 \approx 0,0102$

För att beräkna nodvikterna behöver vi sannolikhetsfördelningen för den totala lasten:

$$H_{D_{tot}} = H_{D1} + H_{D2} = 110 + 90 = 200,$$

$$\sigma_{D_{tot}} = \sqrt{\sigma_{D1}^2 + \sigma_{D2}^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50.$$

Nodvikterna kan nu beräknas med hjälp av den standardiserade normalfördelningens fördelningsfunktion. Betrakta t.ex. nod vi, vars nodvikt ges av

$$P(50 < D \leq 100) = P(D \leq 100) - P(D \leq 50) = \Phi\left(\frac{100-150}{50}\right) - \Phi\left(\frac{50-150}{50}\right) =$$

$$= \{\text{läs av i tabell 10}\} = 0,0228 - 0,0013 = 0,0214.$$

Slutligen erhålls stratumvikterna genom att multiplicera nodvikterna för varje gren i stratumträdet.

e) Från uppgift d kan vi se att det bara är två stratum där TOC kan variera, nämligen stratumet med nod vii respektive nod xi. Av de givna scenarierna tillhör de första två nod vii och de övriga nod xii. Således får vi följande skattning av ETOC respektive LOLP:

$$m_{TOC} = \sum_{h=1}^{12} \omega_h m_{TOC,h} = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0,0064 \cdot 50 + 0,2456 \cdot \frac{160 + 192}{2} +$$

$$+ 0,0476 \cdot 200 + 0 + 0,0612 \cdot 50 + 0,3684 \cdot \frac{83 + 71}{2} + 0,0102 \cdot 200 \approx 86,53 \text{ € / h,}$$

$$m_{LOLO} = 0 + 1 \cdot 0,0999 + 0 + 1 \cdot 0,1466 + 0 + 0 + 1 \cdot 0,0476 + 0 + 0 + 1 \cdot 0,0102 \approx 30,43\%.$$