REGLERTEKNIK

KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2012–12–17, kl. 9.00–14.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande)
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

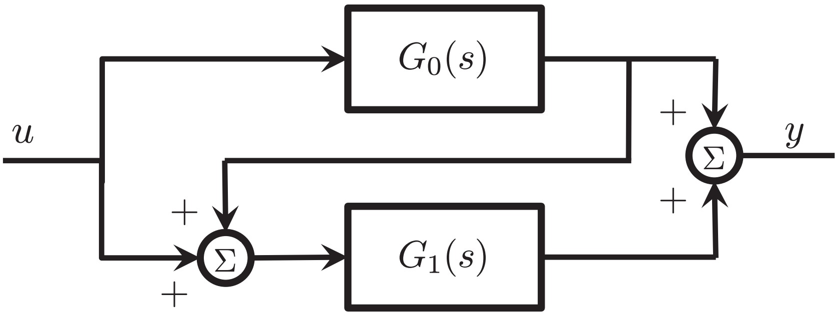
Jourhavande lärare: Elling Jacobsen, 08-790 7325

Ansvarig lärare: Henrik Sandberg, 08-790 7294

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2013-01-09.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!



Figur 1: Blockschema till uppgift 1 (a).

1. (a) Två system med överföringsfunktionerna $G_0(s)$ och $G_1(s)$ är kopplade enligt figur 1. Överföringsfunktionerna ges av

$$G_0(s) = \frac{1}{s+4}, \qquad G_1(s) = \frac{2}{s+5}.$$

(i) Bestäm överföringsfunktionen från u till y.

(2p)

(ii) Bestäm poler och nollställen till överföringsfunktionen i deluppgift (i) och avgör om systemet är minimumfas.

(2p)

(iii) Låt insignalen vara $u(t) = \sin(t)$. Bestäm vad utsignalen $y(t)$ blir för stora t när transienten dött ut.

(2p)

(b) Linjärisera det olinjära systemet

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -[x(t)]^3 + u(t)\\ y(t) &= [x(t)]^2,\end{aligned}$$

kring den stationära punkt som motsvarar $u(t) = u_0 = 8$. Är det linjäriserade systemet stabilt?

(4p)

Figur 2: Ett friläggningsdiagram av quadkoptern i uppgift 2 med de modellerade krafterna inritade.

2. En quadkopters rörelse i z-led kan modelleras med differentialekvationen

$$m\ddot{z}(t) = u(t) - b\dot{z}(t), \tag{1}$$

där m är dess massa, $z(t)$ dess (absoluta) position och $b > 0$ är en friktionskoefficient. Den applicerade kraften i z-led betecknas med $u(t)$, se figur 2.

(a) Ställ upp en tillståndsmodell för quadkopterns dynamik (1). Använd tillstånden $x_1(t) = z(t)$ och $x_2(t) = \dot{z}(t)$. Insignal ska vara den applicerade kraften $u(t)$. Utsignal kommer vi att välja senare.

(1p)

(b) Är din tillståndsmodell i (a) styrbar? Konstruera om möjligt en tillståndsåterkoppling $u(t) = -Lx(t) + l_0 r(t)$ som lägger det slutna systemets poler i -2 och -3, då $b = 0.05$ kg/s och $m = 0.1$ kg. Se dessutom till att den statiska förstärkningen från referensen $r(t)$ till positionen $z(t)$ är lika med 1.

(4p)

(c) Konstruktören står nu i valet mellan att använda

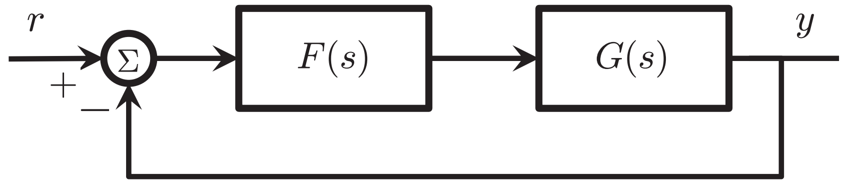
- en dyrare sensor (GPS) som kan mäta quadkopterns absoluta position, eller
- en billigare sensor som kan mäta dess fart.

Vilket råd ger du konstruktören i sensorvalet, givet din tillståndsmodell från deluppgift (a)? (Ledning: Studera modellens observerbarhet.)

(2p)

(d) Antag att vi bara har tillgång till sensorn du valde i deluppgift (c). Konstruera nu en observatör för quadkoptern och gör ett lämpligt val av dess egenvärden (motivera ditt val). Du kan anta att observatören ska användas till att implementera styrlagen i deluppgift (b).

(3p)



Figur 3: Blockdiagram till uppgift 3.

3. I denna uppgift ska vi studera systemet i figur 3. Bodediagram för det asymptotiskt stabila systemet $G(s)$ återges i figur 4. Regulatorn har överföringsfunktionen $F(s)$ och specificeras i deluppgifterna nedan.

   (a) Skissa nyquistkurvan för $G(s)$ baserat på de data som ges i figur 4. Indikera så noggrant du kan nyquistkurvans skärningspunkter med den reella axeln och den imaginära axeln. (Punkterna däremellan behöver inte indikeras så noggrant.)

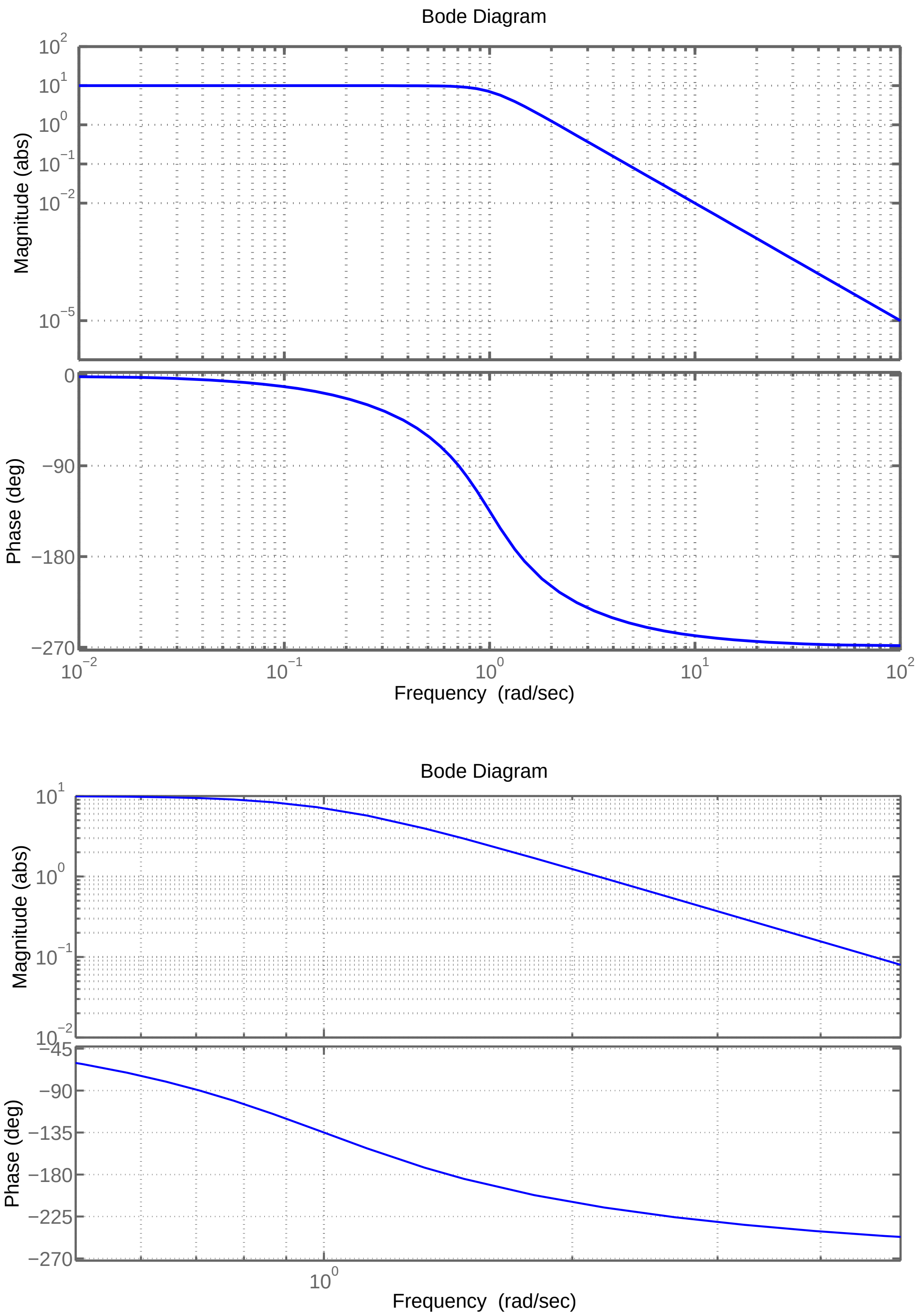
   (2p)

   (b) Antag nu att regulatorn är $F(s) = 0.2$. Är det återkopplade systemet i figur 3 stabilt? Motivera ditt svar!

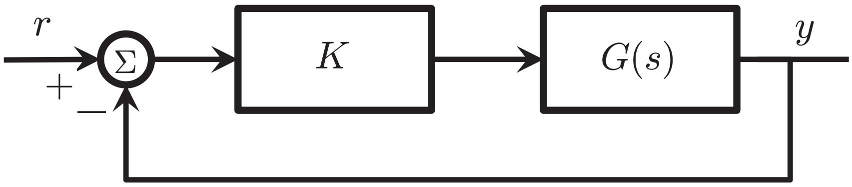
   (2p)

   (c) Designa nu en kompenseringslänk $F(s)$ som ger kretsförstärkningen $F(s)G(s)$ skärfrekvens $\omega_c = 2$ rad/s och fasmarginal $\varphi_m = 45°$. Se dessutom till att $F(s)$ ger det återkopplade systemet ett statiskt reglerfel på 0.1 vid stegsignaler av amplituden 1 i referensen $r(t)$.

   (6p)



Figur 4: Bodediagram för $G(s)$ till uppgift 3 (nedre diagrammet är en förstorning av det övre diagrammet).



Figur 5: Blockschema till uppgift 4.

4. I denna uppgift ska vi studera det återkopplade systemet i figur 5, där $K > 0$ är en konstant och $G(s)$ ges av en av de fem överföringsfunktionerna i Fall I–V:

$$\text{Fall I: } G(s) = \frac{s+0.5}{(s+1)^3} \qquad \text{Fall IV: } G(s) = \frac{2(s-1)^2}{(s+1)^2(s/0.5+1)}$$

$$\text{Fall II: } G(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s+0.5)} \qquad \text{Fall V: } G(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+\sqrt{2}s+1)}$$

$$\text{Fall III: } G(s) = \frac{2(s-1)}{(s+1)^2(s/0.5+1)}$$

(a) Rotorterna för det återkopplade systemets poler med avseende på K, där $G(s)$ ges i Fall I–V, återfinns i figur 6. Para ihop Fall I–V med korrekt rotort A–F. *Motivera dina val! Notera att en rotort A–F inte passar med något av fallen.*

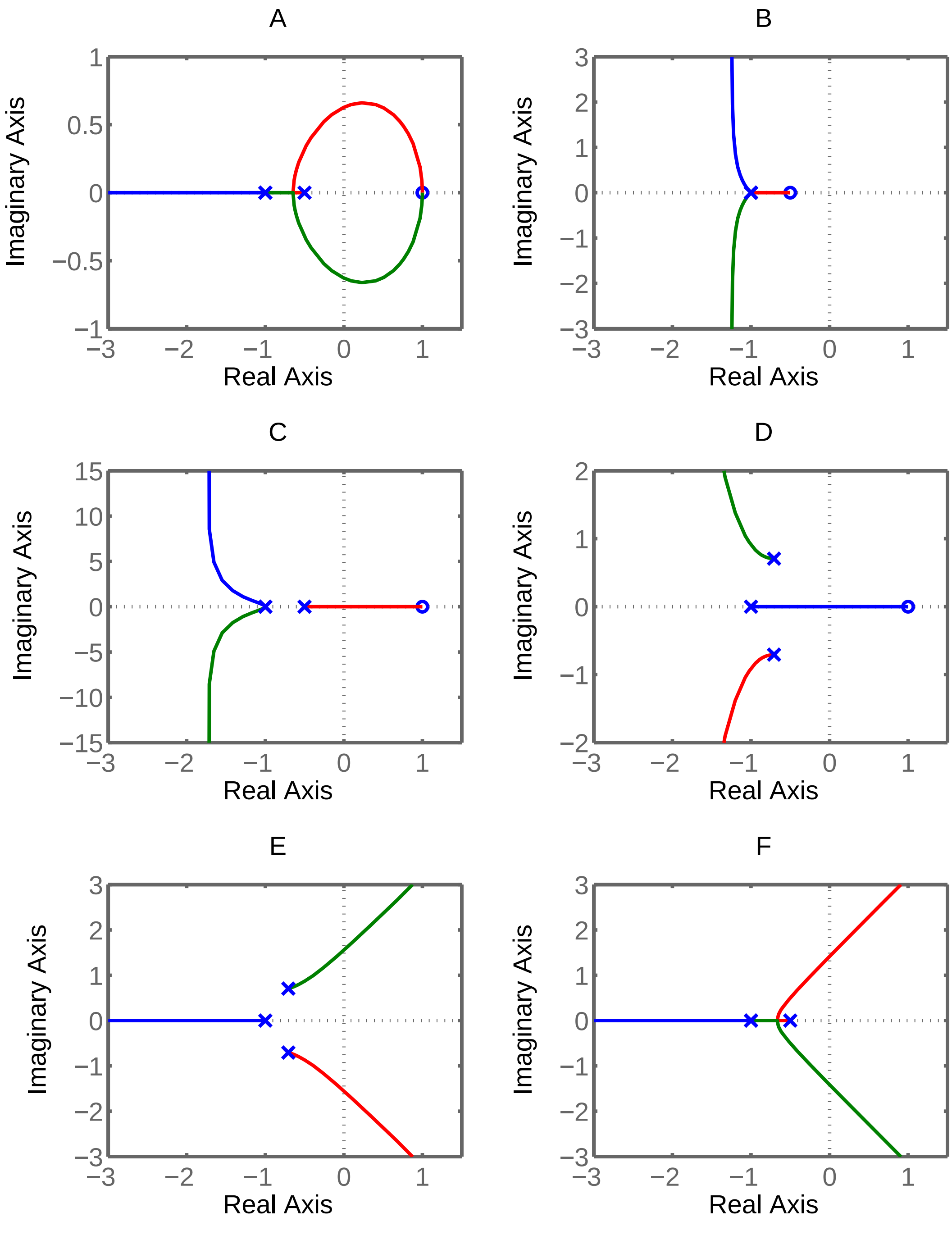
(4p)

(b) Då $G(s)$ ges av Fall III blir det återkopplade systemet instabilt för vissa val av K. För vilka K blir det instabilt?

(3p)

(c) Då $G(s)$ ges av Fall V börjar det återkopplade systemet oscillera med en fix frekvens för ett visst val av K. Vid vilket val av K händer detta och vad är oscillationsfrekvensen?

(3p)



Figur 6: Rotorter till uppgift 4 (a).

5. Låt oss betrakta systemet

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a-1) & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} u(t) \qquad (2)$$
$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t),$$

där $a \neq 1$ är en konstant.

(a) En så kallad *reducerad observatör* för systemet (2) ges av

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= -2z(t) - (2+a)y(t) - 3u(t) \\ \hat{x}_1(t) &= y(t) \\ \hat{x}_2(t) &= z(t) + 2y(t), \end{aligned} \qquad (3)$$

där $\hat{x}_1(t)$ och $\hat{x}_2(t)$ är skattningar av $x_1(t)$ och $x_2(t)$.

Vad blir skattningsfelen $\tilde{x}_1(t) = x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ och $\tilde{x}_2(t) = x_2(t) - \hat{x}_2(t)$ för $t > 0$?

Ange så enkla uttryck som möjligt. Du kan anta att $\tilde{x}_1(0) = 0$ och $\tilde{x}_2(0) = 1$. (Ledning: $\dot{y}(t) = \dot{x}_1(t) = (a-1)x_1(t) + x_2(t) + u(t)$.)

(4p)

(b) En tillståndsåterkoppling

$$u(t) = -l_1\hat{x}_1(t) - l_2\hat{x}_2(t) - r(t), \quad l_1 = \frac{a(a+1)}{a-1}, \quad l_2 = \frac{a+1}{a-1},$$

där $r(t)$ är en referenssignal och $\hat{x}_1(t)$ och $\hat{x}_2(t)$ ges i (3) appliceras nu på (2).

Vad blir det slutna systemets överföringsfunktion från referensen $r(t)$ till utsignalen $y(t)$?

Även ett välmotiverat korrekt svar utan fullständiga uträkningar ger full poäng.

(4p)

(c) För vilka värden på konstanten a i systemet (2) kommer *regulatorn* i deluppgift (b) vara asymptotiskt stabil?

(2p)