REGLERTEKNIK, KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000, EL1110 och EL1120

Tentamen 2012–10–19, kl 14:00 – 19:00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK
(Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande),
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Bo Wahlberg 08 790 7242

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2012-11-03.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen (STEX), plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!

1. (a) Ange en tillståndsmodell för ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{s}{(s+1)(s+2)}$$

(2p)

(b) Systemet

$$G(s) = \frac{(1-s)}{s(1+s)}$$

återkopplas med en P-regulator, $F(s) = K$. Ange för vilka värden på K ($K > 0$) som motsvarande återkopplade system är stabilt. (2p)

(c) Studera den skalära ($n = 1$) stabila tillståndsmodellen

$$\dot{x}(t) = ax(t) + u(t), \quad x(0) = x_0, \ a < 0$$

Antag insignalen $u(t) = e^{\lambda t}$.

i. Bestäm $x(t)$, $t \geq 0$ för $\lambda \neq a$. (2p)

ii. Hur skall man för fallet $\lambda \neq a$ välja x_0 för att undvika en transient (homogena lösningen skall vara noll)? (1p)

(d) Ange differensekvationen från reglerfel $e(t)$ till insignal $u(t)$ då PI-regulatorn

$$u(t) = 10\left(e(t) + \frac{1}{10}\int_0^t e(\tau)d\tau\right)$$

approximeras med Tustins formel med samplingsintervall $T = 0.2$. (3p)

2. (a) Överföringsfunktionen för en instabil kemisk reaktor ges av

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s-1)(s+10)}.$$

För att stabilisera systemet används PD-regulatorn

$$F(s) = K\left(1 + \frac{s}{2}\right), \quad K > 0.$$

Rita rotort för det slutna systemets poler och avgör vilka värden på K som det återkopplade systemet är stabilt. (6p)

(b) Ett enkelt sätt att ställa in en ren I-regulator

$$F(s) = \frac{K_I}{s}$$

för ett stabilt system med överföringsfunktion $G(s)$ är att approximera $G(s)$ med hjälp av en första ordningens Taylorutveckling , d.v.s.

$$G(s) \approx G(0) + sG'(0)$$

och sedan välja

$$K_I = \frac{-1}{2G'(0)}$$

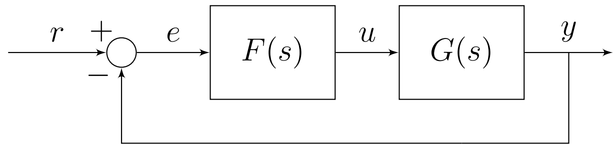
Vi har använt prim som notation för derivering med avseende på s. Detta ger det återkopplade approximativa systemet en tidskonstant $\tau_{cl} = -G'(0)/G(0)$.

Studera ett system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{1+\tau s}, \quad \tau > 0$$

Bestäm det återkopplade systemets poler när en I-regulator med med ovanstående inställning av K_I används för att reglera detta system. (4p)

3. Ett återkopplat system kan beskrivas med hjälp av blockdiagrammet i Figur 1.



Figur 1: Blockdiagram för det återkopplade systemet.

Frekvenssvaret för $G(s)$ är givet av bodediagrammet i Figur 2 på nästa sida.

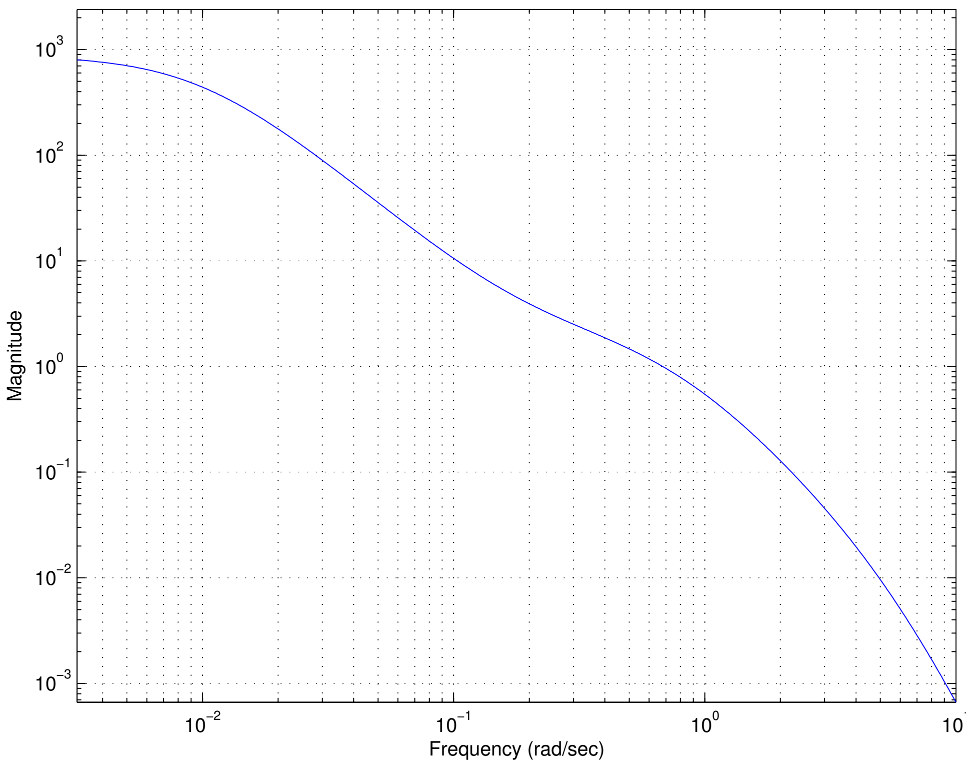
(a) Först vill vi bestämma en proportionell regulator $F(s) = K$ som *minimerar överslängen* för det återkopplade systemet. Samtidigt får det återkopplade systemet med $F(s) = K$ inte bli mer än fyra gånger långsammare än för $F(s) = 1$.

Vilket K-värde uppfyller detta, samt vad blir systemets skärfrekvens och fasmarginal? (3p)

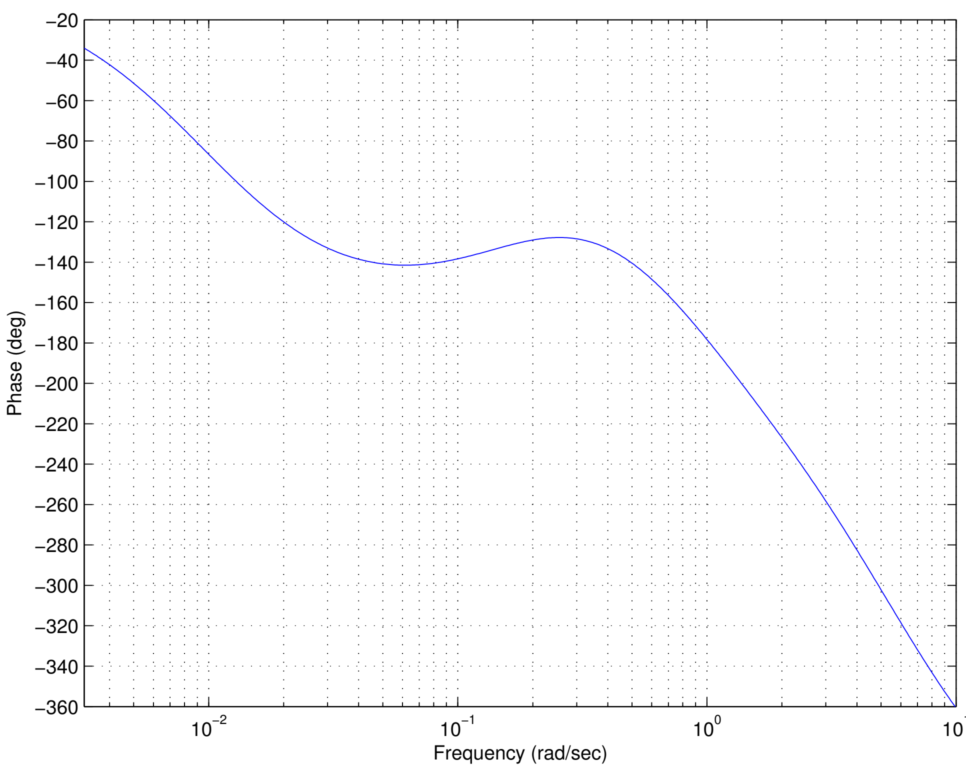
(b) Vi ska nu konstruera en lead/lag regulator som förbättrar systemets prestanda. Det nya återkopplade systemet skall uppfylla följande specifikationer:

- Samma översläng som med P-regulatorn framtagen i Uppgift a).
- Fem gånger snabbare än med P-regulatorn framtagen i Uppgift a).
- Statiska fel vid ett stegsvar skall vara mindre än 10% av motsvarande fel med P-regulatorn framtagen i Uppgift a). Lågfrekvensförstärkningen ska inte vara högre än nödvändigt.

Bestäm en regulator $F(s)$ som uppfyller dessa krav. (7p)



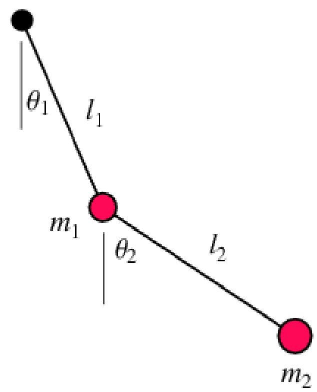
(a) Amplitudkurva



(b) Faskurva

Figur 2: Bodediagram för $G(s)$ i Uppgift 3.

4. Betrakta en dubbelpendel enligt Figur 3.



Figur 3: Dubbelpendel

Dubbelpendelns dynamik ges av differentialekvationen:

$$m_2 l_2 \ddot{\theta}_2 + m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + l_2 m_2 \sin(\theta_2) = 0 \qquad (1)$$

(a) Inför tillståndsvektorn

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \dot{\theta}_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \dot{\theta}_2(t) \end{bmatrix}$$

Antag att vi kan styra vinkelaccelerationen på den första pendeln, dvs. styrsignalen ges av

$$u(t) = \ddot{\theta}_1(t)$$

Låt $m_1 = m_2 = l_1 = l_2 = 1$. Skriv systemet (1) på formen

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \qquad (2)$$

(2p)

(b) Linjärisera tillståndsmodellen (2) kring jämviktspunkten (x_0, u_0), där $u = 0$, $\theta_1 = \theta_2 = \pi$. Ange det linjäriserade systemet på formen

$$\Delta\dot{x}(t) = A\Delta x(t) + B\Delta u(t)$$

där $\Delta x(t) = x(t) - x_0$, $\Delta u(t) = u(t) - u_0$. (3p)

(c) Är det linjäriserade systemet stabilt?
Ge en fysikalisk tolkning av systemets stabilitet. (1p)

(d) Antag att vi vill återkoppla systemet med en tillståndsåterkoppling:

$$\Delta u(t) = -L\Delta x(t)$$

Kan vi placera det slutna systemets poler, d.v.s. egenvärdena till $A-BL$, godtyckligt genom lämpligt val av L? Om möjligt, ge ett exempel på en återkoppling L så att det slutna systemet är stabilt.

(4p)

5. Studera ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{e^{-sT}}{s},$$

som återkopplas med P-regulatorn $F(s) = 1$. Vi vill undersöka inverkan av tidsfördröjningen T på känslighetsfunktionen

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)F(s)}$$

och speciellt med avseende på den maximala störningsförstärkningen

$$M_s = \max_{\omega} |S(i\omega)|$$

(a) Bestäm fasmarginal och skärfrekvens som funktion av T, och ange för vilka värden på T som ger positiv fasmarginal. (1p)

(b) Uppskatta M_s genom att räkna ut $|S(i\omega_c)|$, där ω_c är skärfrekvensen. Observera att $M_s \geq |S(i\omega_c)|$. (3p)

(c) Bestäm amplitudmarginal A_m och motsvarande fas-skärfrekvens som funktion av T, och ange för vilka värden på T som ger $A_m > 1$. (1p)

(d) Uppskatta M_s genom att räkna ut $|S(i\omega_p)|$ där ω_p är fas-skärfrekvensen. Observera att $M_s \geq |S(i\omega_p)|$. (1p)

(e) Vilken av dessa två undre gränser ger bäst uppskattning av $M_s = \max_{\omega} |S(i\omega)|$ för en given tidsfördröjning T som ger ett stabilt återkopplat system? En matematisk analys med motivering krävs. (4p)