



EL1000/1120/1110 Reglerteknik AK

Föreläsning 10:  
Regulatorstrukturer

# Kursinformation

- Lab 3, avsnitt 3.3, förtydligande:
  - Krav 3:  $|u(t)| < u_{max}$  för alla  $t$ , **då  $r(t)$  är ett vanligt steg ( $r(t)=1, t>0$ ) som i avsnitt 3.2.**

# Resterande kursprogram

- Föreläsning 10 (idag): Regulatorstrukturer
- Föreläsning 11 (7 december): Implementering
- Föreläsning 12 (8 december): Sammanfattning
  - Repetition enligt önskemål
  - Skicka önskemål till [hsan@kth.se](mailto:hsan@kth.se) senast eftermiddagen den 7 december
  - Lösning av tentatal

# Innehåll

- Tillståndsåterkoppling och observerare (rep.)
- Tillståndsåterkoppling med observerare
- Kaskadregulator
- Framkoppling
- Smith-prediktorn

(IMC-avsnittet utgår)

# Tillståndsmodeller

Tillståndsbeskrivning

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

där  $x \in \mathbf{R}^n$ ,  $u \in \mathbf{R}^m$ ,  $y \in \mathbf{R}^p$  och oftast  $m = p = 1$  i denna kursen.

- Vektorn  $x(t) = (x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t))^T$  - systemets tillstånd.
- $x(t)$  innehåller den information som behövs för att räkna ut framtida  $y(t)$ , givet framtida  $u(t)$ , dvs. lagrar information om tidigare  $u$ .

Lösningsformel:

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t)$$

$e^{At}$  = Exponentialmatris. Generalisering av "vanlig" exponentialfunktion.

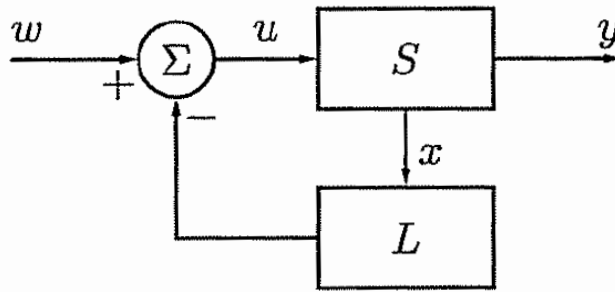
# Tillstånd återkoppling

- Antag att vi kan mäta alla tillstånd  $x$ . Återkoppla med allt vi kan mäta!

$$u(t) = -Lx(t) + \tilde{r}(t)$$

$l_0 r(t)$

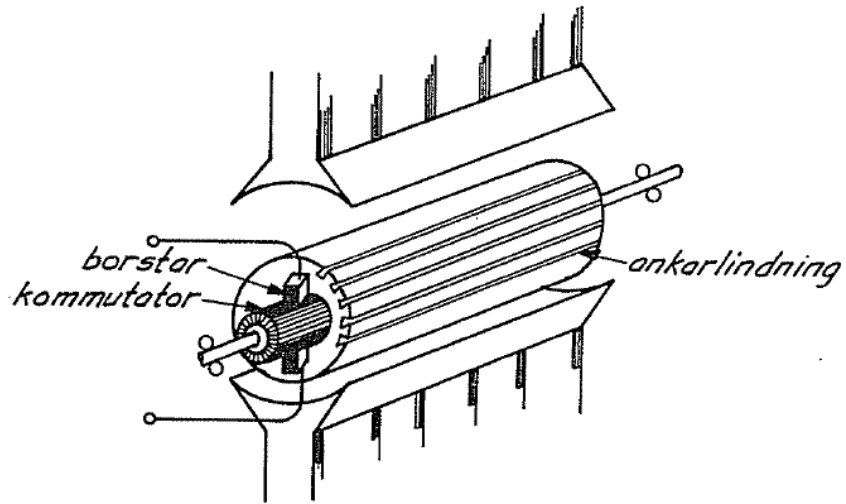
$$L = (l_1 \quad \dots \quad l_n)$$



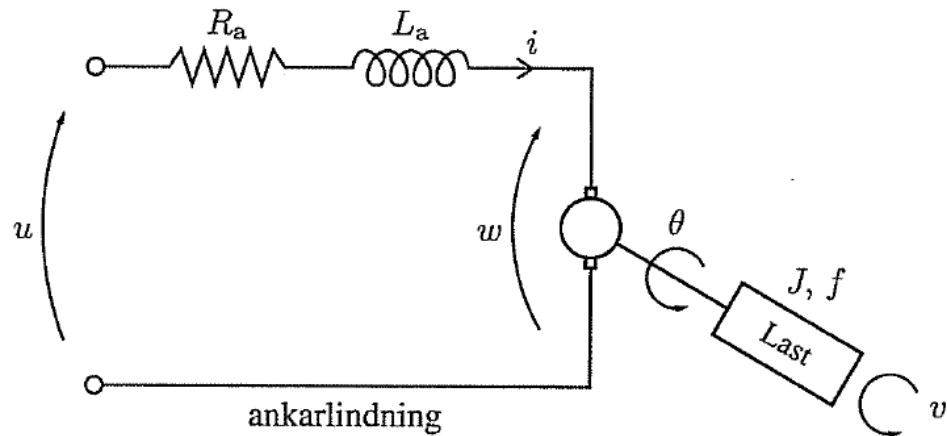
- Slutna systemets poler ges av  $\det(sI - A + BL) = 0$ 
  - $n$  ekvationer och  $n$  obekanta ( $L$ )
  - Lösbart ekvationssystem om  $S$  styrbart
  - Polerna (egenvärdena) kan läggas var du vill!

$$G_c(s) = C(sI - A + BL)^{-1} B l_0$$

# DC motor (G&L Ex. 9.5)



Figur 2.2: Uppbyggnad av likströmsmotor.



Figur 2.3: Principskiss av likströmsmotor.

- Vi vill styra motoraxelns vinkel  $\theta(t)$  genom att variera spänningen  $u(t)$
- Antag att vi kan mäta vinkeln  $\theta(t)$  och vinkelhastigheten  $\theta'(t)$  (vi har en tachometer)

# DC motor (G&L Ex. 9.5)

$x_1 = y =$  motoraxelns vinkel

$x_2 = \dot{y} =$  motoraxelns vinkelhastighet

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = (1 \quad 0) x$$

Tillstånd återkoppling:  $u = -(l_1 \quad l_2) x + l_0 \cdot r$

Välj var polerna ska ligga:  $-3 \pm 3i$ .

$$\Rightarrow (s + 3 - 3i)(s + 3 + 3i) = s^2 + \boxed{6s} + \boxed{18} = 0$$

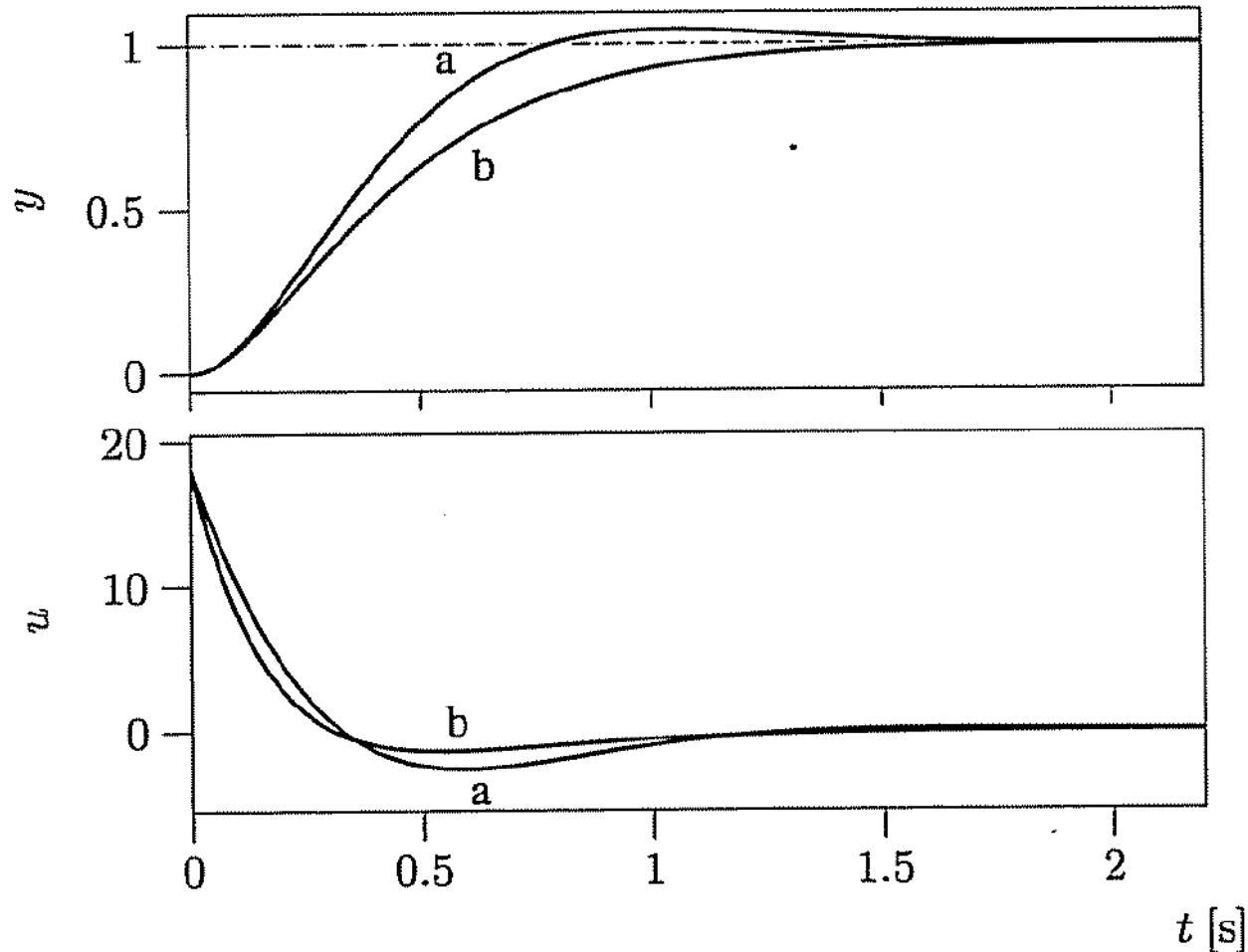
$$\text{Jämför med } \det(A - BL) = 0 \Rightarrow s^2 + \boxed{(1 + l_2)s} + \boxed{l_1} = 0$$



$$\boxed{l_1 = 18, \quad l_2 = 5}$$



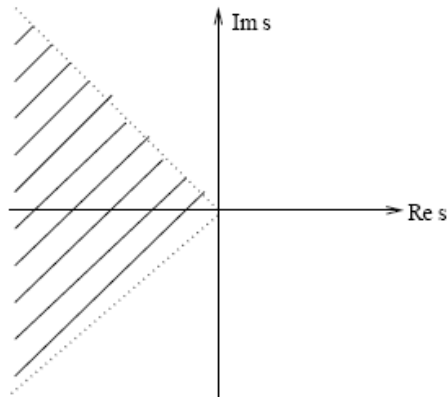
# DC motor (G&L Ex. 9.5)



**Figur 9.4:** Utsignal  $y$  och insignal  $u$  för det slutna systemet då polerna placeras  $i -3 \pm 3i$  (a) respektive  $i -\sqrt{18}$  (b).

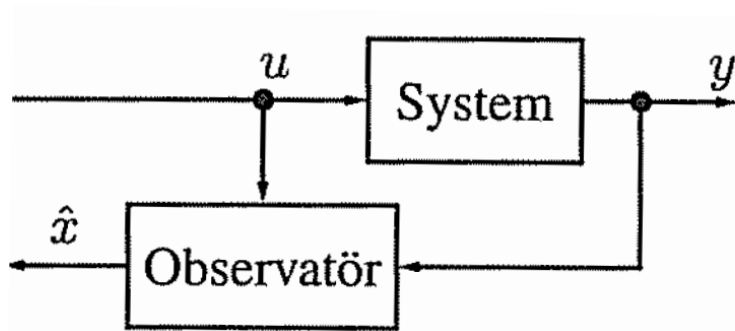
# Var ska polerna placeras?

- Valet av poler styrs av:
  - önskat snabbhet och dämpning
  - begränsningar i styrsignalen
  - evt andra specifikationer, t.ex. robusthet och känslighet
- Allmänt råd: välj poler som ger bra avvägning snabbhet och dämpning  $\Rightarrow \operatorname{Im}(s) \leq \operatorname{Re}(s)$



# Observerare

- Vad göra om  $x$  inte kan mätas? Konstruera en observatör



$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

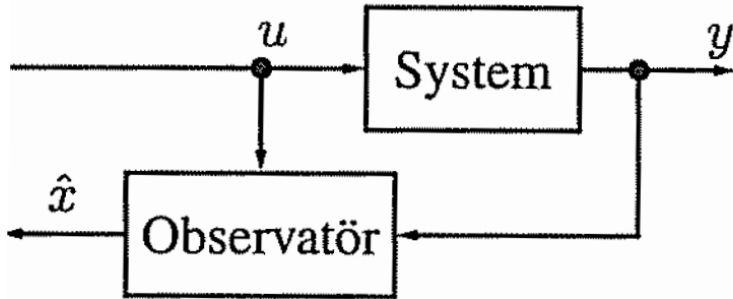
$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}$$

$$K = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$

$$\tilde{x}(t) = e^{(A-KC)t}\tilde{x}(0) \quad (\tilde{x}(0) = \text{initialt skattningsfel})$$

- Skattningsfelsdynamik styrs av  $\det(sI - A + KC) = 0$ 
  - $n$  ekvationer och  $n$  obekanta ( $K$ )
  - Lösbart ekvationssystem om system *observerbart*
  - Egenvärdena kan läggas var du vill!

# Observerare



$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}$$

$$K = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$

- Var ska egenvärdena till  $A-KC$  placeras?
  - Kompromiss mellan konvergenshastighet och störningskänslighet av skattningen
  - Snabba egenvärden  $A-KC \Rightarrow$  skattning konvergerar snabbt
  - Snabba egenvärden  $A-KC \Rightarrow$  skattning känslig för mätbrus (se G&L Ex. 9.8)

# Innehåll

- Tillståndsåterkoppling och observerare (rep.)
- Tillståndsåterkoppling med observerare
- Kaskadregulator
- Framkoppling
- Smith-prediktorn

(IMC-avsnittet utgår)