



EL1000/1120/1110 Reglerteknik AK

Föreläsning 4:
Frekvensbeskrivning och Bodediagram

Kursinformation

- **För dem som vill:** Förslag på avsnitt att läsa i alternativa kursboken "Feedback Control of Dynamic Systems" finns nu på kurshemsida under [kursinformation](#) längst ner
- **OBS!** Notationen i denna bok skiljer sig från Glad & Ljung, exempelsamling och labpek

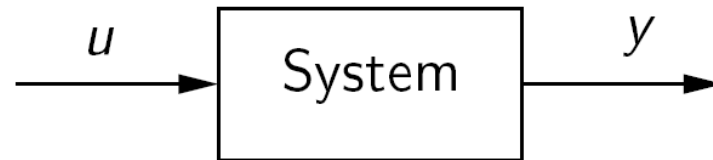
Innehåll

- Systembeskrivningar
- Rotort och Nyquistkriteriet (repetition)
- Frekvensbeskrivning
- Skissa Bodediagram

- **Innan pausen:** "Development of a Testbed for Mobile Networked Control Systems" eller "Eller vad kan man göra efter Regler AK?" (Besök av fjolårsstudenter)

Systembeskrivningar

- System i blockschemaform



- System i differentialekvationform

$$\ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_2 y(t) = b_0 \dot{u}(t) + b_1 u(t)$$

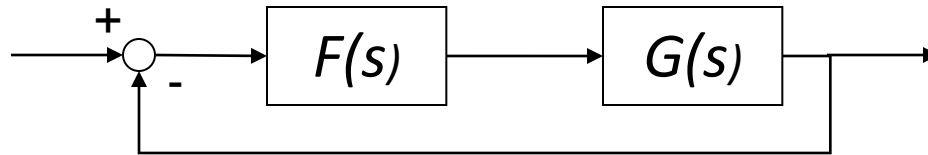
- System i överföringsfunktionform

$$Y(s) = \underbrace{\frac{b_0 s + b_1}{s^2 + a_1 s + a_2}}_{G(s)} U(s)$$

- Idag: System i *frekvensbeskrivningsform*

Att analysera slutna systemets stabilitet

- Slutet system (process $G(s)$ och regulator $F(s)$)



- **Förra veckan:** Två metoder för att avgöra slutna systemets stabilitet m.a.p. på en parameter k
- Parameter k kan vara t.ex. en reglerparameter (K_p, K_I) eller en systemparameter (massa m , friktion b)
- Låt kretsförstärkningen (öppna systemet) vara

$$G_o(s) = G(s)F(s) = k \frac{Q(s)}{P(s)}$$

Rotort

- Slutna systemet $G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{kQ(s)}{P(s) + kQ(s)}$
- Plotta slutna systemets poler m.a.p. k

$$P(s) + kQ(s) = 0$$

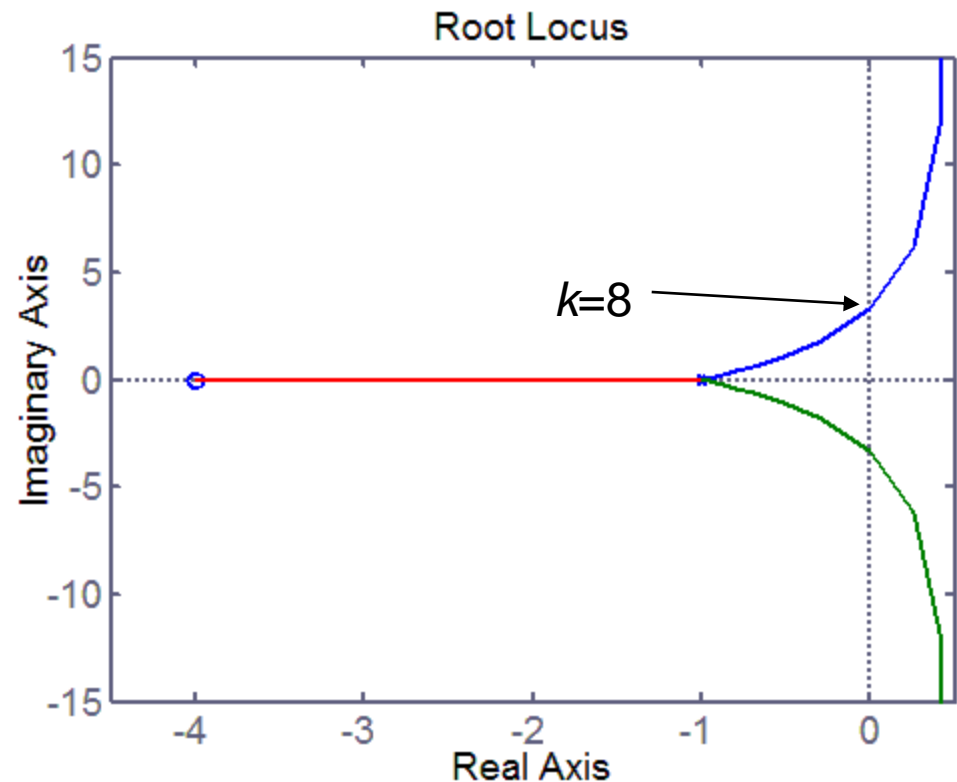
- Exempel

$$G_o(s) = \frac{s + 4}{(s + 1)^3}$$

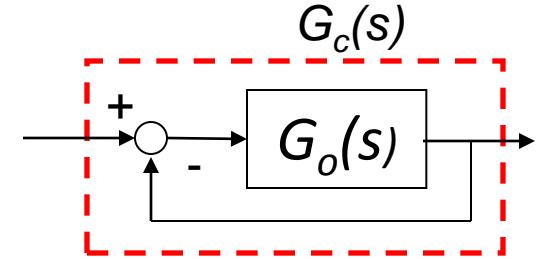
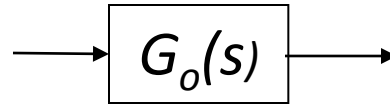
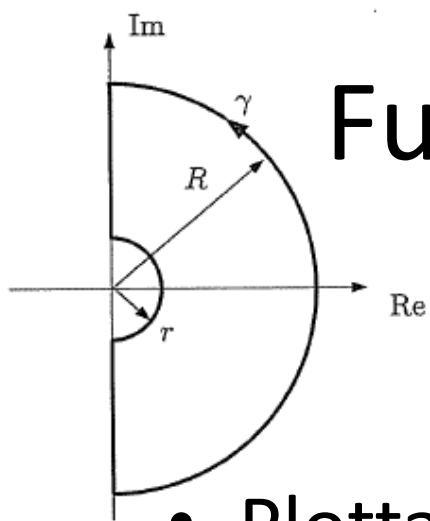
$G_c(s)$ stabilt om $k < 8$

- Kräver *polynomen*

$$P(s), Q(s)$$



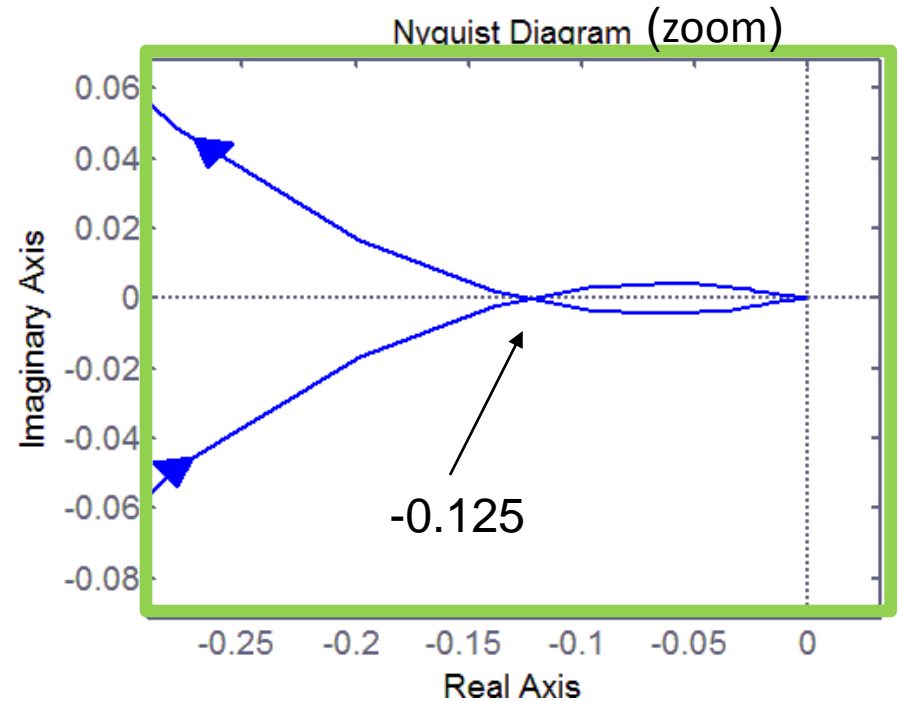
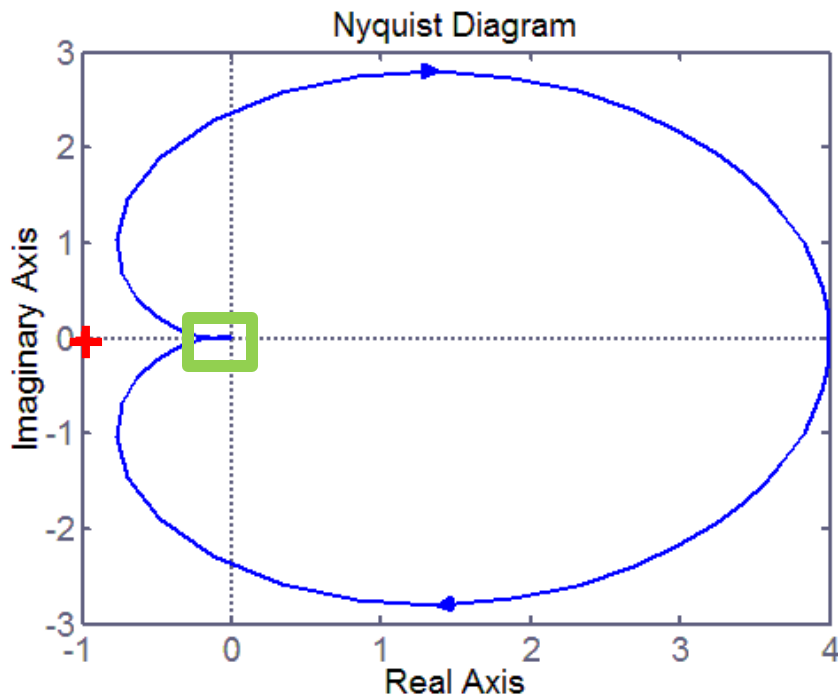
Fullständiga Nyquistkriteriet



- Plotta *öppna systemet* $G_o(s)$ för $s \in \gamma$ i komplexa talplanet (räcker ofta med $G_o(i\omega)$)
- Räkna antalet varv kring punkten -1
- *Slutna systemet* $G_c(s)$ a. stabilt om antalet varv är lika med antalet instabila poler hos $G_o(s)$ (vanligtvis 0)
- Parametern k bara skalar om kurvan $G_o(i\omega)$
- Kräver *frekvensbeskrivningen* $G_o(i\omega)$

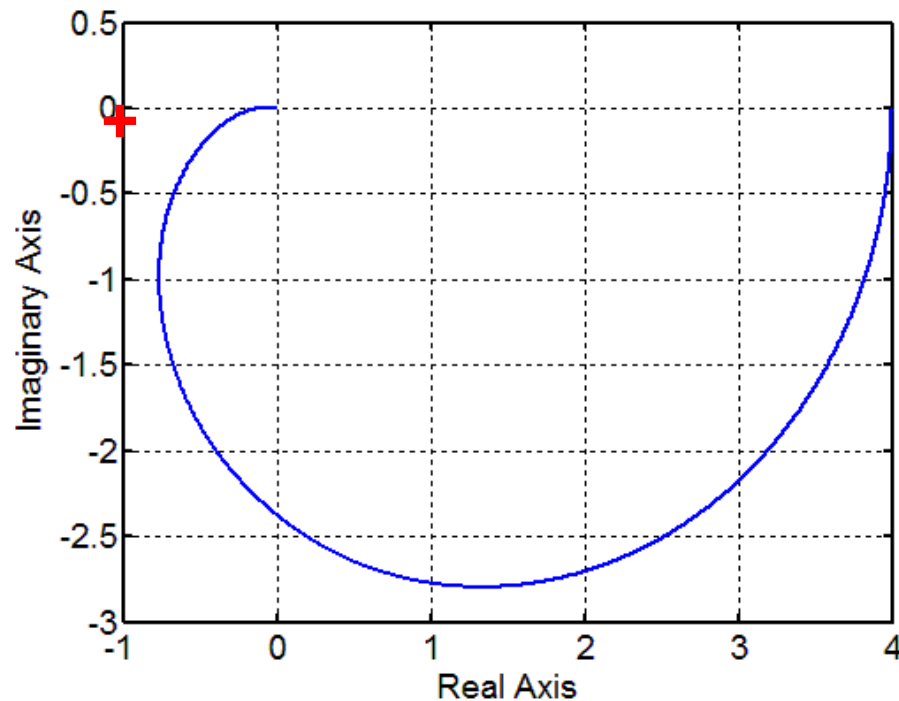
Exempel Nyquistkriteriet

- Öppet system $G_o(s) = \frac{s + 4}{(s + 1)^3}$
- $G_o(s)$ har 0 instabila poler
- $G_c(s)$ stabilt om $k < 1/0.125 = 8$



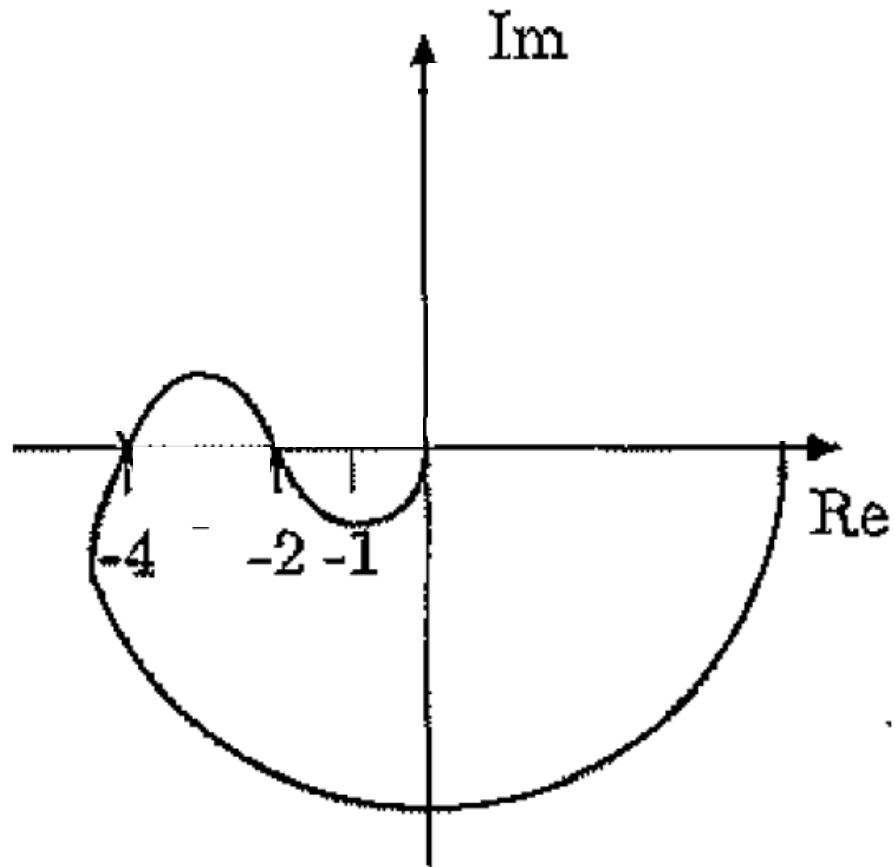
Förenklade Nyquistkriteriet

- Rita bara $G_o(i\omega)$, $0 \leq \omega < \infty$ ("Nyquistkurvan")
- Om $G_o(s)$ är a. stabilt så är $G_c(s)$ a. stabilt om punkten -1 ligger till *vänster* om Nyquistkurvan

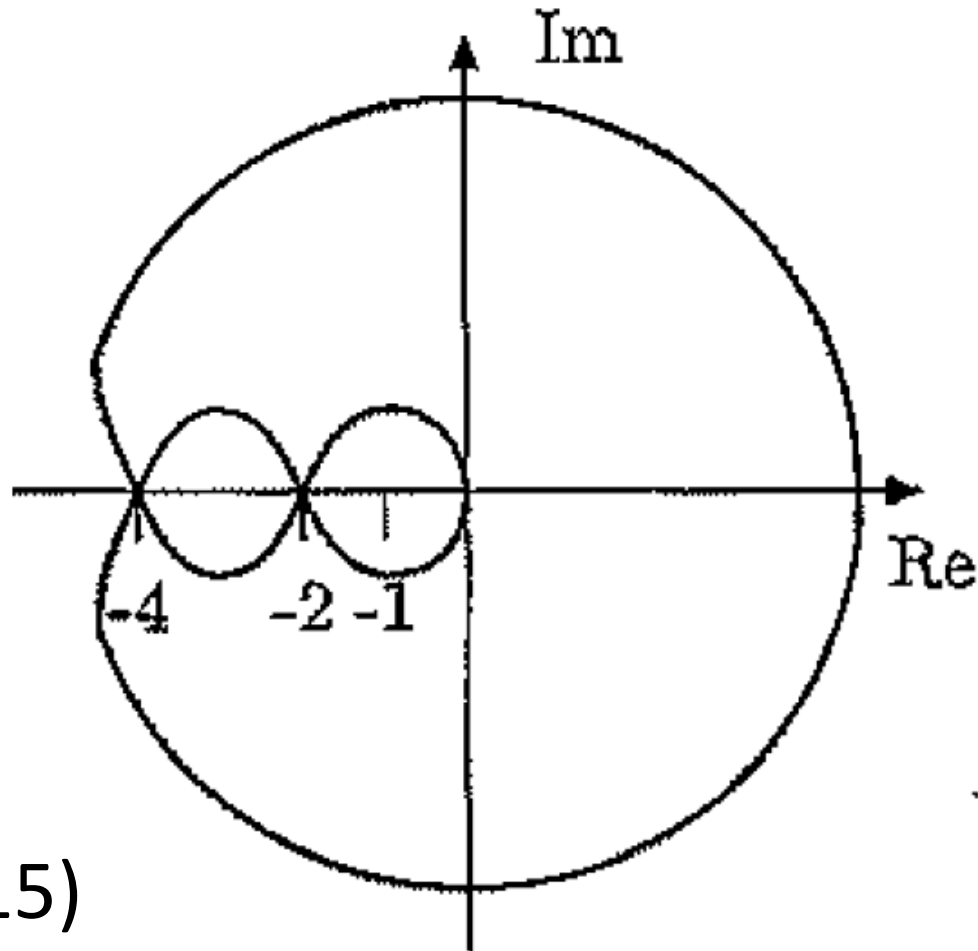


(Om "vänster" svårtolkat: Anv. fullständiga Nyquistkriteriet)

Ligger -1 till vänster om
Nyquistkurvan?



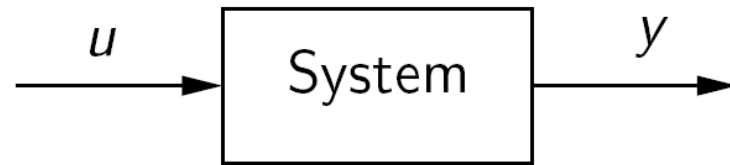
Ja! Använd här fullständiga
Nyquistkriteriet istället



(Övning 3.15)

Systembeskrivningar

- System i blockschemaform



- System i differentialekvationsform

$$\ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_2 y(t) = b_0 \dot{u}(t) + b_1 u(t)$$

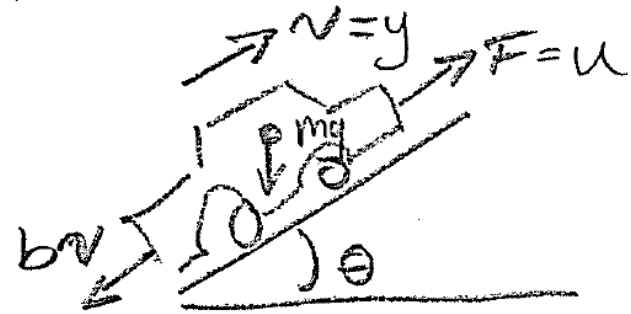
- System i överföringsfunktionsform

$$Y(s) = \underbrace{\frac{b_0 s + b_1}{s^2 + a_1 s + a_2}}_{G(s)} U(s)$$

- Idag: System i *frekvensbeskrivningsform*

Modell av bil

$(m = 1, b = 0.5, \theta = 0)$



1. Från kraftlagen ($y = v, u = F$):

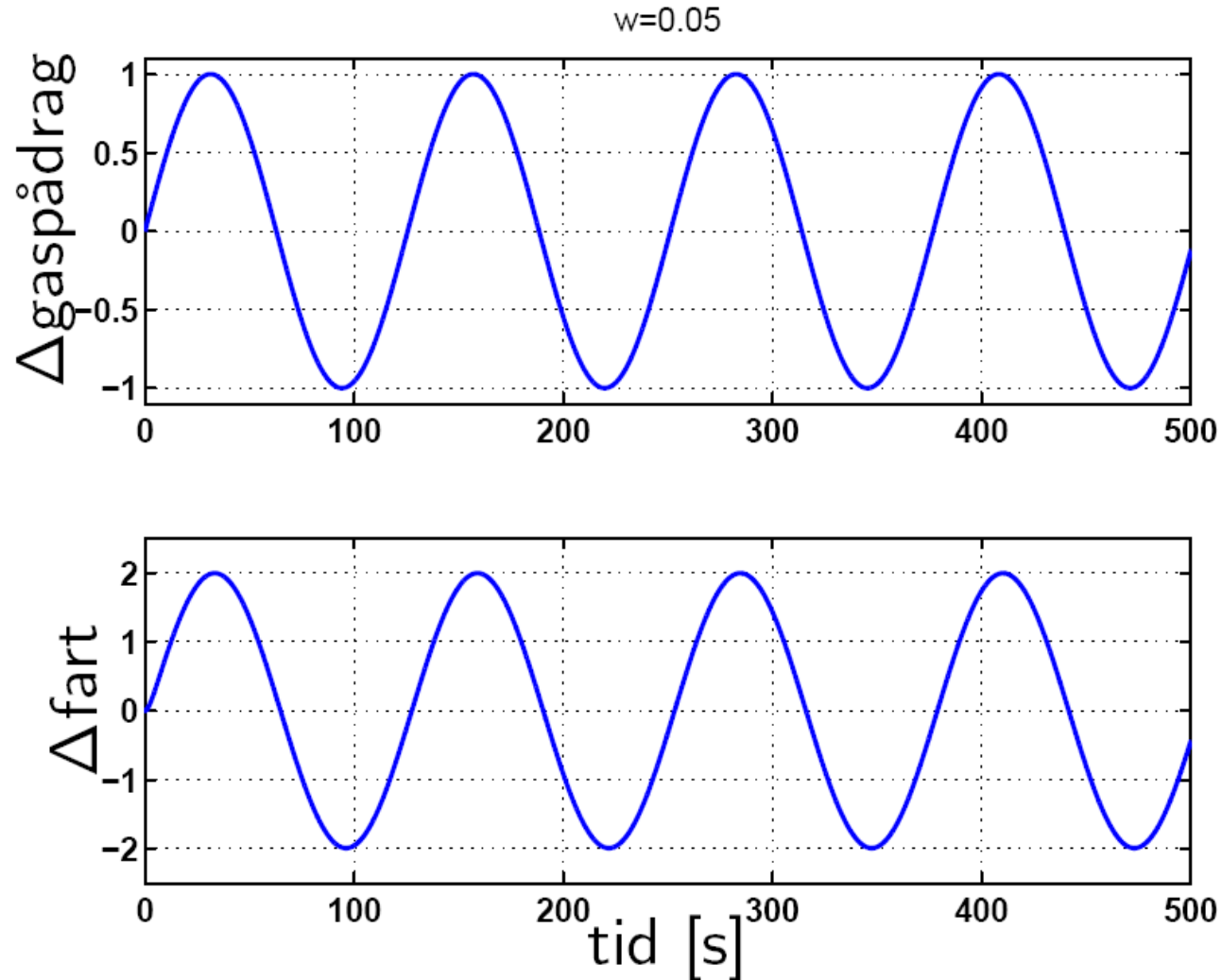
$$\dot{y} = -0.5y(t) + u(t)$$

2. Laplacetransformation ger

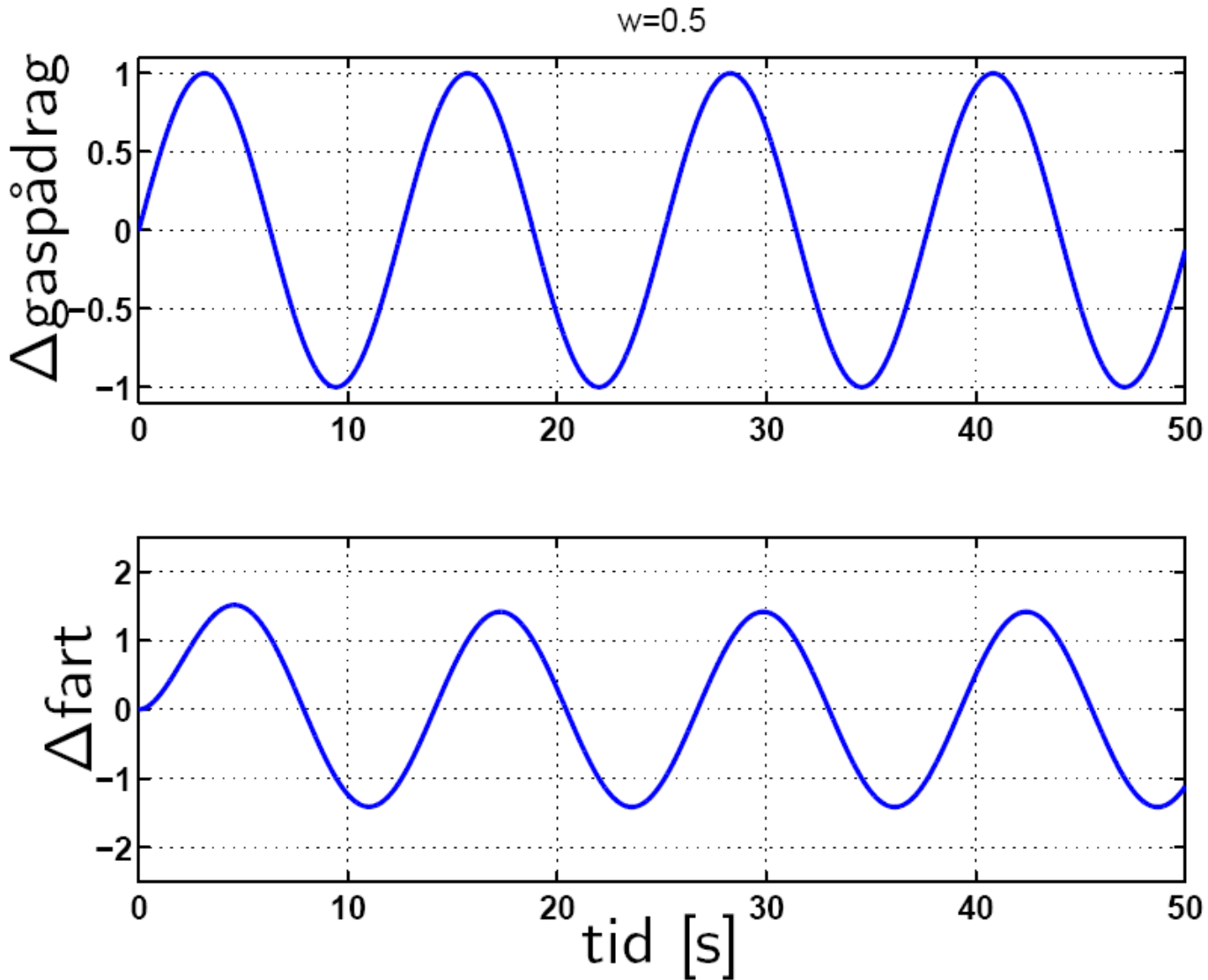
$$Y(s) = \frac{2}{2s + 1} U(s)$$

3. Låt $u(t) = \sin(\omega t)$, bestäm $y(t)$ som funktion av frekvens ω

Simulering av bil, $\omega=0.05$

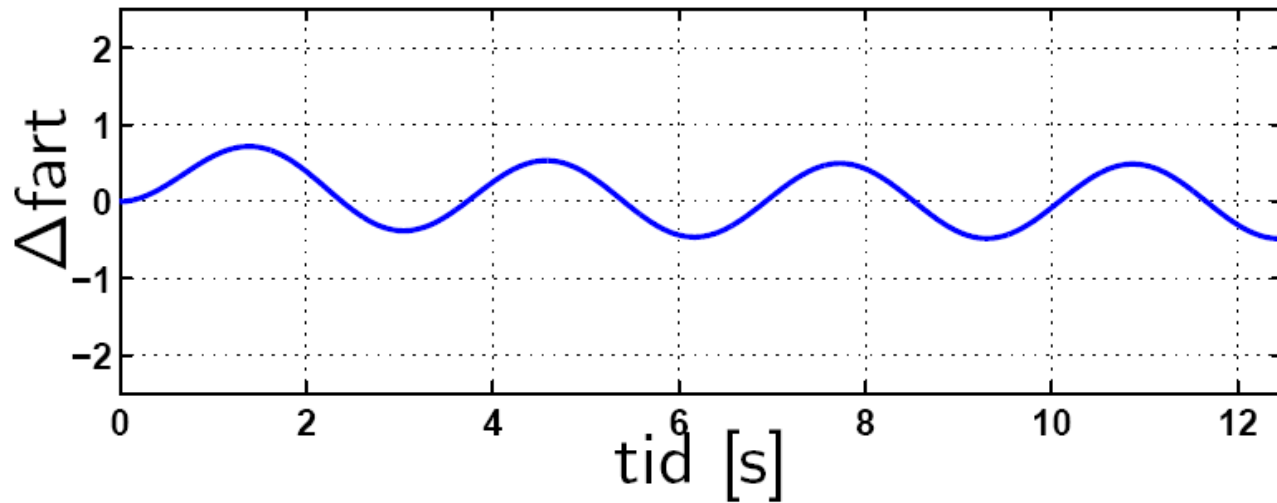
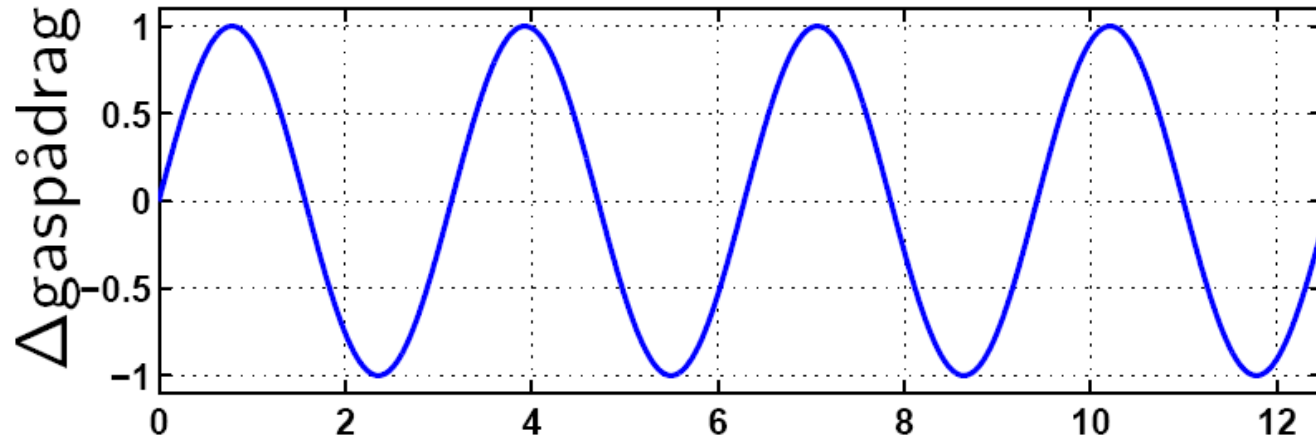


Simulering av bil, $\omega=0.5$



Simulering av bil, $\omega=2$

$\omega=2$



Bodediagram av bil

$$G(s) = \frac{2}{2s + 1}$$

