EL1000/1120/1110 Reglerteknik AK

Föreläsning 2:
Dynamik i återkopplade system
och PID-reglering

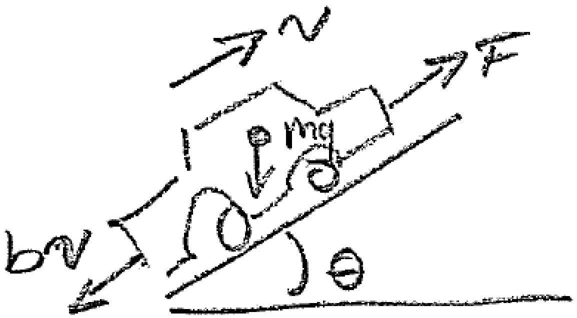
Lite mer kursinformation

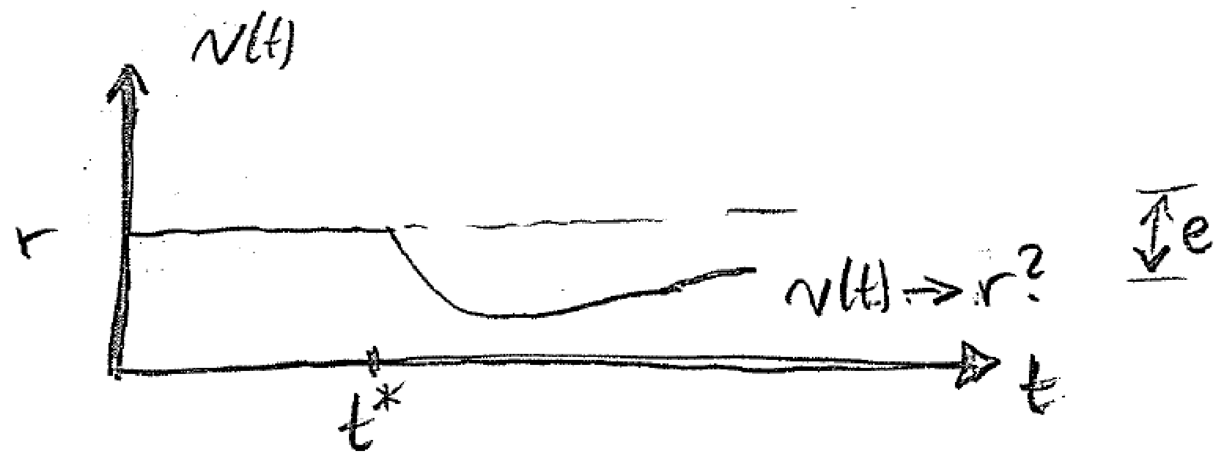
- Kurshemsida hittas t.ex. under ”Education” på **www.ee.kth.se/control**
- Labbokning på **https://www.ee.kth.se/lab**
- LAB3 kommer inte läggas upp riktigt än
- Glöm ej att registrera dig på kursen
- Kompendiet finns på STEX (öppet 9.30-11.00 och 12.00-14.00) och på kurshemsidan
- Kursnämndsrepresentant från T, P och I?

Innehåll

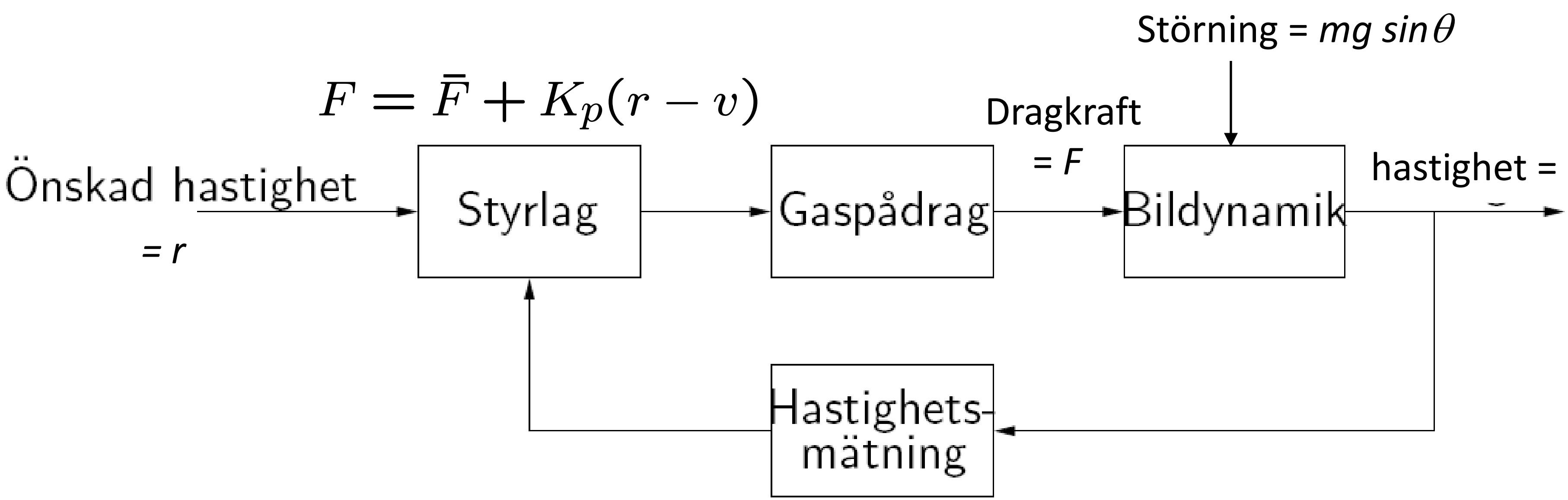
- Lösning av linjära diff.ekv. (repetition)
  - Homogen och partikulär lösning
  - Laplacetransform
- Analys av farthållare med PI-reglering (tavlan)
- Från diff.ekv. till överföringsfunktion
- Poler och nollställen
- Stabilitet, snabbhet och dämpning från poler
- Slutna systems överföringsfunktion
- Repetitionsblad på hemsidan

Farthållning av bil med återkoppling (P-reg.)





$$F = \bar{F} + K_p(r - v)$$



Frågor

1. Hur ser insvängningsförloppet av stegsvar ut?
2. Kommer det alls att svänga in? (Är det återkopplade systemet *asymptotiskt stabilt*?)
3. Finns det enklare sätt att räkna ut statiska reglerfel?

Svar: 1-2: Studera differentialekv. i detalj

1-3: Använd Laplacetransform

Lösning av linjära diff.ekv. (kort rep.)

- Exempel

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2 y(t) = u(t)$$

- lösning

$$y(t) = y_{part}(t) + y_{hom}(t)$$

  - *partikulär lösning:* anta t.ex. $u(t) = 1$,

$$y_{part}(t) = \frac{1}{a_2}$$

  - *homogen lösning:* $u(t) = 0$

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2 y(t) = 0$$

    karakteristisk ekvation

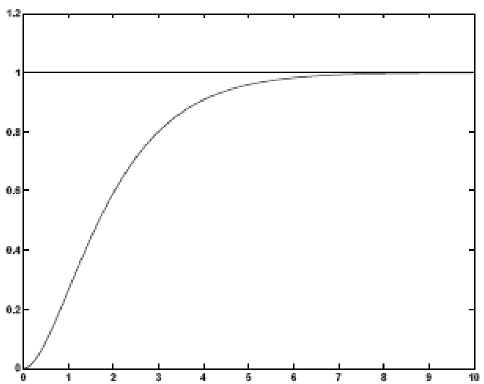
$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad y_{hom}(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t}$$

  - totalt, $y(t) = y_{part}(t) + y_{hom}(t)$

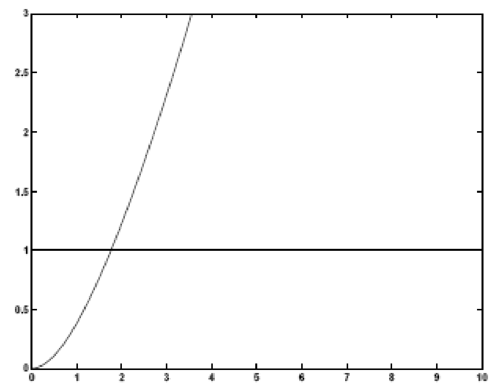
Lösningens principiella utseende

$$y(t) = \frac{1}{a_2} + c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t}$$

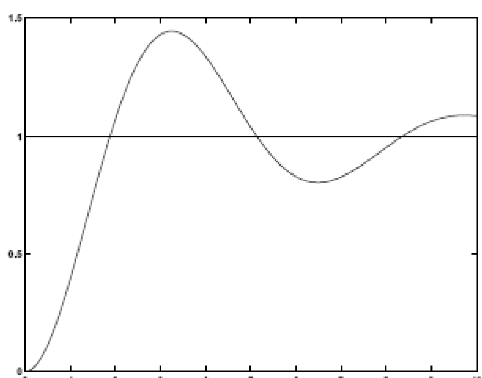
λ reella och negativa:



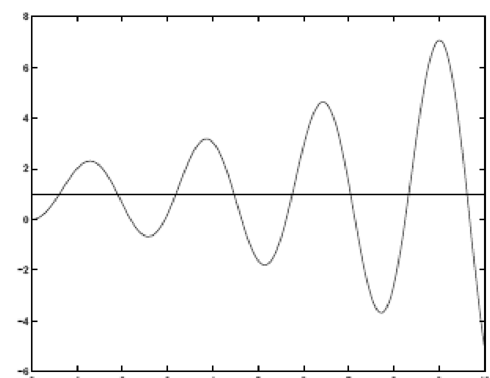
λ reella och positiva:



λ komplexa och $Re(\lambda) < 0$:



λ komplexa och $Re(\lambda) > 0$:



Laplacetransformen

- Definition:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$

  - Exempel: $f(t) = 1\ , \quad t \geq 0$ (steg)

$$F(s) = \int_0^\infty 1 \cdot e^{-st}dt = \left[-\frac{1}{s}e^{-st}\right]_0^\infty = \frac{1}{s}$$

Egenskaper

(i) Entydighet $f(t) \Leftrightarrow F(s)$. Tabell!

(ii) Linjäritet $\mathcal{L}\left[af(t) + bg(t)\right] = aF(s) + bG(s)$

(iii) Derivering: $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = sF(s) - f(0)$

Allmänt: $\mathcal{L}\left[\frac{d^n f}{dt^n}\right] = s^n F(s)$ om $f(0) = \dot{f}(0) = \ldots = 0$

(iv) Integration $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right] = \frac{1}{s}F(s)$

(v) Faltning $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau\right] = F(s)G(s)$

(vi) Slutvärdesatsen:
$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$
om slutvärdet existerar

Exempel med Laplacetransform

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2 y = u \ , \quad u(t) = 1$$

$$\Downarrow \mathcal{L}$$

$$s^2 Y(s) + a_1 s Y(s) + a_2 Y(s) = \frac{1}{s}$$

$$\Downarrow$$

$$Y(s) = \frac{1}{s(s^2 + a_1 s + a_2)} = \frac{1}{s(s-\lambda_1)(s-\lambda_2)}$$

$$\Downarrow \mathcal{L}^{-1} \quad (tabell)$$

$$y(t) = \frac{1}{a_2} + c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t}$$

Laplacetransform

- Känns detta svårt eller obekant?
- **Repetitionsseminarium imorgon fredag kl. 13-15 i sal D2**

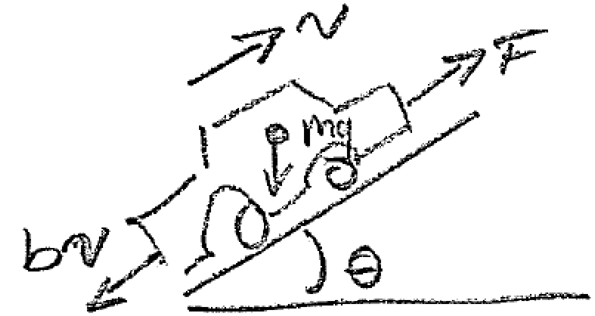
Frågor

1. Hur ser insvängningsförloppet av stegsvar ut?
2. Kommer det alls att svänga in? (Är det återkopplade systemet *asymptotiskt stabilt*?)
3. Finns det enklare sätt att räkna ut statiska reglerfel?

Svar: 1-2: Studera differentialekv. i detalj

1-3: Använd Laplacetransform

Farthållning av bil

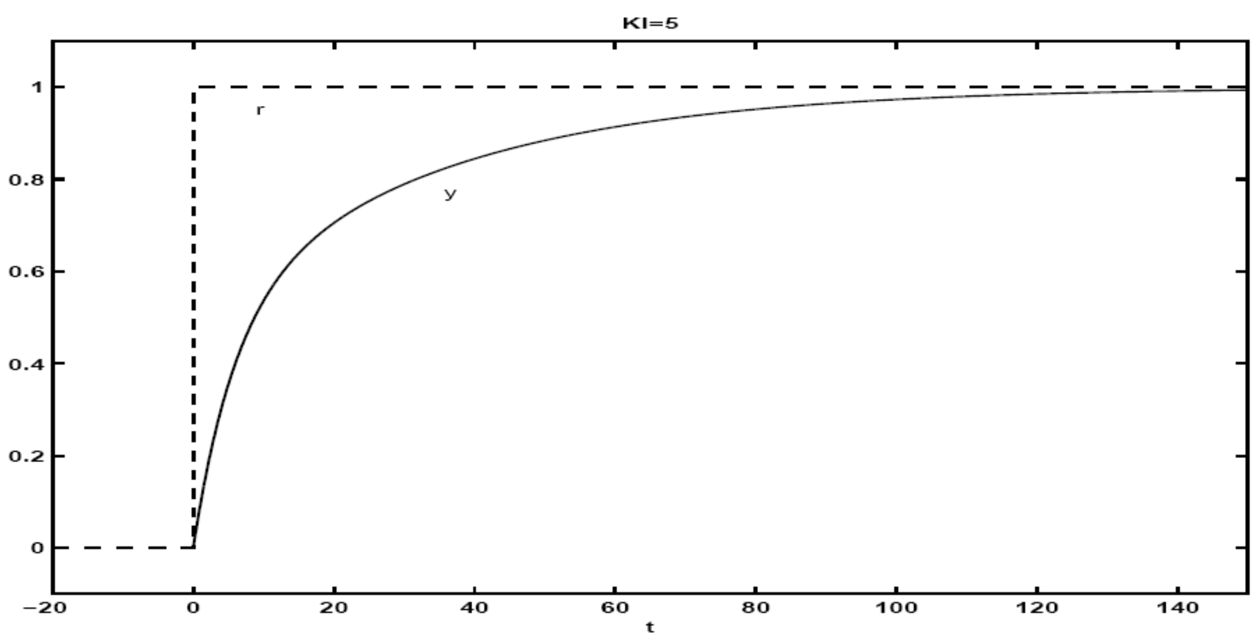


- Bilens dynamik $$\dot{v}(t) = \frac{1}{m}F(t) - g\sin\theta(t) - \frac{b}{m}v(t)$$
- Reglerfelet $$e(t) = r(t) - v(t)$$
- PI-regulator (=styrlag) $$F(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau)d\tau$$
- K_I och K_P valbara parametrar. Hur beror stegsvaren på dem?
- $K_I = 0$ gav statiskt fel ($\lim_{t\to\infty} e(t) \neq 0$, visade vi på F1)

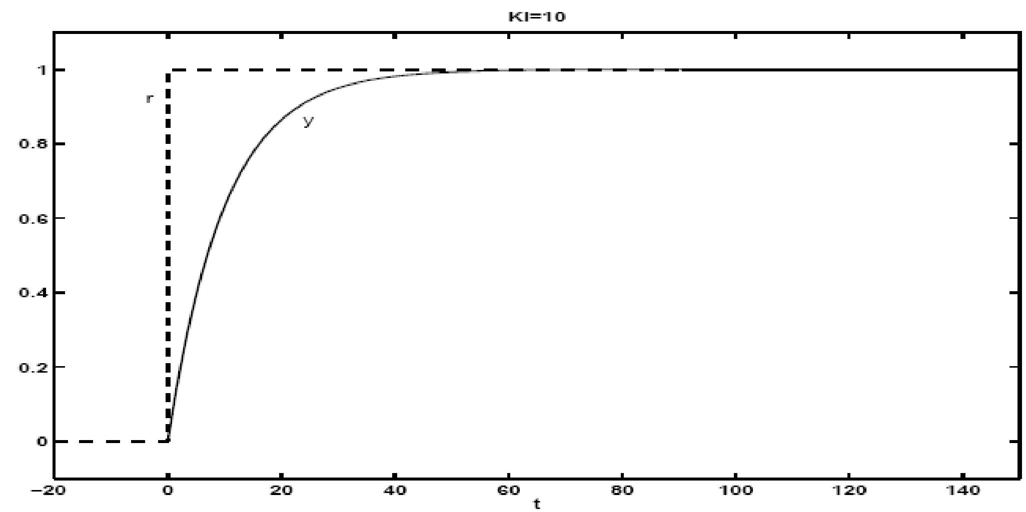
Farthållning av bil

- Studera fallet $m = 1000$ och $b = 100$.
- Betrakta utsignalen $y(t)$ (hastigheten) för steg i börvärdet $r(t)$ (referenshastiget) för olika K_I. Anta $K_P = 100$.

- Stegsvar för $K_I = 5$:



- Stegsvar för $K_I = 10$:



- Stegsvar för $K_I = 100$: