REGLERTEKNIK

KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2011–12–17, kl. 9.00–14.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande)
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Henrik Sandberg, 08-790 7294

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2012-01-13.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!

1. (a) Systemet

$$\dot{y}(t) = -4y(t) + \dot{u}(t) + 3u(t) \tag{1}$$

återkopplas med en PI-regulator

$$u(t) = \frac{1}{2}e(t) + \frac{1}{2}\int_0^t e(\tau)d\tau \tag{2}$$

där $e(t) = r(t) - y(t)$ är reglerfelet.

i. Vad är överföringsfunktionerna för systemet (1) och regulatorn (2)?

(2p)

ii. Vad är det slutna systemets överföringsfunktion och var ligger dess poler och nollställen?

(3p)

iii. Är det slutna systemet ett minfassystem? Motivera!

(1p)

(b) Genom frekvensanalys av mätdata från en bils farthållarsystem fås bodediagrammet i figur 1. Med utgångspunkt från bodediagrammet uppskattar vi att bilen väl kan modelleras av en överföringsfunktion på formen

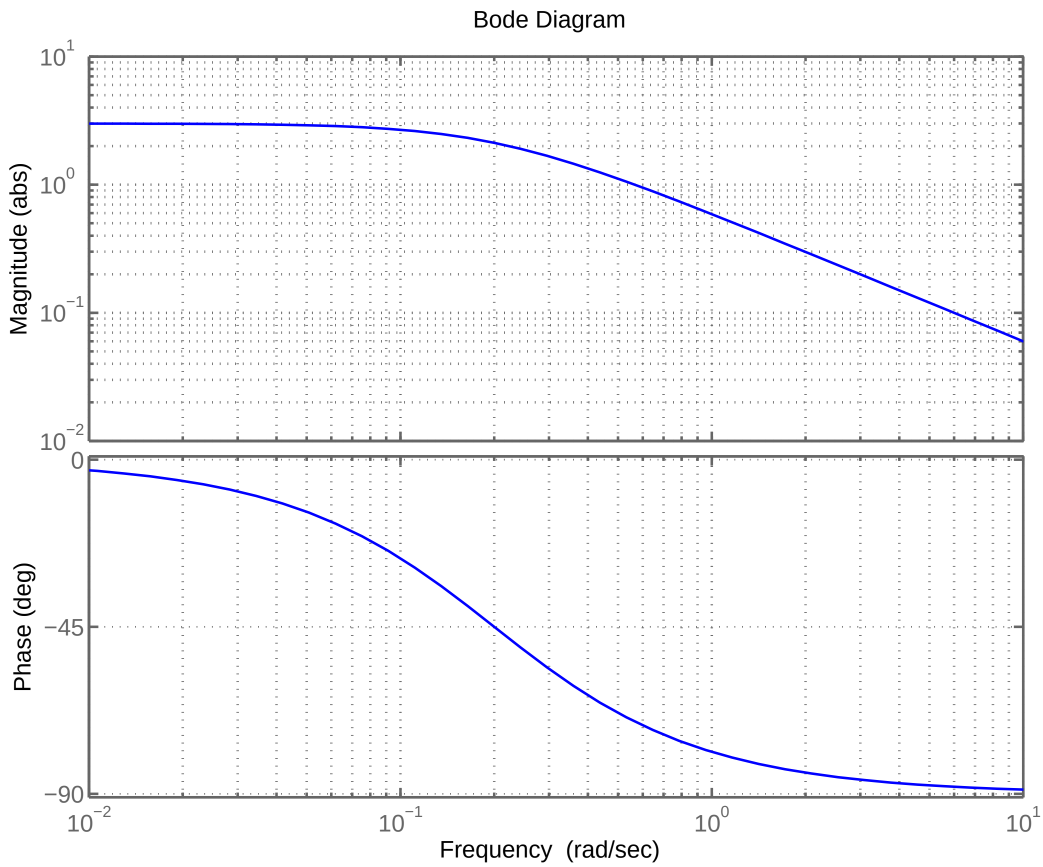
$$G(s) = \frac{K}{sT + 1}.$$

i. Uppskatta parametrarna K och T från data i figur 1.

(2p)

ii. Antag att insignalen till systemet $G(s)$ är $u(t) = 2\sin(0.2t)$. Vad blir då utsignalen $y(t)$ i stationäritet?

(2p)



Figur 1: Bodediagram för uppgift 1 (b).

2. Betrakta systemet

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t). \end{aligned} \tag{3}$$

En tillståndsregulator $u(t) = -L\hat{x}(t) + r(t)$ ska designas för (3), där $\hat{x}$ är det uppskattade tillståndet från observatören

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)).$$

(a) Bestäm L så att slutna systemets poler hamnar i $\{-1, -2\}$.

(2p)

(b) Bestäm K så att observatörens poler hamnar i $\{-4, -4\}$.

(2p)

(c) Vad blir det slutna systemets överföringsfunktion, d.v.s. överföringsfunktionen från r till y?

(2p)

(d) Skriv om den olinjära differentialekvationen

$$\ddot{y}(t) + \dot{y}(t)^2 + y(t)^3 = u(t)$$

på tillståndsform genom att inför tillstånden $x_1(t) = \dot{y}(t)$ och $x_2(t) = y(t)$. Hitta sedan den stationära punkten där $u(t) = 0$ och linjärisera tillståndsmodellen kring denna punkt.

(4p)

3. (a) Nyquistkurvan i figur 2 tillhör ett av de öppna systemen $G_1(s)$ - $G_3(s)$ i figur 3. Vilket? Motivera ditt svar!

(2p)

(b) I figur 3 visas bodediagram för tre öppna system, $G_1(s)$ - $G_3(s)$ och fyra återkopplade system $G_A(s)$ - $G_D(s)$. Para ihop rätt öppna system med motsvarande återkopplade system. Motivera dina svar!

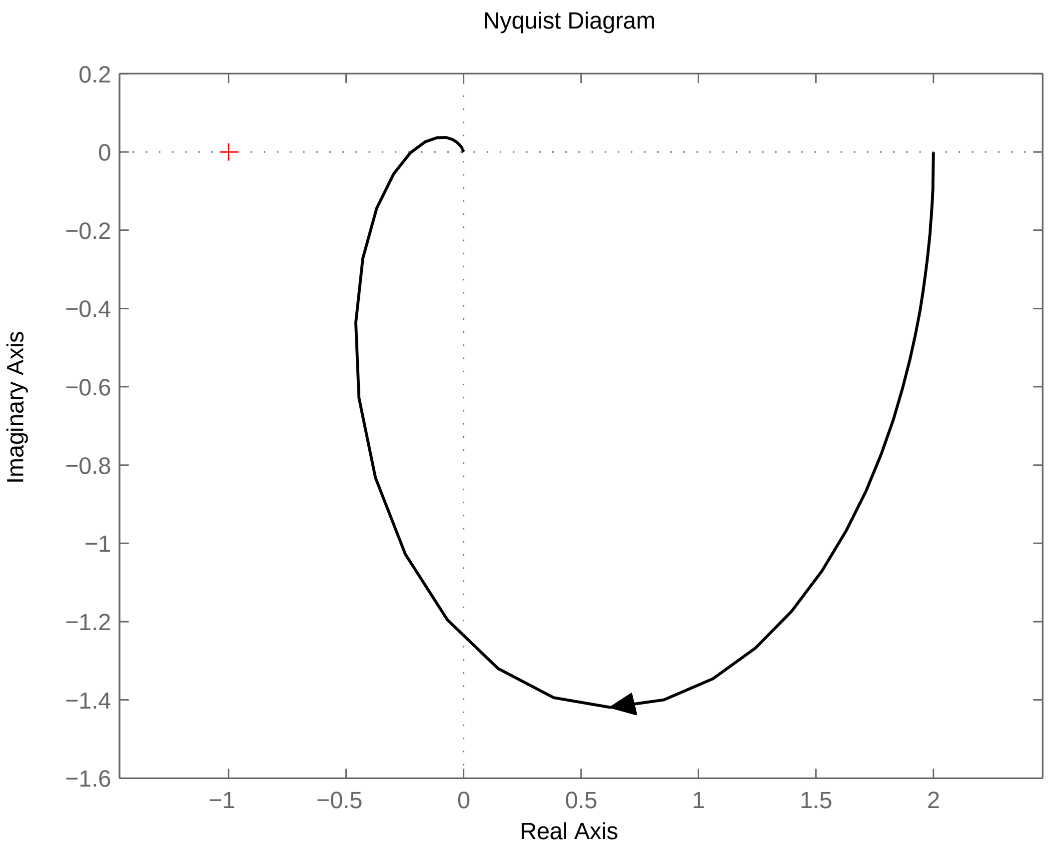
(3p)

(c) Då det öppna systemet $G_1(s)$ givet i figur 3 återkopplas blir det slutna systemet för långsamt och odämpat. Dimensionera en kompenseringslänk $F(s)$ för $G_1(s)$ sådan att det kompenserade återkopplade systemet blir ungefär dubbelt så snabbt och med dubbelt så stor fasmarginal.

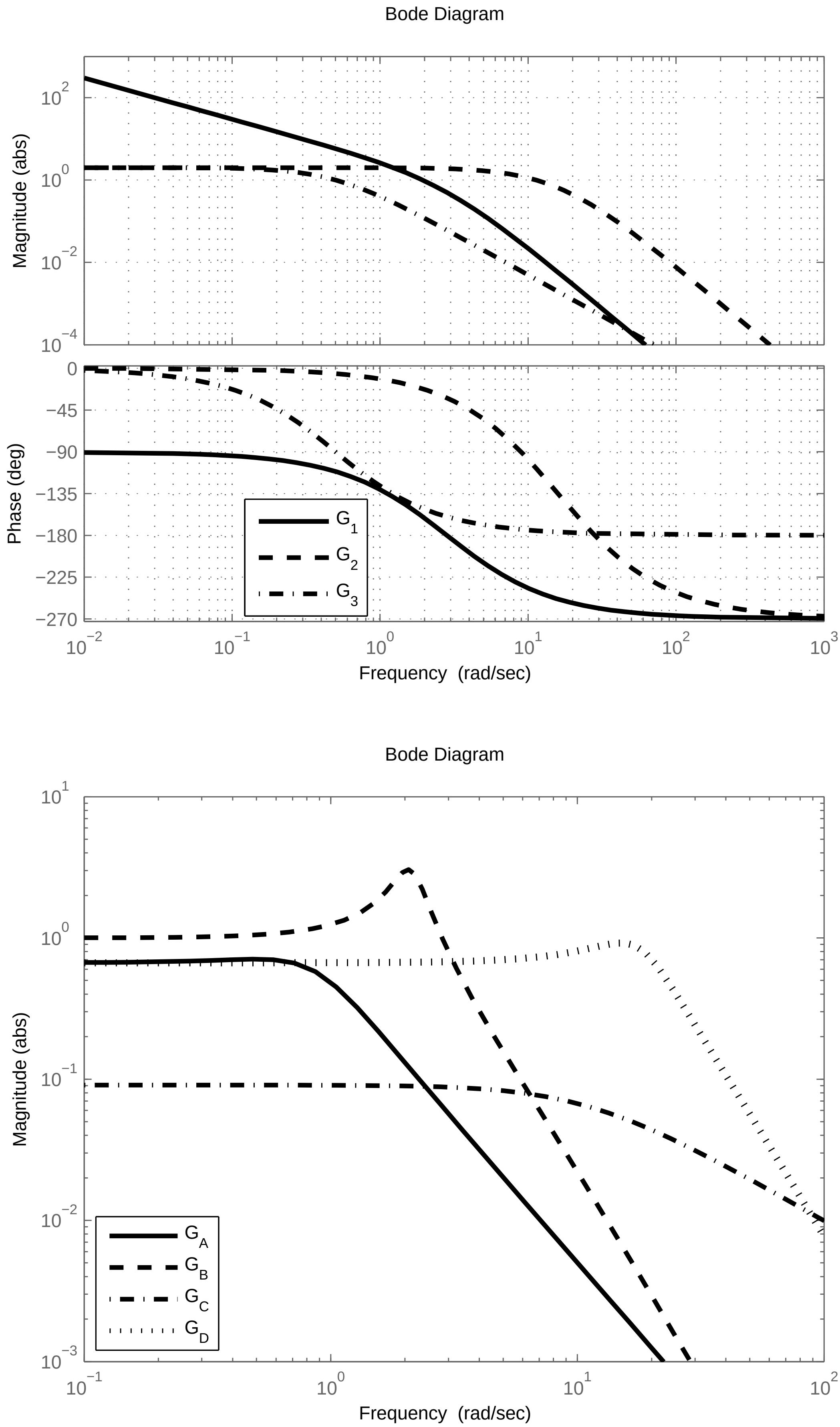
(5p)

Tips:

$$\begin{array}{llll} |G_1(i1)| = 2.7, & |G_1(i2)| = 1.0, & |G_1(i3)| = 0.47, & |G_1(i4)| = 0.25, \\ \arg G_1(i1) = -131^\circ, & \arg G_1(i2) = -162^\circ, & \arg G_1(i3) = -183^\circ, & \arg G_1(i4) = -198^\circ. \end{array}$$



Figur 2: Nyquistkurva till uppgift 3.



Figur 3: Bodediagram för öppna (överst) och slutna (nederst) systemen i uppgift 3.

4. Betrakta systemet

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_1(t) + u(t)\\ \dot{x}_2(t) &= -2x_1(t) + \alpha x_2(t) - u(t)\\ y(t) &= x_2(t).\end{aligned} \tag{4}$$

(a) För vilka värden på α är det öppna systemet (4) (d.v.s. då $u(t) = 0$ för alla t) asymptotiskt stabilt?

(2p)

(b) För vilka värden på α är systemet (4) observerbart?

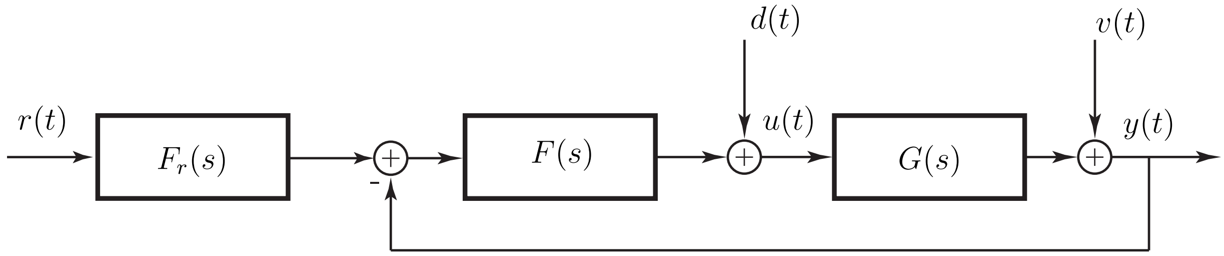
(2p)

(c) För vilka värden på α är systemet (4) styrbart?

(2p)

(d) För vilka värden på α är det möjligt att designa en tillståndsåterkoppling $u = -Lx$ så att det slutna systemet är asymptotiskt stabilt?

(4p)



Figur 4: Systemet som ska regleras i uppgift 5

5. Två vattentankar är monterade över varandra (som i laboration 1 och 2) och kan tillsammans modelleras som ett system

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}.$$

Systemet styrs här med hjälp av regulatorerna $F_r(s)$ och $F(s)$ enligt figur 4, där $y(t)$ är uppmätt vattennivå i nedre tanken och $u(t)$ är mängden vatten som pumpas i övre tanken.

(a) Vattentanksystemet påverkas även av signalerna $v(t)$ och $d(t)$ enligt figur 4. Ange rimliga fysikaliska tolkningar av dessa signaler.

(2p)

(b) Antag att $F(s) = K$ och $F_r(s) = K_r$ där K och K_r är positiva konstanter. Bestäm K och K_r så att fasmarginalen blir $\varphi_m = 60°$ samtidigt som det statiska felet elimineras vid ett steg i referensen om $d(t) = v(t) = 0$.

(6p)

(c) Givet K och K_r beräknade ovan. (Använd $K = K_r = 1$ om du inte löste deluppgift (b).) Vad blir statiska felet vid ett steg i $d(t)$ om $r(t) = v(t) = 0$?

(2p)

Tips:

$$\tan(0°) = 0 \qquad \tan(15°) = 2 - \sqrt{3}, \quad \tan(30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan(45°) = 1, \qquad \tan(60°) = \sqrt{3}, \quad \tan(120°) = -\sqrt{3}$$