LINJÄRA DIFFERENSEKVATIONER

Många tidsdiskreta LTI-system $y[n] = h[n] * x[n]$ kan beskrivas av en **differensekvation** på formen

$$y[n] + a_1 y[n-1] + a_2 y[n-2] + \cdots + a_N y[n-N] =$$
$$b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2] + \cdots + +b_M x[n-M]$$

Motsvarande **överföringsfunktion** $H(z) = \mathcal{Z}\{h[n]\}$ kan då skrivas

$$H_{II}(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_N z^{-N}}$$

kallas **rationell överföringsfunktion**.

$\circ$ **Nollställen** till $H_{II}(z)$: rötterna till $B(z) = 0$

$\times$ **Poler** till $H_{II}(z)$: rötterna till $A(z) = 0$

KAUSALITET

- Ett LTI-system är kausalt

  $\Longleftrightarrow$

  $h[n] = 0$, för alla $n < 0$

  $\Longleftrightarrow$

  Konvergensområdet (ROC:n) har formen $|z| >$konstant.

- Ett LTI-system med rationell överföringsfunktion och poler $p_1, p_2, \ldots, p_N$ är kausalt om och endast om konvergensområdet är

  $$|z| > \max_k |p_k|$$

  inklusive "$z = \infty$", dvs $\text{grad}\{B(z)\} \leq \text{grad}\{A(z)\}$ måste gälla.

STABILITET

- LTI-system är BIBO-stabila om och endast om enhetscirkeln ingår i konvergensområdet $\Longrightarrow$ frekvensfunktionen $H(\nu) = \mathcal{F}\{h[n]\}$ är väldefinierad.
- Kausala LTI-system med rationell överföringsfunktion är BIBO-stabila om och endast om alla poler ligger innanför enhetscirkeln.

FIR $\leftrightarrow$ IIR

FIR (Finite impulse response). Ett system sägs ha **ändligt impulssvar** (FIR) om $h[n] \neq 0$ för bara ändligt antal n.

IIR (Infinite impulse response). Ett system sägs ha **oändligt impulssvar** (IIR) om $h[n] \neq 0$ för oändligt många n.

- Ett LTI-system med rationell överföringsfunktion, där alla poler ligger i origo är FIR.
- Alla FIR-system är BIBO-stabila.