Dubbelsidig Z-transform

Transform: $X_{II}(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$

Konvergensområde (ROC): Mängden komplexa tal z så serien konvergerar.

Obs! $x[n]$ unikt bestämd av $X_{II}(z)$ bara **tillsammans med** ROC.

Inverstransform: Se boken (Hsu avsn. 4.5, Lathi avsn. 5.1)

Inverstransformering i praktiken: Tabellslagning eller serieutveckling.

Specifika egenskaper:

$$y[n] = x[n-K] \iff Y(z) = z^{-K}X(z)$$
$$y[n] = x[-n] \iff Y(z) = X(1/z)$$

Samband TDFT $\leftrightarrow$ dubbelsidig Z: $X(\nu) = X_{II}(z)\rfloor_{z=e^{j2\pi\nu}}$
om enhetscirkeln ingår i ROC:n.

Enkelsidig Z-transform

Transform: $X_{I}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n]z^{-n}$

Obs! $x[n], n \geq 0$ unikt bestämd av $X(z)$ även utan kännedom om ROC.

Specifika egenskaper:

$$y[n] = x[n-K], K > 0 \iff Y(z) = z^{-K}X(z) + \sum_{m=1}^{K} x[-m]z^{m-K}$$
$$y[n] = x[n+K], K > 0 \iff Y(z) = z^{K}X(z) - \sum_{m=0}^{K-1} x[m]z^{K-m}$$

Begynnelsevärdessatsen $x[0] = \lim_{z\to\infty} X(z)$

Slutvärdessatsen Om $(z-1)X(z)$ har alla poler inom enhetscirkeln,

$$\lim_{n\to\infty} x[n] = \lim_{z\to 1}(z-1)X(z)$$

Egenskaper Z-transform

(Enkel- och dubbelsidig)

$$
\begin{array}{lcl}
y[n] = x[n] * h[n] & \Longleftrightarrow & Y(z) = X(z)H(z) \\
y[n] = a_1x_1[n] + a_2x_2[n] & \Longleftrightarrow & Y(z) = a_1X_{(}z) + a_2X_2(z) \\
y[n] = \alpha^n x[n] & \Longleftrightarrow & Y(z) = X(z/\alpha) \\
y[n] = x^*[n] & \Longleftrightarrow & Y(z) = \big(X(z^*)\big)^* \\
y[n] = nx[n] & \Longleftrightarrow & Y(z) = -z\frac{\partial}{\partial z}X(z)
\end{array}
$$

Z-transform av tidsdiskreta system

Operation | Dubbelsidig Z-transform | Enkelsidig Z-transform