TRANSFORMER

Dubbelsidig Laplacetransform $X_{II}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st}dt$

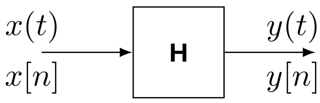
Konvergensområde (ROC, Region of Convergence") Mängden komplexa tal s så integralen konvergerar.

Enkelsidig Laplacetransform $X_I(s) = \int_{0}^{\infty} x(t)e^{-st}dt$

Fouriertransform $X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft}dt$

Samband Fourier $\leftrightarrow$ dubbelsidig Laplace: $X(f) = X_{II}(s)\rfloor_{s=j2\pi f}$.

TRANSFORMER OCH FALTNING



Om $y(t) = x(t) * h(t)$ och respektive transformer är definierade, så gäller

- $Y_{II}(s) = X_{II}(s)H_{II}(s)$
- $Y_I(s) = X_I(s)H_I(s)$ (för kausala system och signaler)
- $Y(f) = X(f)H(f)$

$H_{II}(s)$ kallas **Överföringsfunktion**

$H(f)$ kallas **Frekvensfunktion**

RATIONELLA ÖVERFÖRINGSFUNKTIONER

$$H_{II}(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \cdots + b_M s^M}{a_0 + a_1 s + \cdots + a_N s^N}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$a_0 y(t) + a_1 \frac{\partial}{\partial t} y(t) + \cdots + a_N \frac{\partial^N}{\partial t^N} y(t) = b_0 x(t) + b_1 \frac{\partial}{\partial t} x(t) + \cdots + b_M \frac{\partial^M}{\partial t^M} x(t)$$

$\circ$ **Nollställen** till $H_{II}(s)$: rötterna till $B(s) = 0$

$\times$ **Poler** till $H_{II}(s)$: rötterna till $A(s) = 0$

IMPULSSVAR OCH SYSTEMEGENSKAPER

- Ett LTI-system är BIBO-stabilt om och endast om

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt \text{ är ändlig} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| \text{ är ändlig} \end{cases}$$

- Ett LTI-system är kausalt om och endast om

$$\begin{cases} h(t) = 0 \text{ för alla } t < 0 \\ h[n] = 0 \text{ för alla } n < 0 \end{cases}$$

KONVERGENSOMRÅDEN OCH SYSTEMEGENSKAPER

- Om $H(s)$ rationell och systemet kausalt, är konvergensområdet till höger om alla poler, och antalet poler minst lika många som antalet nollställen.
- Ett LTI-system är BIBO-stabilt om och endast om imaginära axeln ingår i konvergensområdet $\Longrightarrow$ frekvensfunktionen $H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\}$ är väldefinierad.
- Kausala system med rationell överföringsfunktion är BIBO-stabila om och endast om alla poler i vänster halvplan, dvs $\mathrm{Re}[s_p] < 0$.

SINUS – IN SINUS – UT

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) \qquad \longrightarrow \boxed{H(f)} \longrightarrow \qquad y(t) = A_H \cos(2\pi f_0 t + \varphi_H)$$

$$x(t) = e^{j2\pi f_0 t} \qquad\qquad y(t) = H(f_0) e^{j2\pi f_0 t} = A_H e^{j(2\pi f_0 t + \varphi_H)}$$

Förstärkning $A_H = |H(f_0)|$

Fasförskjutning $\varphi_H = \angle\{H(f_0)\}$

Specialfall, konstant signal ($f = 0$): $x(t) = C \quad \Longrightarrow \quad y(t) = H(0)C$