

Seminarium 3 i kursen SF1661 Perspektiv på matematik HT2011

1. Konstruera ett tredjegradspolynom $p(x)$ som är sådant att dess graf $y = p(x)$ har sin inflektionspunkt i punkten $(2, 3)$ och sådant att tangenten till grafen i denna punkt har riktningskoefficient 4.

2. Låt $f(x) = (x + 1)^{1/3}$ och låt $g(x) = x^{2/3}$.

a) Skissera graferna $y = f(x)$ och $y = g(x)$ i samma koordinatsystem. Hur många lösningar har ekvationen $f(x) = g(x)$?

b) Lös ekvationen $f(x) = g(x)$. Redovisa också hur du kontrollerar dina lösningar.

3. a) Bevisa att för $a > 1$ är $f(x) = a^x$ en växande funktion när x varierar över de rationella talen. (Eftersom vi i kursen inte har gett någon logiskt precis definition av vad a^x skall betyda för irrationella x inskränker vi oss till att bevisa påståendet för rationella x .)

b) Utgå från a) och försök att på något sätt motivera varför $f(x) = a^x$, $a > 1$, är en växande funktion när x varierar över de reella talen.

c) Skissera grafen till $y = a^x$ för $a = 1/4$, $a = 1/2$, $a = 2$ och $a = e$ i samma koordinatsystem. Det viktiga är att du visar på grafernas utseende i stora drag och hur de förhåller sig till varandra.

4. Lös följande ekvationer

a) $\cos x = \sin x$ b) $\cos 2x = \sin x$.

5. Är det sant att

a) $\tan^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{\cos 2x}$ för alla $x \neq \pm \frac{\pi}{2} + n2\pi$?

b) $\tan^2 x = \frac{\sin 2x}{1 + \sin 2x}$ för alla $x \neq \pm \frac{\pi}{2} + n2\pi$?

Bevisa dina påståenden!

6. Avgör för vara och en av följande funktioner om de är inverterbara. Om så är fallet, skissera grafen till den inversa funktionen och ange också några funktionsvärden för inversen.

a) $f(x) = x^5 + x^{1/5}$ b) $g(x) = x^6 + x^{1/6}$

7. För vilka konstanter a , b , c och d är funktion $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ inverterbar? För vilka värden på konstanterna är den sin egen invers?

V G Vänd!

Ovanstående uppgifter ska lösas inför seminarietillfället. Till seminariet ska du ha med dig lösningar på dessa uppgifter, skrivna på ett papper per uppgift, med namn och personnummer på. Lösningarna ska vara väl motiverade och tydligt skrivna. Även en person som inte är insatt i problemet i förväg ska lätt kunna läsa och förstå dina lösningar. Rita figur, förklara alla beteckningar du inför och förklara hur du resonerar!

Vid seminariet kommer era lösningar att behandlas och diskuteras. Exempel på vad som kan hända: några uppgifter samlas in och rättas av lärare, några uppgifter kamraträttas, dvs rättas av andra studenter, några uppgifter blir lösta på tavlan av studenter (t ex av dig!). Precis vad som ska hända och vad du ska göra får du veta när du kommer dit.

Godkänd vid ett seminarietillfälle blir du om du deltar aktivt vid hela seminarie-tillfället och utför de uppgifter du blir tilldelad, samt att de uppgifter som väljs ut för inlämning är väl behandlade och väl presenterade. Uppgifter för inlämning skall lämnas vid seminarietillfällets början.

Godkänd på hela seminarieserien blir du om du är godkänd på minst 3 av de 4 seminarietillfällena. Klarar du det får du automatiskt 3 poäng på uppgift 3 vid det ordinarie skriftliga tentamenstillfället och vid ordinarie omtentamenstillfället (och endast vid dessa tillfällen). Väl godkänd blir du om du är godkänd på alla 4 seminarietillfällen och du får då på motsvarande sätt automatiskt 4 poäng på uppgift 3. Om du har 3 poäng på uppgiften genom seminarierna och vill höja till 4 poäng behöver du göra hela uppgiften vid tentamen.

Det är tillåtet att samarbeta med andra när du löser uppgifterna, men det är inte tillåtet att skriva av en lösning eller lämna in en lösning som du inte arbetat med själv. Var och en ska skriva sina egna lösningar. Och observera detta: det räcker inte att du har med dig lösningar, du ska i detalj kunna förklara varje steg i lösningarna. Om du inte muntligt och skriftligt kan förklara din egen lösning ordentligt blir du inte godkänd.

Din föreläsare informerar om i vilken grupp du skall redovisa dina seminarieuppgifter. Endast seminarieuppgifter redovisade i föreskriven grupp ger underlag för bonuspoäng.