Examinator Viggo Kann viggo@kth.se

Teoritenta i DD2350 Algoritmer, datastrukturer och komplexitet 2024-04-02

Fyll i svaren direkt i detta formulär. Skriv inte namn eller personnummer på tentan. För varje uppgift finns länk till relevanta föreläsningar där teorin tagits upp.

För godkänt krävs dels 13 poäng, dels minst en halv poäng på både uppgift 1 och uppgift 2. Uppgift 1 och 2 examinerar lärandemålet *definiera och översätta centrala begrepp som P, NP, NP-fullständighet och oavgörbarhet.* För Fx krävs 11 poäng. Högre betyg än godkänt ges inte.

Spara din ifyllda tenta som PDF-fil (kontrollera att den ser bra ut) och lämna in den i FeedbackFruits via Canvas **senast klockan 10.30**. Klockan 11.00 börjar den obligatoriska kamraträttningen i Zoom (länken finns också i examinationsrummet i Canvas). Varje tentand ska rätta en annan (anonym) tentands tenta. Därefter kontrollerar examinator rättningen och för in resultaten i Canvas senast imorgon.

Teoripoäng från 2023 års kursomgång kan tillgodoräknas på denna teoritenta.

Fyll i din teoripoäng från årets kurs (0–7 poäng, se Teoripoäng i Canvas):

Kryssa i att du läst och tänker följa regler för genomförande av teoritentan:

1. (1 p) [Nyckelbegrepp]

   a) Vad är den engelska termen för *målfunktion* (i ett optimeringsproblem)?

   b) Vad är den svenska termen för *sink* (i en flödesgraf)?

2. (1 p) [Föreläsning 3 och 24]

   Definiera nedanstående begrepp. Ge bara en definition av varje begrepp, inga exempel eller liknande. Definiera inte andra begrepp som ingår i dina definitioner.

   a) *prioritetskö*

   b) *NP-svårt beslutsproblem*

3. (8 p) [Föreläsning 1, 9, 16, 32]

Är följande påståenden sanna eller falska? Kryssa i rätt ruta för att svara. För varje deluppgift ger riktigt svar 1 poäng och ett *övertygande motiverat* riktigt svar 2 poäng. Missa inte att förklara vad påståendet betyder om det är ett matematiskt uttryck.

a) Påstående: $2^{3n} \in \omega(2^{2n})$.

Svar: **sant** ☐ **falskt** ☐

Motivering:

b) Anta att $v[1..n]$ är en array med heltal.
Påstående: Formeln

$$\max_{1 \leq a \leq b \leq n} \sum_{a \leq k \leq b} v[k]$$

uttrycker den längsta växande delföljden i v.

Svar: **sant** ☐ **falskt** ☐

Motivering:

c) Anta att vi vill sortera n heltal som alla är mellan 1 och 1000000.
Påstående: Det går inte att sortera talen snabbare (dvs med lägre tidskomplexitet) än med mergesort.

Svar: **sant** ☐ **falskt** ☐

Motivering:

d) Påstående: $NP \subseteq PSPACE$.

Svar: **sant** ☐ **falskt** ☐

Motivering:

4. (3 p) [Föreläsning 24 och 22]

A, B, C, D, E, F och G är beslutsproblem. Anta att G är NP-fullständigt och att man känner till polynomiska Karpreduktioner mellan problemen så här (en reduktion av A till B tecknas här $A \to B$):

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & \mathrm{A} & \leftarrow & \mathrm{B} & & \\
 & \nearrow & & \swarrow & & \searrow & \\
\mathrm{C} & \leftarrow & \mathrm{D} & \rightarrow & \mathrm{E} & & \mathrm{F} \\
 & & & \nwarrow & \downarrow & \nearrow & \\
 & & & & \mathrm{G} & &
\end{array}
$$

Anta i dessa frågor att P≠NP. Svara på frågorna genom att kryssa i motsvarande rutor.

a) Vilka av problemen måste vara NP-svåra?

A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F ☐

b) Vilka av problemen måste tillhöra NP?

A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F ☐

c) Vilka av problemen måste vara NP-fullständiga?

A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ F ☐

5. (1 p) [Föreläsning 30]

Anta att du har en approximationsalgoritm som approximerar ett visst maximeringsproblem inom faktorn q. Ange den bästa undre och övre gränsen för kvoten mellan det optimala värdet och algoritmens värde som garanteras av approximationsalgoritmen.

a) Bästa övre gräns: ☐

b) Bästa undre gräns: ☐