



KONTROLLSKRIVNING

Kursnummer:	HF0021 Matematik för basår I
Moment:	KS1
Program:	Tekniskt basår
Rättande lärare:	Niclas Hjelm, Philip Köck & Jonas Stenholm
Examinator:	Niclas Hjelm
Datum:	2019-09-02
Tid:	10:15-12:00
Hjälpmedel:	Formelsamling: ISBN 978-91-27-72279-8 eller ISBN 978-91-27-42245-2 (utan anteckningar). Inga andra formelsamlingar är tillåtna! Miniräknare, penna, radergummi, linjal, gradskiva
Omfattning och betygsgränser:	För godkänd kontrollskrivning krävs 7 poäng. Godkänd kontrollskrivning innebär att 4 poäng på <u>ordinarie tentamen</u> får tillgodoräknas. Till samtliga uppgifter krävs fullständiga lösningar. Lösningarna skall vara tydliga och lätta att följa. Införda beteckningar skall definieras. Uppställda samband skall motiveras. Skriv helst med blyertspenna! Svaret ska framgå tydligt och vara förenklat så långt som möjligt. Svara med enhet och lämplig avrundning på tillämpade uppgifter. Svara exakt på övriga uppgifter, om inte annat anges. Lycka till!

1.	Förenkla uttrycket $(a-3b)^2 - a(a-6b)$ så långt som möjligt.	(2p)
2.	Lös ekvationen $x^3 - 2x^2 = 3x$	(2p)
3.	Lös ekvationen $x^4 - 4x^2 - 45 = 0$	(2p)
4.	Lös ekvationen $\frac{x}{x-2} = 1 + \frac{3}{x}$	(2p)
5.	Förenkla uttrycket $\frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}$ så långt som möjligt.	(2p)
6.	Faktorisera polynomet $p(x) = 6 + 3x - 3x^2$ så långt som möjligt.	(2p)

Lösningsförslag

1. $(a-3b)^2 - a(a-6b) = a^2 - 6ab + 9b^2 - a^2 + 6ab = \underline{\underline{9b^2}}$

2. $x^3 - 2x^2 = 3x$
 $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$
 $x(x^2 - 2x - 3) = 0$
 $\underline{\underline{x_1 = 0}} \quad x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$
 $x = 1 \pm \sqrt{4}$
 $x = 1 \pm 2$
 $\underline{\underline{x_2 = -1}} \quad \underline{\underline{x_3 = 3}}$

3. Ekvationen kan lösas genom att göra substitutionen $t = x^2$:

$$\begin{aligned}x^4 - 4x^2 - 45 &= 0 \\t^2 - 4t - 45 &= 0 \\t &= 2 \pm \sqrt{2^2 + 45} \\t &= 2 \pm \sqrt{49} \\t &= 2 \pm 7 \\t = -5 & \quad t = 9 \\x^2 = -5 & \quad x^2 = 9 \\ \text{saknar lösning} \quad \underline{\underline{x_1 = 3}} \quad \underline{\underline{x_2 = -3}}\end{aligned}$$

4. $\frac{x}{x-2} = 1 + \frac{3}{x}, x \neq 2, x \neq 0$
 $\frac{x \cdot x}{x(x-2)} = \frac{x(x-2)}{x(x-2)} + \frac{3(x-2)}{x(x-2)}$
 $\frac{x^2}{x(x-2)} = \frac{x^2 - 2x + 3x - 6}{x(x-2)}$
 $x^2 = x^2 - 2x + 3x - 6$
 $\underline{\underline{x = 6}}$

5. $\frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}} = \frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{b}}{\frac{b^2}{ab} - \frac{a^2}{ab}} = \frac{\frac{a+b}{b}}{\frac{b^2 - a^2}{ab}} = \frac{a+b}{b} \cdot \frac{ab}{b^2 - a^2} = \frac{(a+b)a}{(b+a)(b-a)} = \underline{\underline{\frac{a}{b-a}}}$

6. $p(x) = 6 + 3x - 3x^2 = -3(-2 - x + x^2)$

Vi söker polynomets nollställen:

$$\begin{aligned}p(x) &= 0 \\-3(-2 - x + x^2) &= 0 \\x^2 - x - 2 &= 0 \\x &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2} \\x &= \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2} \\x_1 &= -1 \quad x_2 = 2\end{aligned}$$

Med hjälp av sambandet mellan ett polynoms nollställen och dess faktorer kan vi nu skriva

$$\underline{\underline{p(x) = -3(x+1)(x-2)}}$$

Rättningsmall

Generella riktlinjer för tentamensrättning

Varje beräkningsfel (<i>Därefter fortsatt rättning enligt nya förutsättningar</i>)	-1 poäng
Beräkningsfel; allvarliga och/eller leder till förenkling	-2 poäng eller mer
Prövning istället för generell metod	- samtliga poäng
Felaktiga antaganden/ansatser	- samtliga poäng
Lösning svår att följa och/eller <u>Svaret</u> framgår inte tydligt	-1 poäng eller mer
Matematiska symboler används felaktigt/saknas	-1 poäng eller mer
Bl.a Om '=' saknas (t.ex. ' \Rightarrow ' används istället)	-1 poäng/tenta
Om '=' används felaktigt (t.ex. istället för ' \Rightarrow ')	-1 poäng/tenta

Teoretiska uppgifter:

Avrundat svar	-1 poäng/tenta
---------------	----------------

Tillämpade uppgifter:

Enhet saknas/fel	-1 poäng/tenta
Avrundningar i delberäkningar som ger fel svar	-1 poäng/tenta
Svar med felaktigt antal värdesiffror (± 1 värdesiffra ok)	-1 poäng/tenta
Andra avrundningsfel	-1 poäng/tenta

Uppgiftsspecifika rättningsanvisningar

1. Felaktig användning av kvadreringsregel	-2p
Varje teckenfel	-1p
Ofullständigt förenklat svar	-1p
Svarar $(3b)^2$	OK
2. Varje saknad eller felaktig lösning	-1p
3. Kommer fram till ekvationerna $x^2 = -5$ samt $x^2 = 9$, sedan fel	-1p
4. Definitionsmängd felaktig/saknas	-0p (denna gång)
5. Förenklar till $\frac{(a+b)a}{b^2 - a^2}$, sedan fel	-1p
Svarar $-\frac{a}{a-b}$	-0p
6. Konstanten -3 saknas i svaret	-1p
Teckenfel vid övergång från nollställe till faktor	-1p/uppgift
Motiverar inte varför nollställena till polynomet söks och/eller sambandet mellan nollställena och faktorer	-0p