



KONTROLLSKRIVNING

Kursnummer:	HF0021 Matematik för basår I
Moment:	KS1
Program:	Tekniskt basår
Rättande lärare:	Vania Engström Lyberg & Maria Shamoun
Examinator:	Niclas Hjelm
Datum:	2019-01-21
Tid:	10:15-12:00
Hjälpmedel:	Formelsamling: ISBN 978-91-27-72279-8 eller ISBN 978-91-27-42245-2 (utan anteckningar). Inga andra formelsamlingar är tillåtna! Miniräknare, penna, radergummi, linjal, gradskiva
Omfattning och betygsgränser:	För godkänd kontrollskrivning krävs 7 poäng. Godkänd kontrollskrivning innebär att 4 poäng på <u>ordinarie tentamen</u> får tillgodoräknas. Till samtliga uppgifter krävs fullständiga lösningar. Lösningarna skall vara tydliga och lätta att följa. Införda beteckningar skall definieras. Uppställda samband skall motiveras. Skriv helst med blyertspenna! Svaret ska framgå tydligt och vara förenklat så långt som möjligt. Svara med enhet och lämplig avrundning på tillämpade uppgifter. Svara exakt på övriga uppgifter, om inte annat anges. Lycka till!

1. Bestäm definitionsmängden för funktionen $f(x) = \frac{2x+2}{4x^2-1}$. **1p**
2. Förenkla uttrycket $(2x-7)(2x+7) - (x-5)^2$ så långt som möjligt. **2p**
3. Skriv polynomet på faktorform: $12y - 4y^2 + (3-y)(1-5y)$ **2p**
4. Förenkla uttrycket $\frac{x^2-16}{3x} \cdot \frac{12x+3x^2}{x+4}$ så långt som möjligt. **2p**
5. Lös ekvationen $x+1 = \sqrt{2x+5}$. **2p**
6. I en rätvinklig triangel är den ena kateten hälften så lång som hypotenusan och den andra kateten 4,0 dm kortare än hypotenusan. Bestäm triangelns längsta sida. **3p**

Lösningförslag

1. Funktionen f är inte definierad då nämnaren är noll, dvs $4x^2 - 1 = 0$.

Lösningen till ekvationen $4x^2 - 1 = 0$ är:

$$x^2 = \frac{1}{4} \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}$$

Svar: Definitionsmängden är $x \neq \frac{1}{2}$ och $x \neq -\frac{1}{2}$.

2. $(2x-7)(2x+7) - (x-5)^2 = 4x^2 - 49 - (x^2 - 10x + 25) =$
 $= 4x^2 - 49 - x^2 + 10x - 25 = 3x^2 + 10x - 74$

Svar: $3x^2 + 10x - 74$

3. Faktoriserar polynomet genom att först bryta ut $4y$:

$$12y - 4y^2 + (3-y)(1-5y) = 4y(3-y) + (3-y)(1-5y)$$

Nästa steg är att bryta ut faktorn $(3-y)$ och sedan förenkla så långt som möjligt:

$$4y(3-y) + (3-y)(1-5y) = (3-y)(4y+1-5y) = (3-y)(1-y)$$

Anm. Alternativ lösningsmetod: utveckla och förenkla polynomet till $y^2 - 4y + 3$.

Bestäm nollställena till polynomet, dvs lösa ekvationen $y^2 - 4y + 3 = 0$ vilket ger

rötterna $y_1 = 1$ och $y_2 = 3$. Faktorsatsen säger att om polynomets nollställen är

$y_1 = 1$ och $y_2 = 3$ då är $y-1$ och $y-3$ faktorer till polynomet.

Svar: $(3-y)(1-y)$ eller $(y-3)(y-1)$

4. Börjar med att faktorisera båda täljarna genom konjugatregeln och att bryta ut $3x$:

$$\frac{x^2 - 16}{3x} \cdot \frac{12x + 3x^2}{x+4} = \frac{(x+4)(x-4)}{3x} \cdot \frac{3x(4+x)}{x+4}$$

Nu kan vi förkorta faktorerna $3x$ och $(x+4)$:

$$\frac{(x+4)(x-4)}{\cancel{3x}} \cdot \frac{\cancel{3x}(4+x)}{\cancel{x+4}} = (x+4)(x-4) = x^2 - 16$$

Svar: $x^2 - 16$

5. $x+1 = \sqrt{2x+5}$ $x \geq -\frac{5}{2}$. (Ty uttrycket under rottecknet får ej vara negativt.)

Definitionsmängden bestäms genom: $2x+5 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -5 \Rightarrow x \geq -\frac{5}{2}$

Kvadrerar båda leden: $(x+1)^2 = (\sqrt{2x+5})^2$
 $x^2 + 2x + 1 = 2x + 5$
 $x^2 = 4$
 $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$
 $x_1 = 2$ eller $x_2 = -2$

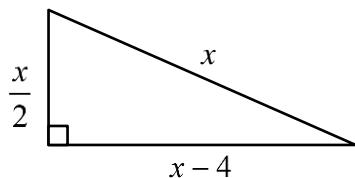
Båda lösningarna tillhör definitionsområdet $x \geq -\frac{5}{2}$. Lösningarna till rotekvationer måste prövas! Prövning ger:

För $x = 2$: $VL = 2 + 1 = 3$ $HL = \sqrt{2 \cdot 2 + 5} = \sqrt{9} = 3$ $VL = HL$

För $x = -2$: $VL = -2 + 1 = -1$ $HL = \sqrt{2 \cdot (-2) + 5} = \sqrt{1} = 1$ $VL \neq HL$

Svar: Ekvationen har en lösning, $x = 2$.

6. Låt x beteckna längden av hypotenusan.



Pythagoras sats ger: $x^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + (x-4)^2$ och $x > 4$

Förenklar ekvationen till:

$$x^2 = \frac{x^2}{4} + x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow 0 = \frac{x^2}{4} - 8x + 16 \Leftrightarrow 0 = x^2 - 32x + 64$$

Löser ekvationen med pq-formeln:

$$x = 16 \pm \sqrt{256 - 64} = 16 \pm \sqrt{192} = 16 \pm 13,8564$$

$$(x_1 = 2,1436) \text{ eller } x_2 = 29,8564$$

x_1 tillhör inte definitionsmängden.

Svar: Den längsta sidan är 30 dm.

Rättningsmall:

Generella riktlinjer för tentamensrättning

Varje beräkningsfel (Därefter fortsatt rättning enligt nya förutsättningar)	-1 poäng
Beräkningsfel; allvarliga och/eller leder till förenkling	-2 poäng eller mer
Prövning istället för generell metod	- samtliga poäng
Felaktiga antaganden/ansatser	- samtliga poäng
Lösning svår att följa och/eller <u>Svaret</u> framgår inte tydligt	-1 poäng eller mer
Matematiska symboler används felaktigt/saknas	-1 poäng eller mer
Bl.a Om '=' saknas (t.ex. ' \Rightarrow ' används istället)	-1 poäng/tenta
Om ' \Rightarrow ' används felaktigt (t.ex. istället för ' \Rightarrow ')	-1 poäng/tenta

Teoretiska uppgifter:

Avrundat svar	-1 poäng/tenta
---------------	----------------

Tillämpade uppgifter:

Enhet saknas/fel	-1 poäng/tenta
Avrundningar i delberäkningar som ger fel svar	-1 poäng/tenta
Svar med felaktigt antal värdesiffror (± 1 värdesiffra ok)	-1 poäng/tenta
Andra avrundningsfel	-1 poäng/tenta

- Sätter nämnaren lika med noll utan motivering -1p
Svarar med $x = \pm \frac{1}{2}$ -1p
- Korrekt använd konjugat- och kvadreringsregel men sedan fel +1p
- Felaktig användning av faktorsatsen (t ex " $x = 1$ är ett nollställe $\Rightarrow x = 1$ är en faktor") -1p
- Ofullständigt förenklat och genomfört någon förenkling
tex $\frac{(x+4)(x-4) \cdot 3x}{3x}$ eller $\frac{(x+4)(x-4)(4+x)}{x+4}$ -1p
- Definitionsmängden saknas -0p
Har med $x = -2$ i svaret -1p
Förkastar $x = -2$ med motivering att negativ lösning ej möjlig -1p
Prövar inte lösningarna/Formellt felaktig prövning -1p
- Korrekt förenklad ekvation, $0 = x^2 - 32x + 64$. +1p
Definitionsmängd saknas -0p
Ingen kommentar till att $x_1 = 2,1436$ inte tillhör definitionsmängden -1p
Svarar med fel sida -1p