



KONTROLLSKRIVNING

Kursnummer:	HF0021 Matematik för basår I
Moment:	KS1
Program:	Tekniskt basår
Rättande lärare:	Niclas Hjelm, Philip Köck & Jonas Stenholm
Examinator:	Niclas Hjelm
Datum:	2018-09-03
Tid:	08:15-10:00
Hjälpmedel:	Formelsamling: ISBN 978-91-27-72279-8 eller ISBN 978-91-27-42245-2 (utan anteckningar). Inga andra formelsamlingar är tillåtna! Miniräknare, penna, radergummi, linjal, gradskiva
Omfattning och betygsgränser:	För godkänd kontrollskrivning krävs 7 poäng. Godkänd kontrollskrivning innebär att 4 poäng på <u>ordinarie tentamen</u> får tillgodoräknas. Till samtliga uppgifter krävs fullständiga lösningar. Lösningarna skall vara tydliga och lätta att följa. Införda beteckningar skall definieras. Uppställda samband skall motiveras. Skriv helst med blyertspenna! Svaret ska framgå tydligt och vara förenklat så långt som möjligt. Svara med enhet och lämplig avrundning på tillämpade uppgifter. Svara exakt på övriga uppgifter, om inte annat anges.

1. Förenkla uttrycket $(a - 2b)^2 - b(4b - a)$ så långt som möjligt **(1p)**
2. För vilka värden på a är uttrycket $\frac{a-6}{10a+2a^2}$ inte definierat? **(1p)**
3. Faktorisera polynomet $18 - 12x + 2x^2$ så långt som möjligt **(2p)**
4. Lös ekvationen $x^3 = 4x^2 - x$ **(2p)**
5. Förenkla uttrycket $\frac{a}{a-1} + \frac{a+1}{a} + \frac{1-2a}{a(a-1)}$ så långt som möjligt **(2p)**
6. Förenkla uttrycket $\frac{\frac{1}{x}-1}{x^3-x}$ så långt som möjligt **(2p)**
7. Lös ekvationen $2\sqrt{2x+1} = x+2$ **(2p)**

Lösningsförslag

1. $(a - 2b)^2 - b(4b - a) = a^2 - 4ab + 4b^2 - 4b^2 + ab = a^2 - 3ab$

Svar: $a^2 - 3ab$

Anm: Svaret kan även skrivas $a(a - 3b)$

2. Uttrycket är inte definierat då nämnaren är noll. Detta ger

$$\begin{aligned}10a + 2a^2 &= 0 \\2a(5 + a) &= 0 \\a &= 0 \text{ eller } a = -5\end{aligned}$$

Svar: $a_1 = 0, a_2 = -5$

3. $2x^2 - 12x + 18 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2(x - 3)^2$

Svar: $2(x - 3)^2$

4.
$$\begin{aligned}x^3 &= 4x^2 - x \\x^3 - 4x^2 + x &= 0 \\x(x^2 - 4x + 1) &= 0 \\x = 0 \text{ eller } x^2 - 4x + 1 &= 0 \\x &= 2 \pm \sqrt{2^2 - 1} \\x &= 2 \pm \sqrt{3}\end{aligned}$$

Svar: $x_1 = 0, x_2 = 2 - \sqrt{3}, x_3 = 2 + \sqrt{3}$

5.

$$\begin{aligned}\frac{a}{a-1} + \frac{a+1}{a} + \frac{1-2a}{a(a-1)} &= \frac{a^2}{a(a-1)} + \frac{(a+1)(a-1)}{a(a-1)} + \frac{1-2a}{a(a-1)} = \frac{a^2+a^2-1+1-2a}{a(a-1)} = \frac{2a^2-2a}{a(a-1)} = \\ \frac{2a(a-1)}{a(a-1)} &= 2\end{aligned}$$

Svar: 2

6.
$$\frac{\frac{1}{x}-1}{x^3-x} = \frac{\frac{1-x}{x}}{\frac{x(x^2-1)}{1}} = \frac{\frac{1-x}{x}}{x(x^2-1)} = \frac{1-x}{x} \cdot \frac{1}{x(x^2-1)} = \frac{1-x}{x^2(x+1)(x-1)} = -\frac{1}{x^2(x+1)}$$

Svar: $-\frac{1}{x^2(x+1)}$

7. $2\sqrt{2x+1} = x+2 \geq -\frac{1}{2}$
 $(2\sqrt{2x+1})^2 = (x+2)^2$
 $4(2x+1) = x^2 + 4x + 4$
 $8x + 4 = x^2 + 4x + 4$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x-4) = 0$
 $x = 0$ eller $x = 4$

Lösningarna till en rottekvation måste prövas i ursprungsekvationen!

$x = 0:$ $VL = 2\sqrt{2x+1} = 2\sqrt{2 \cdot 0 + 1} = 2\sqrt{1} = 2$
 $HL = x + 2 = 0 + 2 = 2$
 $VL = HL$

$x = 4:$ $VL = 2\sqrt{2x+1} = 2\sqrt{2 \cdot 4 + 1} = 2\sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$
 $HL = x + 2 = 4 + 2 = 6$
 $VL = HL$

Svar: $x_1 = 0, x_2 = 4$

Preliminär Rättningsmall

Generella riktlinjer för tentamensrättning

- A. Varje beräkningsfel -1 poäng
(Därefter fortsatt rättning enligt nya förutsättningar)
- B. Beräkningsfel; allvarliga och/eller leder till förenkling -2 poäng eller mer
- C. Prövning istället för generell metod - samtliga poäng
- D. Felaktiga antaganden/ansatser - samtliga poäng
- E. Antar numeriska värden - samtliga poäng
- F. Lösning svår att följa och/eller Svaret framgår inte tydligt -1 poäng eller mer
(Vid flera svar väljs det minst gynnsamma. Svara antingen avrundat eller exakt, se nedan.)
- G. Matematiska symboler används felaktigt/saknas -1 poäng eller mer
- Bl.a Om '=' saknas (t.ex. '=>' används istället) -1 poäng/tenta
- Om '=' används felaktigt (t.ex. istället för '=>') -1 poäng/tenta

Teoretiska uppgifter:

- H. Avrundat svar -1 poäng/tenta

Tillämpade uppgifter:

- I. Enhet saknas/fel -1 poäng/tenta
- J. Avrundningar i delberäkningar som ger fel svar -1 poäng/tenta
- K. Svar med felaktigt antal värdesiffror (± 1 värdesiffra ok) -1 poäng/tenta
- L. Andra avrundningsfel -1 poäng/tenta
- M. Exakt svar -1 poäng/tenta

Uppgiftsspecifika rättningsanvisningar

1. Något fel -1p
2. Något fel -1p
3. **Ställer upp ekvationen** $2x^2 - 12x + 18 = 0$ **eller** $x^2 - 6x + 9 = 0$ **utan motivering** -1p
Svarar $(x - 3)^2$ -1p
Svarar $2(x - 3)$ -1p
4. Varje saknad lösning -1p
5. Ofullständigt förenklat (till ett bråk $\frac{2a^2 - 2a}{a(a-1)}$ eller liknande) -1p
6. Ofullständigt förenklat (utför inte förenklingen $\frac{1-x}{x-1} = -1$ eller gör teckenfel och påstår att $\frac{1-x}{x-1} = 1$) -1p
Felaktig förkortning (t ex $\frac{1}{x} = 1$) -1p
7. Prövning saknas / Formellt felaktig prövning / Felaktigt resonemang om lösningars giltighet (förfästar t ex $x=0$) -1p