



KONTROLLSKRIVNING

Kursnummer:	HF0021 Matematik för basår I
Moment:	KS1
Program:	Tekniskt basår
Rättande lärare:	Niclas Hjelm & Maria Shamoun
Examinator:	Niclas Hjelm
Datum:	2018-01-22
Tid:	08:15-10:00
Hjälpmedel:	Formelsamling: ISBN 978-91-27-72279-8 eller ISBN 978-91-27-42245-2 (utan anteckningar). Inga andra formelsamlingar är tillåtna! Miniräknare, penna, radergummi, linjal, gradskiva
Omfattning och betygsgränser:	För godkänd kontrollskrivning krävs 7 poäng. Godkänd kontrollskrivning innebär att 4 poäng på <u>ordinarie tentamen</u> får tillgodoräknas. Till samtliga uppgifter krävs fullständiga lösningar. Lösningarna skall vara tydliga och lätta att följa. Införda beteckningar skall definieras. Uppställda samband skall motiveras. Skriv helst med blyertspenna! Svaret ska framgå tydligt och vara förenklat så långt som möjligt. Svara med enhet och lämplig avrundning på tillämpade uppgifter. Svara exakt på övriga uppgifter, om inte annat anges. Lycka till!

1. Förenkla uttrycket $\frac{2a^2}{a^2 - b^2} + \frac{b}{a - b} - \frac{a}{a + b}$ så långt som möjligt. **(2p)**
2. Bestäm definitionsmängden för uttrycket $\frac{2x + 1}{x^2 - 3x - 10}$. **(2p)**
3. Lös ekvationen $(x^2 + 1)(2x + 1) - 5(2x + 1) = 0$ **(2p)**
4. Lös ekvationen $\frac{2x}{x - 3} = 3x + \frac{6}{x - 3}$ **(2p)**
5. Lös ekvationen $3\sqrt{2x - 1} = x + 2$ **(2p)**
6. Förenkla uttrycket $\frac{1}{1 + \frac{3}{3 + \frac{3}{a}}}$ så långt som möjligt. **(2p)**

Lösningförslag

1.	$\frac{2a^2}{a^2-b^2} + \frac{b}{a-b} - \frac{a}{a+b} = \frac{2a^2}{a^2-b^2} + \frac{b(a+b)}{(a-b)(a+b)} - \frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)} =$ $= \frac{2a^2 + ab + b^2 - a^2 + ab}{a^2-b^2} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2-b^2} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a+b}{a-b}$
2.	<p>Uttrycket $\frac{2x+1}{x^2-3x-10}$ är inte definierad då nämnaren är noll, dvs $x^2-3x-10=0$.</p> <p>Lösningen till ekvationen $x^2-3x-10=0$ är:</p> $x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{10 \cdot 4}{4}} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{3}{2} \pm \frac{7}{2}$ <p>$x_1 = 5$ eller $x_2 = -2$</p> <p>Svar: Definitionsmängden är $x \neq 5$ och $x \neq -2$</p>
3.	$(x^2+1)(2x+1) - 5(2x+1) = 0$ <p>Bryter ut $2x+1$:</p> $(2x+1)(x^2+1-5) = 0$ $(2x+1)(x^2-4) = 0$ $2x+1=0 \quad \text{eller} \quad x^2-4=0$ $x = -\frac{1}{2} \quad \text{eller} \quad x = \pm 2$ <p>Svar: Lösningarna är $x = -\frac{1}{2}$, $x = 2$ eller $x = -2$</p>
4.	$\frac{2x}{x-3} = 3x + \frac{6}{x-3} \quad \text{där } x \neq 3$ $\frac{2x}{x-3} = \frac{3x(x-3)}{x-3} + \frac{6}{x-3}$ $\frac{2x}{x-3} = \frac{3x^2-9x+6}{x-3}$ <p>För att likheten ska gälla måste täljarna i båda leden vara lika stor:</p> $2x = 3x^2 - 9x + 6$ $0 = 3x^2 - 11x + 6$ $0 = x^2 - \frac{11x}{3} + 2$ $x = \frac{11}{6} \pm \sqrt{\frac{121}{36} - \frac{2 \cdot 36}{36}}$ $x = \frac{11}{6} \pm \sqrt{\frac{121-72}{36}} = \frac{11}{6} \pm \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{11}{6} \pm \frac{7}{6}$ <p>$(x_1 = 3)$ eller $x_2 = \frac{2}{3}$</p> <p>Svar: Ekvationen har en lösning, $x = \frac{2}{3}$</p>

5.	$3\sqrt{2x-1} = x+2 \quad x \geq \frac{1}{2}. \text{ (Ty uttrycket under rottecknet får ej vara negativt.)}$ <p style="text-align: center;"> Detta ger oss villkoret $2x - 1 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 1$ $\Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$) </p> <p>Kvadrerar båda leden: $(3\sqrt{2x-1})^2 = (x+2)^2$</p> $9(2x-1) = x^2 + 4x + 4$ $18x - 9 = x^2 + 4x + 4$ $0 = x^2 - 14x + 13$ $x = 7 \pm \sqrt{49 - 13} = 7 \pm 6$ $x_1 = 13 \text{ eller } x_2 = 1$ <p>Båda lösningarna tillhör definitionsområdet $x \geq \frac{1}{2}$. Lösningarna till rotekvationer måste prövas! Prövning ger:</p> <p>För $x = 13$: $VL = 3\sqrt{2 \cdot 13 - 1} = 3\sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15$ VL=HL $HL = 13 + 2 = 15$</p> <p>För $x = 1$: $VL = 3\sqrt{2 \cdot 1 - 1} = 3\sqrt{1} = 3 \cdot 1 = 3$ VL=HL $HL = 1 + 2 = 3$</p> <p>Svar: Ekvationen har två lösningar, $x = 13$ eller $x = 1$.</p>
6.	$\frac{1}{1 + \frac{3}{3 + \frac{3}{a}}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{\frac{3a}{a} + \frac{3}{a}}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{\frac{3a+3}{a}}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{3(a+1)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{a+1}} = \frac{1}{1 + \frac{a}{a+1}} =$ $= \frac{1}{\frac{a+1}{a+1} + \frac{a}{a+1}} = \frac{1}{\frac{2a+1}{a+1}} = \frac{a+1}{2a+1}$

Rättningsmall:

Generella riktlinjer för tentamensrättning

Varje beräkningsfel (Därefter fortsatt rättning enligt nya förutsättningar)	-1 poäng
Beräkningsfel; allvarliga och/eller leder till förenkling	-2 poäng eller mer
Prövning istället för generell metod	- samtliga poäng
Felaktiga antaganden/ansatser	- samtliga poäng
Lösning svår att följa och/eller <u>Svaret</u> framgår inte tydligt	-1 poäng eller mer
Matematiska symboler används felaktigt/saknas	-1 poäng eller mer
Bl.a Om '=' saknas (t.ex. '>' används istället)	-1 poäng/tenta
Om '=' används felaktigt (t.ex. istället för '>')	-1 poäng/tenta

Teoretiska uppgifter:

Avrundat svar	-1 poäng/tenta
---------------	----------------

Tillämpade uppgifter:

Enhet saknas/fel	-1 poäng/tenta
Avrundningar i delberäkningar som ger fel svar	-1 poäng/tenta
Svar med felaktigt antal värdesiffror (±1 värdesiffra ok)	-1 poäng/tenta
Andra avrundningsfel	-1 poäng/tenta

1. korrekt förenklat till $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$ +1p
2. Sätter nämnaren lika med noll utan motivering -1p
Svarar med $x = 5$ och $x = -2$ -1p
3. Varje saknad eller felaktig lösning -1p
4. Definitionsmängden saknas -0p
Har med $x = 3$ i svaret -1p
5. Prövar inte lösningarna/Formellt felaktig prövning -1p
Anger inte definitionsmängden -0p
6. Korrekt förenklat till $\frac{1}{1 + \frac{a}{a+1}}$ eller $\frac{1}{1 + \frac{3a}{3a+3}}$ +1p