



KONTROLLSKRIVNING

Kursnummer:	HF0021 Matematik för basår I
Moment:	KS1
Program:	Tekniskt basår
Rättande lärare:	Massimiliano Colarieti-Tosti, Niclas Hjelm & Philip Köck
Examinator:	Niclas Hjelm
Datum:	2017-09-04
Tid:	08:15-10:00
Hjälpmedel:	Formelsamling: ISBN 978-91-27-72279-8 eller ISBN 978-91-27-42245-2 (utan anteckningar). Inga andra formelsamlingar är tillåtna! Miniräknare, penna, radergummi, linjal, gradskiva
Omfattning och betygsgränser:	För godkänd kontrollskrivning krävs 7 poäng. Godkänd kontrollskrivning innebär att 4 poäng på <u>ordinarie tentamen</u> får tillgodoräknas. Till samtliga uppgifter krävs fullständiga lösningar. Lösningarna skall vara tydliga och lätta att följa. Införda beteckningar skall definieras. Uppställda samband skall motiveras. Skriv helst med blyertspenna! Lycka till!

1. Förenkla uttrycket $(2a - b)^2 - a(a - 4b)$ så långt som möjligt **(2p)**

2. Lös ekvationen $x^3 = 2x^2 + 3x$ **(2p)**

3. Lös ekvationen $\sqrt{2x + 5} = x + 1$ **(2p)**

4. Lös ekvationen $x - \frac{1}{x} = 2$ **(2p)**

5. Förenkla uttrycket $\frac{y - \frac{1}{y}}{y - 1}$ så långt som möjligt **(2p)**

6. Faktorisera polynomet $p(x) = -3x^2 - 2x + 1$ så långt som möjligt. **(2p)**

Lösningsförslag

1. $(2a - b)^2 - a(a - 4b) = 4a^2 - 4ab + b^2 - a^2 + 4ab = 3a^2 + b^2$

Svar: $3a^2 + b^2$

2.

$$x^3 = 2x^2 + 3x$$

$$x^3 - 2x^2 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{eller} \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{4}$$

$$x = 1 \pm 2$$

$$x = -1 \quad x = 3$$

Svar: $x_1 = -1 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 3$

3.

$$\sqrt{2x+5} = x+1 \quad x \geq -\frac{5}{2}$$

$$(\sqrt{2x+5})^2 = (x+1)^2$$

$$2x+5 = x^2 + 2x+1$$

$$4 = x^2$$

$$x = \pm 2$$

Lösningarna till rot ekvationer måste prövas!

$$x = -2: \quad VL = \sqrt{2 \cdot (-2) + 5} = \sqrt{1} = 1$$

$$HL = x + 1 = -2 + 1 = -1$$

$$VL \neq HL$$

$$x = 2: \quad VL = \sqrt{2 \cdot 2 + 5} = \sqrt{9} = 3$$

$$HL = x + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$VL = HL$$

Vi förkastar alltså $x = -2$ (falsk rot)

Svar: $x = 2$

4.

$$x - \frac{1}{x} = 2 \quad x \neq 0$$

$$x^2 - 1 = 2x$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 1}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{2}$$

Svar: $x_1 = 1 - \sqrt{2}$ $x_2 = 1 + \sqrt{2}$

5.
$$\frac{y - \frac{1}{y}}{y - 1} = \frac{\frac{y^2}{y} - \frac{1}{y}}{y - 1} = \frac{\frac{y^2 - 1}{y}}{\frac{y - 1}{1}} = \frac{y^2 - 1}{y} \cdot \frac{1}{y - 1} = \frac{(y + 1)(y - 1)}{y(y - 1)} = \frac{y + 1}{y}$$

Svar: $\frac{y + 1}{y}$

6.
$$p(x) = -3x^2 - 2x + 1 = -3\left(x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}\right)$$

Vi söker polynomets nollställen:

$$p(x) = 0$$

$$-3\left(x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}}$$

$$x = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{3}{9}}$$

$$x = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9}}$$

$$x = -\frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

Med hjälp av sambandet mellan ett polynoms nollställen och dess faktorer: om $x - a$ är en faktor till polynomet $p(x)$ så är $x = a$ ett nollställe till polynomet $p(x)$; kan vi nu skriva polynomet som

Svar: $p(x) = -3(x+1)\left(x - \frac{1}{3}\right)$

Rättningsmall

Generella riktlinjer för tentamensrättning

Varje beräkningsfel (Därefter fortsatt rättning enligt nya förutsättningar)	-1 poäng
Beräkningsfel; allvarliga och/eller leder till förenkling	-2 poäng eller mer
Prövning istället för generell metod	- samtliga poäng
Felaktiga antaganden/ansatser	- samtliga poäng
Lösning svår att följa och/eller <u>Svaret</u> framgår inte tydligt	-1 poäng eller mer
Om '=' saknas (t.ex. '=>' används istället)	-1 poäng/tenta
Om '=' används felaktigt (t.ex. istället för '=>')	-1 poäng/tenta

Teoretiska uppgifter:

Avrundade svar	-1 poäng/tenta
----------------	----------------

Tillämpade uppgifter:

Enhet saknas/fel	-1 poäng/tenta
Avrundningar i delberäkningar som ger fel svar	-1 poäng/tenta
Svar med felaktigt antal värdesiffror (± 1 värdesiffra ok)	-1 poäng/tenta

Uppgiftsspecifika rättningsanvisningar

1. Felaktigt använd kvadreringsregel	-2p
Felaktig användning av distributiva lagen vid beräkning av $a(a - 4b)$	-2p
Teckenfel	-1p/gång
2. Varje saknad lösning	-1p
3. Påstår att ekvationen $x^2 = 4$ endast har en lösning	-1p
Prövning saknas/ Formellt felaktig prövning	-1p
4. Anger ej definitionsmängd	-0p
Felaktig definitionsmängd	-1p
Felaktigt resonemang om lösningars giltighet (t ex förkastande av lösning/ar)	-1p
5. Svarar $1 + \frac{1}{y}$	OK
Korrekt förenklat till $\frac{y^2 - 1}{y(y - 1)}$ sedan fel	+1p
6. Konstanten -3 saknas i svaret	-1p
Teckenfel vid övergång från nollställe till faktor	-1p
Svarar med konstanten inmultiplikerad i någon av de övriga faktorerna, t ex $p(x) = -(x + 1)(3x - 1)$	OK