



# KONTROLLSKRIVNING

---

Kursnummer:	HF0021 Matematik för basår I
Moment:	KS1
Program:	Tekniskt basår
Rättande lärare:	Sara Sebelius & Håkan Strömberg
Examinator:	Niclas Hjelm
Datum:	2017-01-23
Tid:	08:15-10:00
Hjälpmedel:	Formelsamling: ISBN 978-91-27-72279-8 eller ISBN 978-91-27-42245-2 ( <b>utan anteckningar</b> ). <b>Inga andra formelsamlingar är tillåtna!</b> Miniräknare, penna, radergummi, linjal, gradskiva
Omfattning och betygsgränser:	För godkänd kontrollskrivning krävs 7 poäng. Godkänd kontrollskrivning innebär att 4 poäng på <u>ordinarie tentamen</u> får tillgodoräknas.  <b>Till samtliga uppgifter krävs fullständiga lösningar. Lösningarna skall vara tydliga och lätta att följa.</b> <b>Införda beteckningar skall definieras.</b> <b>Uppställda samband skall motiveras.</b> <b>Skriv helst med blyertspenna!</b>  Lycka till!

1. Förenkla uttrycket  $(3a + 1)^2 - (1 - a)^2$  så långt som möjligt (2p)

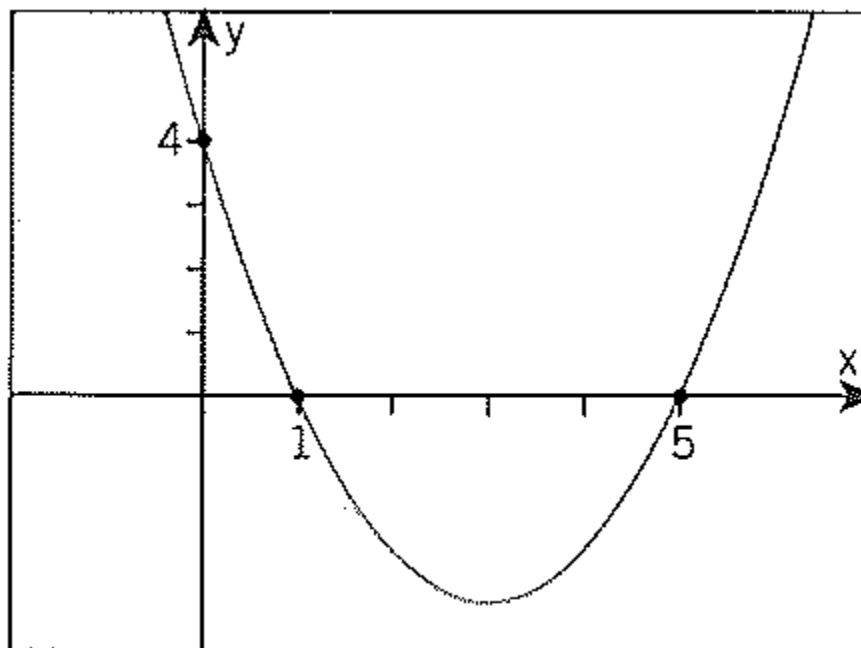
2. Lös ekvationen  $x^3 - 2x^2 = 8x$ . (2p)

3. Förenkla uttrycket  $\frac{\frac{a+1}{a^2-1}}{\frac{a}{1-a}}$  så långt som möjligt (2p)

4. Lös ekvationen  $\frac{x^2}{x+1} + 2 = \frac{5}{x+1}$  (2p)

5. Lös ekvationen  $\sqrt{x+9} = 3-x$ . (2p)

6. Figuren visar grafen till ett andragradspolynom. Polynomets skärningspunkter med koordinataxlarna har markerats. Skriv polynomets faktorform. (2p)



## Lösningsförslag

1.

$$(3a+1)^2 - (1-a)^2 = 9a^2 + 6a + 1 - (1 - 2a + a^2) = 9a^2 + 6a + 1 - 1 + 2a - a^2 = \\ \underline{\underline{8a^2 + 8a}} = \underline{\underline{8a(a+1)}}$$

2.

$$x^3 - 2x^2 = 8x \\ x^3 - 2x^2 - 8x = 0 \\ x(x^2 - 2x - 8) = 0 \\ \underline{\underline{x_1 = 0}} \quad \text{eller} \quad x^2 - 2x - 8 = 0 \\ x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 8} \\ x = 1 \pm \sqrt{9} \\ x = 1 \pm 3 \\ \underline{\underline{x_2 = -2}} \quad \underline{\underline{x_3 = 4}}$$

3.

$$\frac{\frac{a+1}{a^2-1}}{\frac{a}{1-a}} = \frac{\frac{a+1}{(a+1)(a-1)}}{\frac{a}{1-a}} = \frac{\frac{1}{a-1}}{\frac{a}{1-a}} = \frac{1}{a-1} \cdot \frac{1-a}{a} = \frac{-1(a-1)}{(a-1)a} = \underline{\underline{-\frac{1}{a}}}$$

4.

$$\frac{x^2}{x+1} + 2 = \frac{5}{x+1} \quad x \neq -1 \\ \frac{x^2}{x+1} + \frac{2(x+1)}{x+1} = \frac{5}{x+1} \\ \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1} = \frac{5}{x+1} \\ x^2 + 2x + 2 = 5 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \\ x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 3} \\ x = -1 \pm 2 \\ \underline{\underline{x = -3}} \quad \underline{\underline{x = 1}}$$

5. Definitionsmängden ges av:  $x + 9 \geq 0 \Rightarrow x \geq -9$

$$\begin{aligned}
\sqrt{x+9} &= 3-x \\
(\sqrt{x+9})^2 &= (3-x)^2 \\
x+9 &= 9-6x+x^2 \\
0 &= x^2-7x \\
x(x-7) &= 0 \\
x=0 &\text{ eller } x-7=0 \\
x_1=0 &\quad x_2=7
\end{aligned}$$

Lösningar till rotekvationer måste prövas!

$$\begin{aligned}
x=0: \quad VL &= \sqrt{x+9} = \sqrt{0+9} = 3 \\
HL &= 3-x = 3-0 = 3 \\
VL &= HL
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x=7: \quad VL &= \sqrt{x+9} = \sqrt{7+9} = \sqrt{16} = 4 \\
HL &= 3-x = 3-7 = -4 \\
VL &\neq HL
\end{aligned}$$

**Svar:** Ekvationen har en lösning,  $x=0$

6. Vi vet att andragradsfunktionen kan skrivas  $f(x) = k(x-x_1)(x-x_2)$  där  $x_1$  och  $x_2$  är funktionens nollställen. Funktionen nollställen avläser vi i grafen till 1 och 5. Vi har alltså

$$f(x) = k(x-1)(x-5)$$

Vi avläser i grafen även att  $f(0) = 4$ , detta villkor gör att vi kan bestämma  $k$ .

$$\begin{aligned}
f(0) &= 4 \Rightarrow \\
k \cdot (0-1) \cdot (0-5) &= 4 \\
5k &= 4 \\
k &= \frac{4}{5}
\end{aligned}$$

**Svar:**  $f(x) = \frac{4}{5}(x-1)(x-5)$

## Rättningsmall

### Generella riktlinjer för tentamensrättning

Varje beräkningsfel ( <i>Därefter fortsatt rättning enligt nya förutsättningar</i> )	-1 poäng
Beräkningsfel; allvarliga och/eller leder till förenkling	-2 poäng eller mer
Prövning istället för generell metod	- samtliga poäng
Felaktiga antaganden/ansatser	- samtliga poäng
Lösning svår att följa och/eller <u>Svaret</u> framgår inte tydligt	-1 poäng eller mer
Om '=' saknas (t.ex. '=>' används istället)	-1 poäng/tenta
Om '=' används felaktigt (t.ex. istället för '=>')	-1 poäng/tenta
<u>Teoretiska uppgifter:</u>	
Avrundade svar	-1 poäng/tenta
<u>Tillämpade uppgifter:</u>	
Enhet saknas/fel	-1 poäng/tenta
Avrundningar i delberäkningar som ger fel svar	-1 poäng/tenta
Svar med felaktigt antal värdesiffror ( $\pm 1$ värdesiffra ok)	-1 poäng/tenta

### Riktlinjer för specifika uppgifter

1. Korrekt användning av kvadreringsregel i båda fallen	+1p
2. Varje saknad lösning	-1p
3. Ofullständigt förenklat	-1p
4. Anger inte definitionsmängden	-0p
5. Prövar inte lösningarna / Formellt felaktig prövning	-1p
Anger inte definitionsmängden	-0p
6. Felaktig användning av faktorsatsen	-2p
Otydlig koppling mellan polynomets nollställen och faktorer	-0p (denna gång)
k saknas / fel värde på k	-1p