

**Lösningar till teoritentan i Algoritmer, datastrukturer och komplexitet
2017-12-18**

1. (6 p) Är följande påståenden sanna eller falska? För varje deluppgift ger riktigt svar 1 poäng och ett *övertygande motiverat* riktigt svar 2 poäng.

a) $n^3 \in \Omega(n^2 \log(n^3))$.

Sant. Påståendet säger att n^3 växer minst lika snabbt som $n^2 \log(n^3)$, asymptotiskt. Vi måste därför kontrollera att gränsvärdet för kvoten inte är 0.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^2 \log(n^3)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3 \log n} = \infty$$

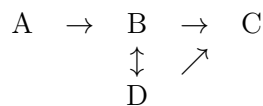
b) Tidskomplexiteten för djupetförstökning i en gles riktad graf blir bättre om grafen implementeras med grannlistor än med grannmatris.

Sant. Vid djupetförstökning behöver algoritmen gå igenom alla utgående kanter från varje hörn. Om grafen lagras med grannmatris tar detta för varje hörn linjär tid i antalet hörn, så söktiden blir kvadratisk. Om grafen lagras med grannlistor blir söktiden istället linjär i antalet kanter. För glesa grafer är därför grannlistor betydligt mer effektivt.

c) En heuristik är en sorts approximationsalgoritm.

Falskt. En approximationsalgoritm garanterar att den genererade lösningen är inom en viss faktor ifrån den optimala lösningen. En heuristik har normalt ingen sådan garanti.

2. (3 p) A, B, C och D är beslutsproblem. Anta att B är NP-fullständigt och att man känner till polynomiska Karpreduktioner mellan problemen så här (en reduktion av A till B tecknas här $A \rightarrow B$):



Vad vet man då om komplexiteten för A, C och D? Sätt ett kryss i tabellen nedan för det man säkert vet och en ring för det som är möjligt men som man inte vet säkert.

	ligger i NP	är NP-fullständigt	är NP-svårt
A	X	○	○
C	○	○	X
D	X	X	X

3. (2 p; 1 p för a och 1 p för b)

a) Vad är den engelska termen för algoritmkonstruktionsmetoden *dekomposition*?

Divide and conquer.

b) Vad är den svenska termen för *undecidable*?

Oavgörbar.

4. (3 p; 1 p för a och 2 p för b)

a) Definiera begreppet *bitkostnad*.

Kostnadsmått vid komplexitetsberäkning där varje bitoperation tar konstant tid.

b) Definiera komplexitetsklassen *NP*. (Ge bara *en* definition.)

Mängden av beslutsproblem som har en verifieringsalgoritm som kan verifiera ja-lösningar i polynomisk tid. Det betyder att verifieringsalgoritmen, som tar instansen och en lösningssträng som indata, svarar nej för varje nej-instans, oavsett lösningssträng, och att det för varje ja-instans finns en polynomiskt lång lösningssträng så att verifieringsalgoritmen svarar ja.

En alternativ definition av NP:

Mängden av beslutsproblem som kan lösas av en ickedeterministisk turingmaskin i polynomisk tid. Det betyder att för varje ja-instans finns det en polynomiskt lång kedja av tillåtna övergångar som leder fram till accepterande tillstånd, men för varje nej-instans finns det inte någon kedja av tillåtna övergångar som leder fram till accepterande tillstånd.

Alla kursregistrerade får inom kort en kursenkät som var och en uppmanas att svara på så snart som möjligt. Stefan, Viggo och 2018 års elever på kursen tackar på förhand!

Vill du ha högre betyg på mästarproven? Om du efter (om)mästarproven har godkänt på båda mästarproven och minst betyg C på det ena så kan du höja dina mästarprovsbetyg genom den muntliga tentan 10-11 januari 2018, se Canvas.

Det går bra att i senare kursomgångar plussa mästarproven.

Ommästarproven läggs idag upp i Canvas. Redovisning är i början av januari.