Institutionen för matematik

SF1626
Flervariabelanalys
Läsår 2016/2017, period 3, och 3-4

Seminarium 3

Se www.kth.se/social/course/SF1626 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

Detta seminarium inleds med en inlämning. Lös uppgifterna 1-4 nedan och skriv ner lösningarna med en lösning per blad. Skriv namn och personnummer på varje blad. När serminariet börjar får du veta vilken uppgift som ska lämnas in. Innan du börjar med seminarieuppgifterna ska du lösa de rekommenderade uppgifterna ur kursboken Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan), nämligen:

Avsnitt	**Rekommenderade uppgifter**
12.8	13, 17
12.9	1, 3, 5, 7, 11
13.1	5, 7, 9, 19, 23, 25
13.2	3, 5, 9, 15
13.3	3, 9, 11, 15
13.4	1, 3

UPPGIFTER

Uppgift 1. Låt f vara funktionen som ges av $f(x, y) = ax^3y^2 + y^2 - 4x^3$ för alla (x, y) i $\mathbb{R}^2$, där $a \in \mathbb{R}$.

(a) Bestäm alla stationära punkter till f, då $a = 1$.
(b) Visa att den enda stationära punkten för $a < 0$ är origo.
(c) Bestäm Taylorpolynomet av andra ordningen för f kring origo då $a = -1$.

Begrunda: För $a \geq 0$ avgör vilken typ de olika stationära punktera har.

Uppgift 2. Funktionen f ges av

$$f(x, y) = (\sin 2x - \sin 2y)^2$$

för alla (x, y) i $\mathbb{R}^2$.

(a) Bestäm alla stationära punkter till f.

(b) Rita ut de stationära punkterna till f tillsammans med nivåkurvan $f(x, y) = 0$. Markera vilka som är maxima, minima respektive varken eller.

Uppgift 3. Se på problemet att hitta största och minsta värde för funktionen som ges av $f(x, y, z) = 2x - y + z$ under bivillkoren $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ och $2y \leq 1$.

(a) Skissa området D som ges av bivillkoren.

(b) Sök stationära punkter till f i det inre av D.

(c) Sök möjliga extrempunkter på randen av D genom att parametrisera randen. (Tänk på att randen är en yta som består av två delar som skär varandra längs en cirkel. Parametrisera de två delarna för sig. Cirkeln kommer med som randen för båda delytorna.)

(d) Sök möjliga extrempunkter på randen av D med hjälp av Lagranges metod. (Precis som i (c) behöver båda delarna och deras skärning hanteras.)

(e) Dra slutsats om största och minsta värde för f. Hur kan man vara säker på att metoden leder till rätt svar?

Uppgift 4. Betrakta funktionen f som ges av

$$f(x, y) = \frac{1 + 3xy}{1 + x^2 + y^2}$$

för alla (x, y) i den slutna cirkelskivan C med radie 2 och centrum i $(x, y) = (0, 0)$ i $\mathbb{R}^2$.

(a) Bestäm alla inre stationära punkter för f.

(b) Använd en parametrisering av randen till C för att finna extrempunkter till f på randen.

(c) Använd Lagranges metod för att finna kandidater till extrempunkter på randen till C.

(d) Använd resultaten från (a), (b) och (c) för att bestämma maximum och minimum för f på C.