

# SF1624 Algebra och geometri

## Första föreläsningen

Mats Boij

Institutionen för matematik  
KTH

17 januari 2017

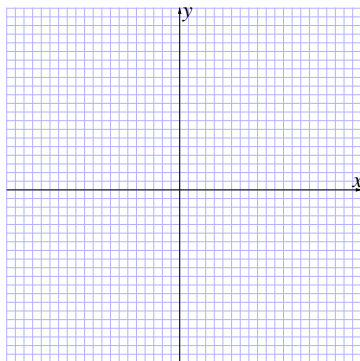
# Från kursmålen för första veckan

Efter genomgången kurs ska studenten för godkänt betyg kunna

- ▶ Lösa geometriska problem i två och tre dimensioner med hjälp av exempelvis vektorer, skalärprodukt, vektorprodukt, trippelprodukt och projektion.

# Planet och rummet

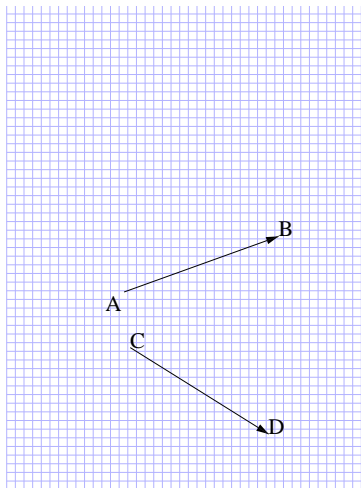
- ▶ För att beskriva punkter i planet eller rummet använder vi **koordinater**.
- ▶ För att få koordinater behöver vi ett **origo** och **koordinataxlar**.
- ▶ Vi väljer ofta koordinataxlarna **vinkelräta** mot varandra.  
(**ortogonala**)



# Vektorer

Att räkna med vektorer har visat sig väldigt användbart inom många områden, exempelvis

- ▶ **mekanik** - att räkna med krafter
- ▶ **elektricitetslära** - att räkna med elektriska fält
- ▶ **datorgrafik** - att kunna beskriva geometriska objekt och hur ljuset speglas i dem



# Geometriska vektorer

Vektorer i **planet** och **rummet** kan vi se som pilar mellan punkter.

Varje vektor  $\vec{u}$  har

- ▶ en **längd**, som betecknas  $|\vec{u}|$  eller  $\|\vec{u}\|$
- ▶ en **riktning** - i vilken pilen pekar.

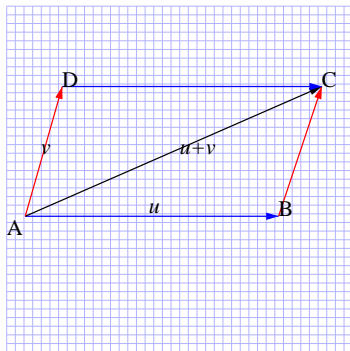
Vi kan också ge en vektor genom

- ▶ en **startpunkt** och
- ▶ en **ändpunkt** (spets).

Vektorer som har samma **längd** och samma **riktning** räknas som samma vektor. (**Ekvivalenta**)

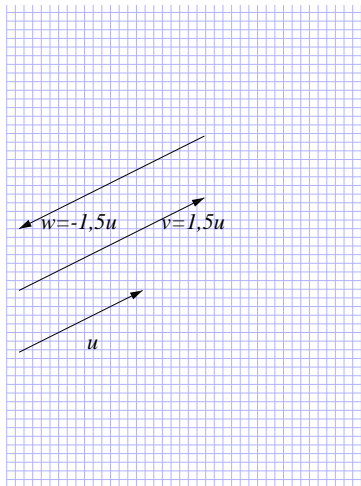
# Addition av vektorer

- ▶ Vi kan **addera** vektorer genom att lägga dem efter varandra.
- ▶ Det är samma sak som att ta **diagonalen** i parallelogrammen de spänner.



# Multiplikation med skalär

- ▶ De vanliga reella talen kallar vi för **skalärer**.
- ▶ Vi kan multiplicera med skalärer,  $a$ , genom
  - ▶ multiplicera längden med  $a$  om  $a \geq 0$ .
  - ▶ multiplicera längden med  $-a$  och byt riktning om  $a < 0$ .



# Räknelagar

Operationerna uppfyller några **naturliga** räknelagar:

- ▶  $\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$
- ▶  $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$
- ▶  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
- ▶  $\vec{u} + (-\vec{u}) = (-\vec{u}) + \vec{u} = \vec{0}$
- ▶  $(a + b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}$
- ▶  $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$
- ▶  $(ab)\vec{u} = a(b\vec{u})$



# Ortsvektorer

Om  $P = (a, b, c)$  är en punkt i rummet och  $O$  är origo kallas vektorn från  $O$  till  $P$  för **ortsvektorn** till  $P$  och vi har

$$\vec{OP} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

Vi kan räkna ut koordinaterna för vektorn mellan  $P$  och  $Q$  om vi känner deras koordinater genom

$$\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP}$$

eftersom

$$\vec{OP} + \vec{PQ} = \vec{OQ}.$$

# Linjärkombination

Genom att kombinera addition och multiplikation med skalär får vi **linjärkombination** av vektorer:

$$a\vec{u} + b\vec{v},$$

$$a\vec{u} + b\vec{v} + c\vec{w}$$

eller mer generellt

$$a_1\vec{v}_1 + a_2\vec{v}_2 + \cdots + a_n\vec{v}_n$$