

# Algoritmer, datastrukturer och komplexitet hösten 2016

## Ommästarprov

Detta mästarprov är avsett för den som ännu inte är godkänd på mästarprov 1 eller mästarprov 2 (eller båda). Mästarprovet ska lösas **individuellt** och redovisas både skriftligt och muntligt. Inget samarbete är tillåtet, se vidare hederskodexen. Du ska alltså inte diskutera lösningar med någon annan fram till dess att alla muntliga redovisningar är avklarade.

Du ska lämna in den **skriftliga lösningen** som en PDF-fil på kurswebben för adk16 senast 6 januari 2017 klockan 24.00.

Den **muntliga redovisningen** ska göras 9–10 januari 2017. Boka senast 6 januari 24.00 tid för muntlig redovisning på kurswebbsidan.

Det är viktigt att du förbereder dig inför den muntliga redovisningen. För att en uppgift ska godkännas ska du kunna förklara och motivera algoritmen eller reduktionen muntligt och reda ut eventuella oklarheter.

Läs uppgiften mycket noga så att du inte råkar basera dina lösningar på en missuppfattning. Fråga Stefan (snilsson@kth.se) eller Viggo (viggo@kth.se) om något är oklart.

### 1E. Algoritmer, för betyg E på mästarprov 1

*Betygskriterium: utveckla algoritmer med datastrukturer för enkla problem givet en konstruktionsmetod.* Denna uppgift ska göras endast av den som inte är godkänd på mästarprov 1!

Solna kommun planerar att bygga ännu ett köpcentrum: Cube of Scandinavia. För att hålla nere kostnaderna så kommer byggnaden att utformas som en jättekub bestående av  $n^3$  kubiska prefabricerade rum.

En stor del av rummen kommer att vara öppna för den köphungriga allmänheten och för att uppnå maximal orienterbarhet kommer det att finnas förbindelser mellan alla offentliga rum som ligger i direkt anslutning till varandra: uppåt, nedåt och i alla fyra väderstreck. Köpcentrumets ingång leder till rum  $(1, 1, 1)$  och den enda utgången finns i rum  $(n, n, n)$ .

Riskkapitalisterna som står bakom projektet vill optimera köpupplevelsen genom att tvinga besökarna att stanna så länge som möjligt i det nya köppalatset och de har därför beställt en algoritm.

Konstruera och ge pseudokod för en effektiv algoritm som, givet en lista med offentliga rum, beräknar det minsta antalet rum en besökare måste passera för att komma från ingången till utgången. Om det inte är möjligt att komma fram så ska algoritmen upptäcka detta. Analysera också algoritmens tidskomplexitet.

Representera problemet med en graf och använd någon av de grafalgoritmer som vi diskuterat i kursen.

### 2E. Komplexitet, för betyg E på mästarprov 2

*Betygskriterium: förklara principerna, utföra enklare reduktioner mellan givna problem.* Denna uppgift ska göras endast av den som inte är godkänd på mästarprov 2!

KTH vill bygga ett nytt bokningssystem för muntliga redovisningar.

Indata är en lista med samtliga  $n$  tillgängliga redovisningspass, samt  $m$  listor ( $m \leq n$ ), en för varje student, som anger vilka tider just den studenten önskar sig. För varje önskad tid ska studenten också ange en prioritet som är ett positivt heltal. Ju mer man önskar sig en viss tid, ju *större* tal ska man ange.

För varje redovisningspass anges, utöver tid och plats, också kostnaden för passet i kronor. I budgeten för hela kursen finns dessutom en maximal totalkostnad  $M$ .

Algoritmens uppgift är att tilldela tider, högst en per student, så att den sammanlagda prioriteten för de studenter som får redovisa blir så *stor* som möjligt, samtidigt som den totala kostaden för passen inte får överstiga  $M$ .

Formulera detta optimeringsproblem som ett beslutsproblem (genom att införa ett mål) och visa att beslutsproblemet är NP-fullständigt. När du ska visa att problemet är NP-svårt är det lämpligt att reducera Kappsäcksproblemet.