KTH ROYAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY

EL1010 Reglerteknik AK

Föreläsning 10: Regulatorstrukturer

Kursinfo: Tentamen EL1010

- Ordinarie tentamenstillfälle EL1010 är måndagen den 16/1 kl. 8.00-13.00
- Obligatorisk föranmälan ska ske senast **31 december** på Mina sidor (Mina sidor-Tentamen-Mina tentor)
- Omtentamen går (preliminärt) tisdagen den 11/4 kl.14.00-19.00
- **OBS!** Ej tenta för de som är registrerade på EL1000

Kursinfo: Räknestugor

- Resterande räknestugor:
  - 161205, 10-12 Q11
  - 161209, 10-12 Q22
  - 161212, 8-10 V35
  - 161212, 10-12 V35
  - 170112, 10-12 B1
  - 170113, 10-12 D36

- Bra tillfälle att räkna och få svar på frågor inför Lab2, Lab3 och tentan

Kursinfo: Resterande kursprogram

- Föreläsning 10 (idag): Regulatorstrukturer
- Föreläsning 11 (imorgon tisdag): Implementering
  - Föreläsning hålls av Elling Jacobsen
- Föreläsning 12 (onsdag): Sammanfattning
  - Repetition enligt önskemål (skicka önskemål till hsan@kth.se senast idag)
  - Lösning av tentatal

Dagens program

- **Tillståndsåterkoppling och observatör (repetition, slides)**
- Tillståndsåterkoppling med observatör (tavlan)
- Kaskadregulator (tavlan, slides)

Tillståndsmodeller

- Linjär tillståndsbeskrivning

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t) \in \mathbb{R}^n$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \quad u(t), y(t) \in \mathbb{R}$$

- Vektorn $x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}$ kallas systemets tillstånd

- $x(t)$ innehåller den information som behövs för att räkna ut framtida $y(t)$, givet framtida $u(t)$

- Lösningsformel:

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t)$$

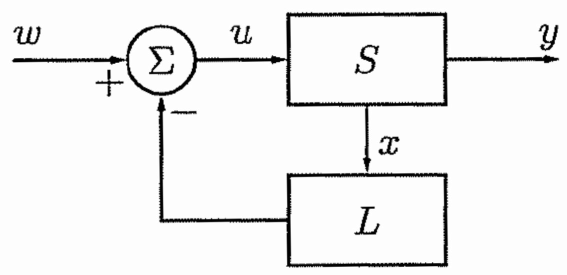
- Matrisexponentialfunktion: e^{At}

Tillståndsåterkoppling

- Antag att vi kan mäta alla tillstånd x. Återkoppla med allt vi kan mäta!

$$u(t) = -Lx(t) + l_0 r(t)$$

$$L = \begin{pmatrix} l_1 & \dots & l_n \end{pmatrix}$$

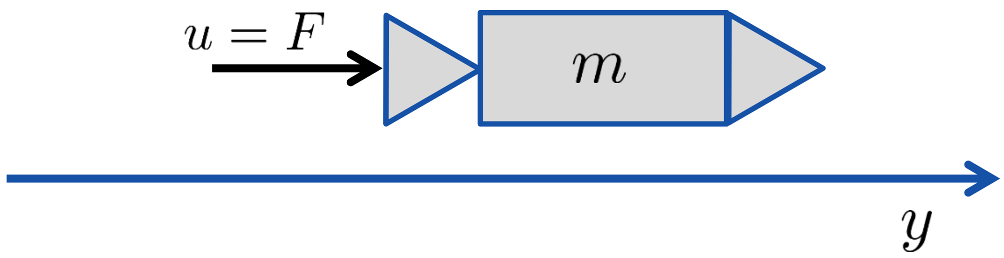


Slutna systemets poler ges av $\det(sI - A + BL) = 0$

- n ekvationer och n obekanta (L)
- Lösbart ekvationssystem om S *styrbart*
- Polerna (egenvärdena) kan läggas var du vill!

$$G_c(s) = C(sI - A + BL)^{-1} B l_0$$

Exempel från Föreläsning 9: Raketen



- Vi vill styra raketens position $y(t)$ till referenspositionen $r(t)$ genom att variera dragkraften $u(t)$
- Antag att vi kan mäta positionen $y(t)$ och farten $\dot{y}(t)$

Exempel från Föreläsning 9: Raketen

$x_1 = y =$ raketens position

$x_2 = \dot{y} =$ raketens fart

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

Tillståndsåterkoppling: $u = -(l_1 \;\; l_2)x + l_0 r$

Välj var polerna ska ligga. T.ex., välj ω_0 och ζ och ansätt:

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$$

Jämför med $\det(sI - A + BL) = 0 \;\; \Rightarrow s^2 + \frac{l_2}{m} s + \frac{l_1}{m} = 0$

$$\Rightarrow l_1 = m\omega_0^2, \quad l_2 = 2m\zeta\omega_0, \qquad (l_0 = m\omega_0^2)$$

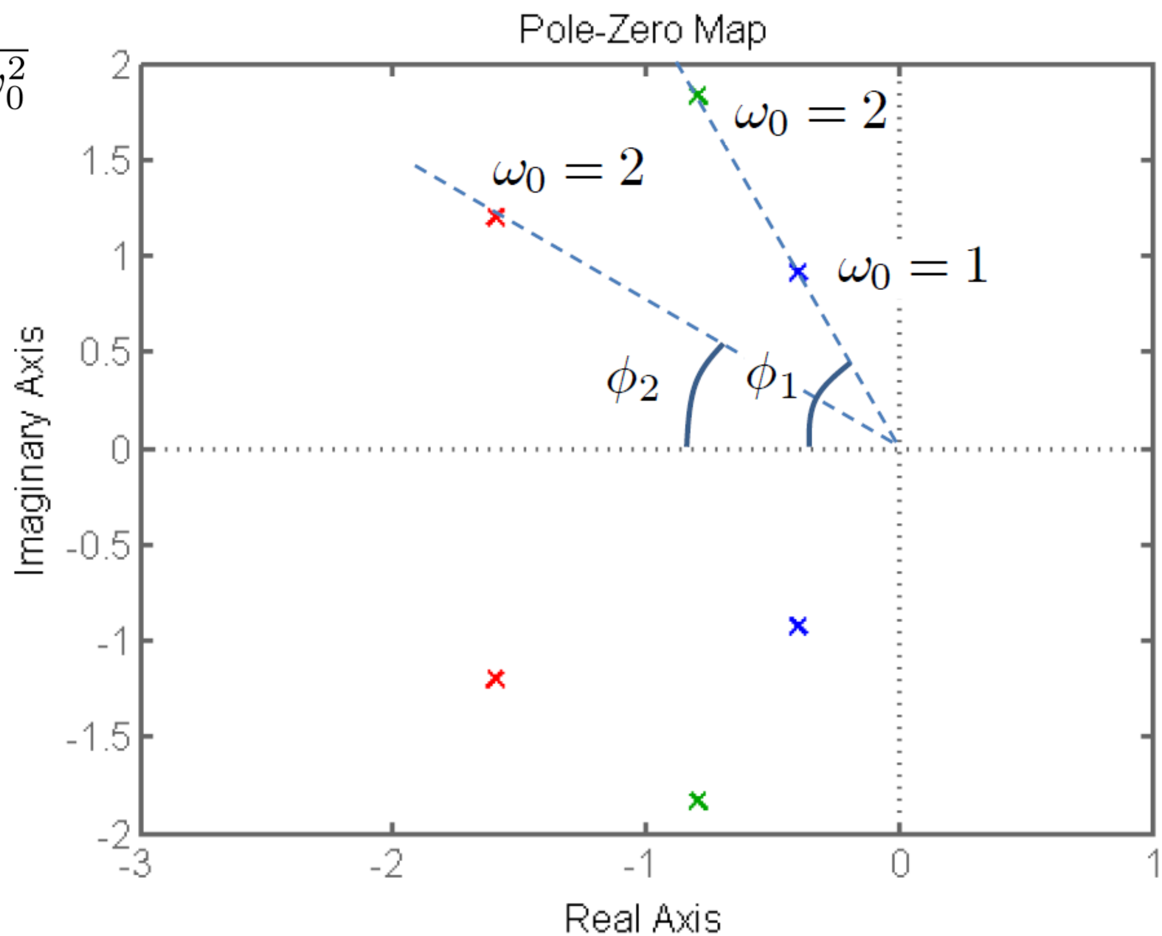
Slutna systemets poler

$$G_c(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$\zeta = \cos(\phi)$$

$$\phi_1 = \arccos 0.4$$

$$\phi_2 = \arccos 0.8$$



Slutna systemet: Steg i referensen $r(t)$

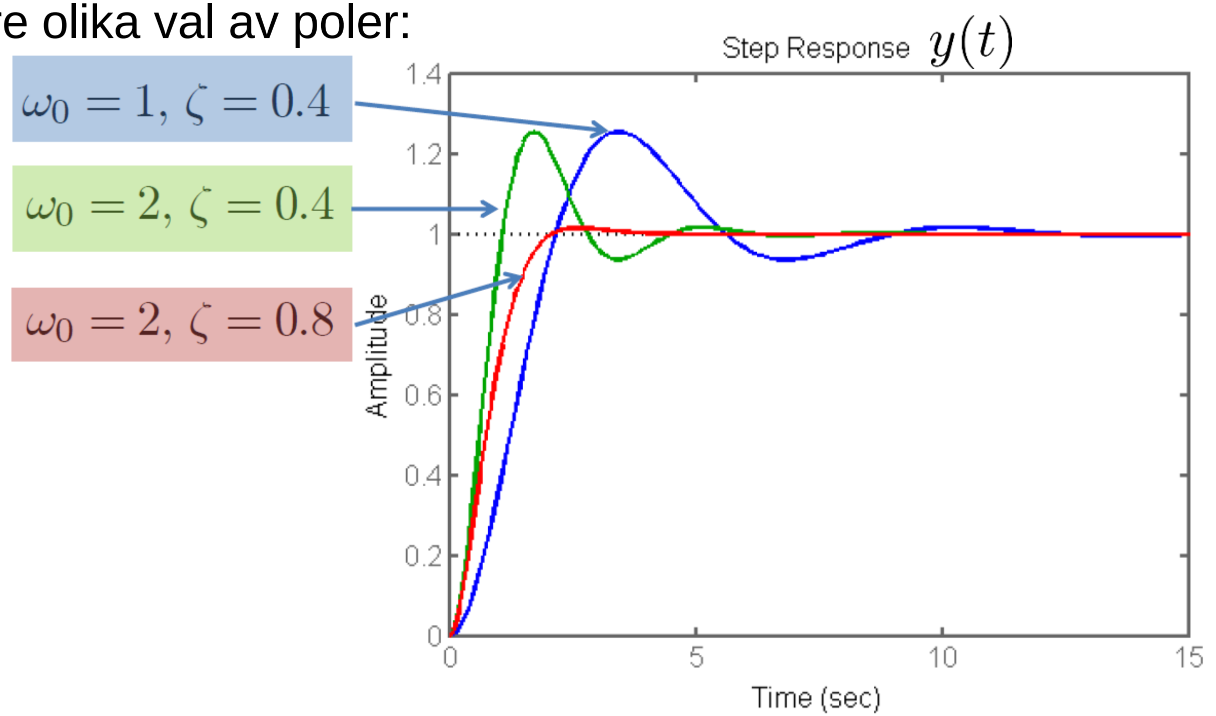
$$G_c(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$\zeta = \cos(\phi)$$

Snabbhet: ~1/stigtid $\approx \omega_0 e^{-\phi/\tan(\phi)}$

Dämpning: ~1/översläng $\approx e^{\alpha}$, $\alpha = \frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$

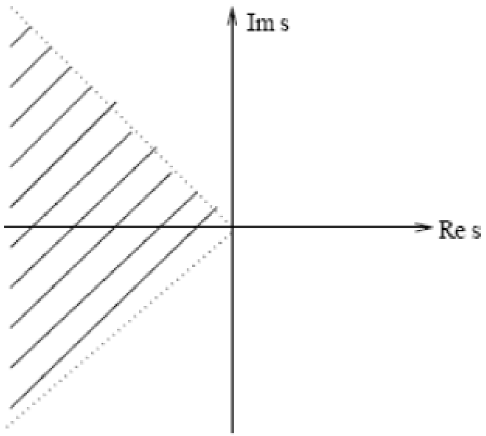
Tre olika val av poler:



(Glad & Ljung: Exempel 3.3)

Var ska polerna placeras?

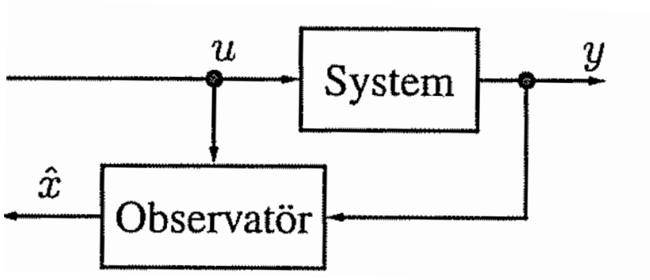
- Valet av slutna systemets poler styrs av specifikationer på:
  - Önskad snabbhet och dämpning
  - Begränsningar på styrsignalens storlek
  - Robusthet (mot modellfel)
  - Känslighet (mot yttre störningar och brus)



- Allmänna råd:
  - Flytta polerna iterativt tills specifikationer uppfyllda
  - Poler närmast origo viktigast
  - Välj poler som ger bra avvägning mellan snabbhet och dämpning

Observatör

Vad göra om x inte kan mätas? Konstruera en observatör



$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}), \quad K = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}$$

Skattningsfelsdynamik styrs av egenvärdena $\det(sI - A + KC) = 0$

- $\tilde{x}(t) = e^{(A-KC)t}\,\tilde{x}(0)$, där $\tilde{x}(0)$ är initialt skattningsfel
- n ekvationer och n obekanta (K)
- Lösbart ekvationssystem om system *observerbart*
- Egenvärdena kan läggas var du vill!

Observerbarhet (Resultat 8.9)

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t) \in \mathbb{R}^n$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t), \quad u(t), y(t) \in \mathbb{R}$$

Tillståndsmodell observerbar: Finns inget initialtillstånd $x(0) = x^* \neq 0$ så att $y(t) = 0, t \geq 0$, då $u(t) = 0, t \geq 0$

$$\Leftrightarrow$$

Observerbarhetsmatrisen $\mathcal{O}$ har full rang

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\det(\mathcal{O}) \neq 0$$

Quiz

(1) Är systemet (raketen)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

observerbar?

Quiz

(2) Antag att en observatör för systemet (raketen)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

ska konstrueras.

Hur ska k_1 och k_2 väljas så att skattningsfelsdynamikens egenvärden hamnar i $\{-2-2i, -2+2i\}$?

$$\boxed{\begin{aligned} &\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}), \quad K = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix} \\ &\tilde{x} = x - \hat{x} \\ &\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x} \end{aligned}}$$

Dagens program

- Tillståndsåterkoppling och observatör (repetition, slides)
- **Tillståndsåterkoppling med observatör (tavlan)**
- Kaskadregulator (tavlan, slides)

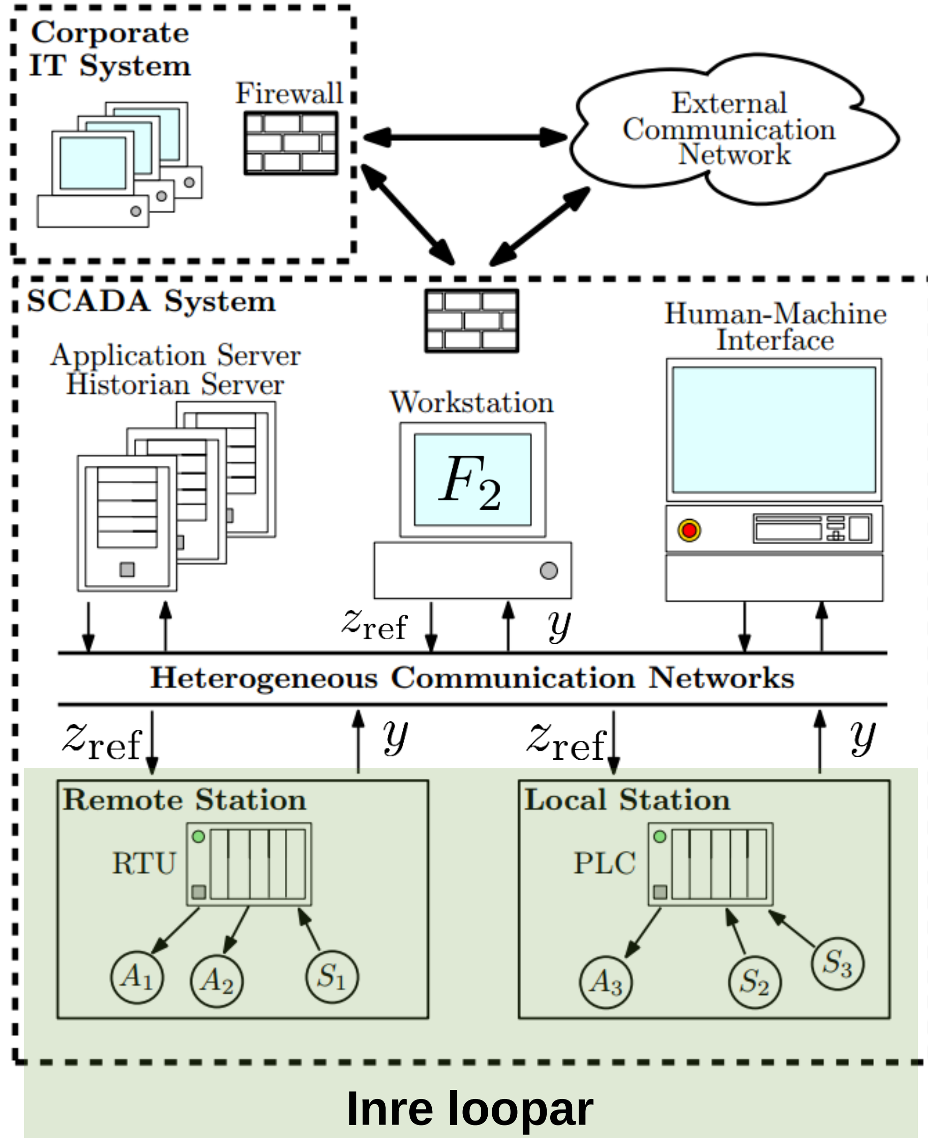
Dagens program

- Tillståndsåterkoppling och observatör (repetition, slides)
- Tillståndsåterkoppling med observatör (tavlan)
- **Kaskadregulator (tavlan, slides)**

Exempel: SCADA-system

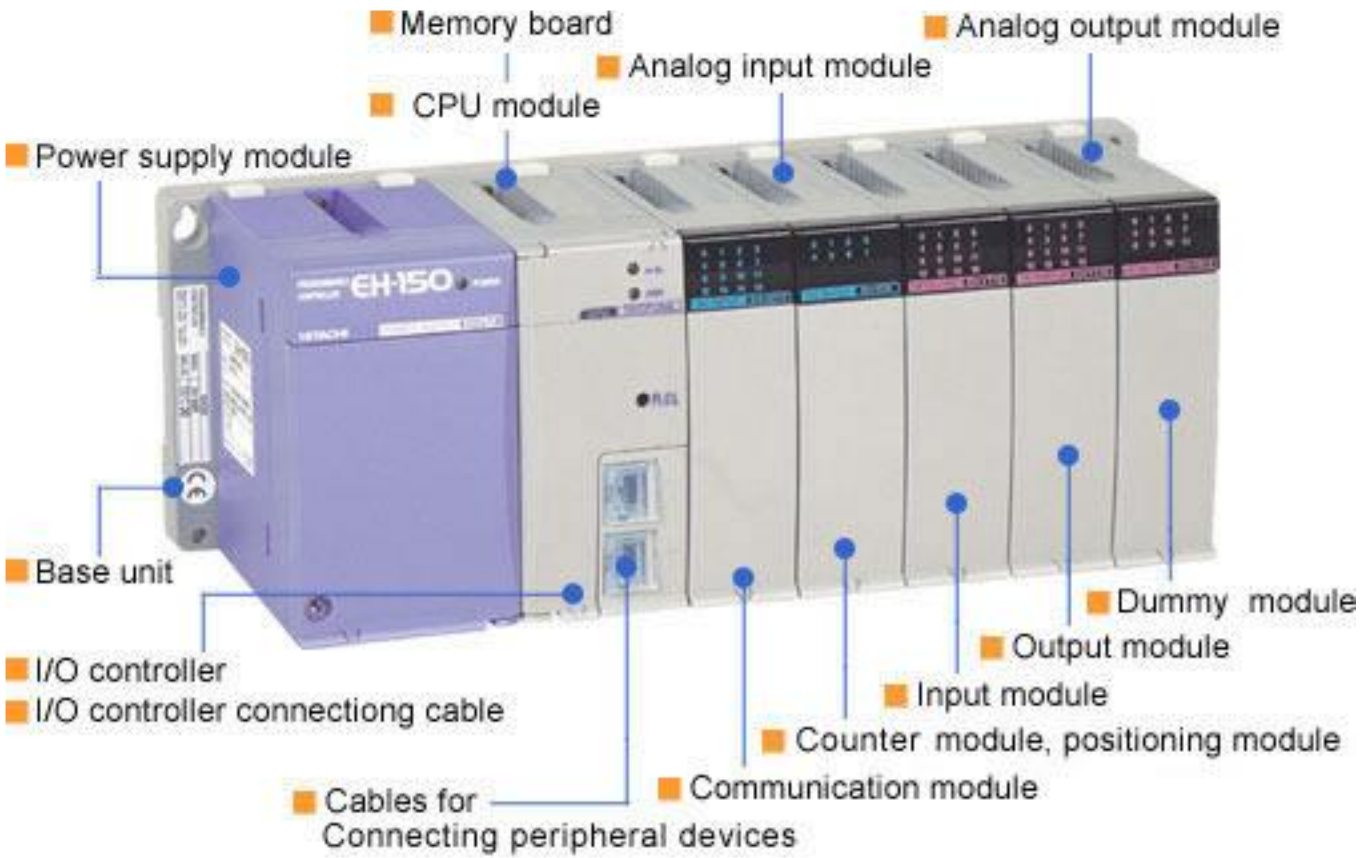
S Supervisory
C Control
A And
D Data
A Acquisition

Kommunikationssystem för styrning och övervakning av industriella styrsystem och kritisk infrastruktur



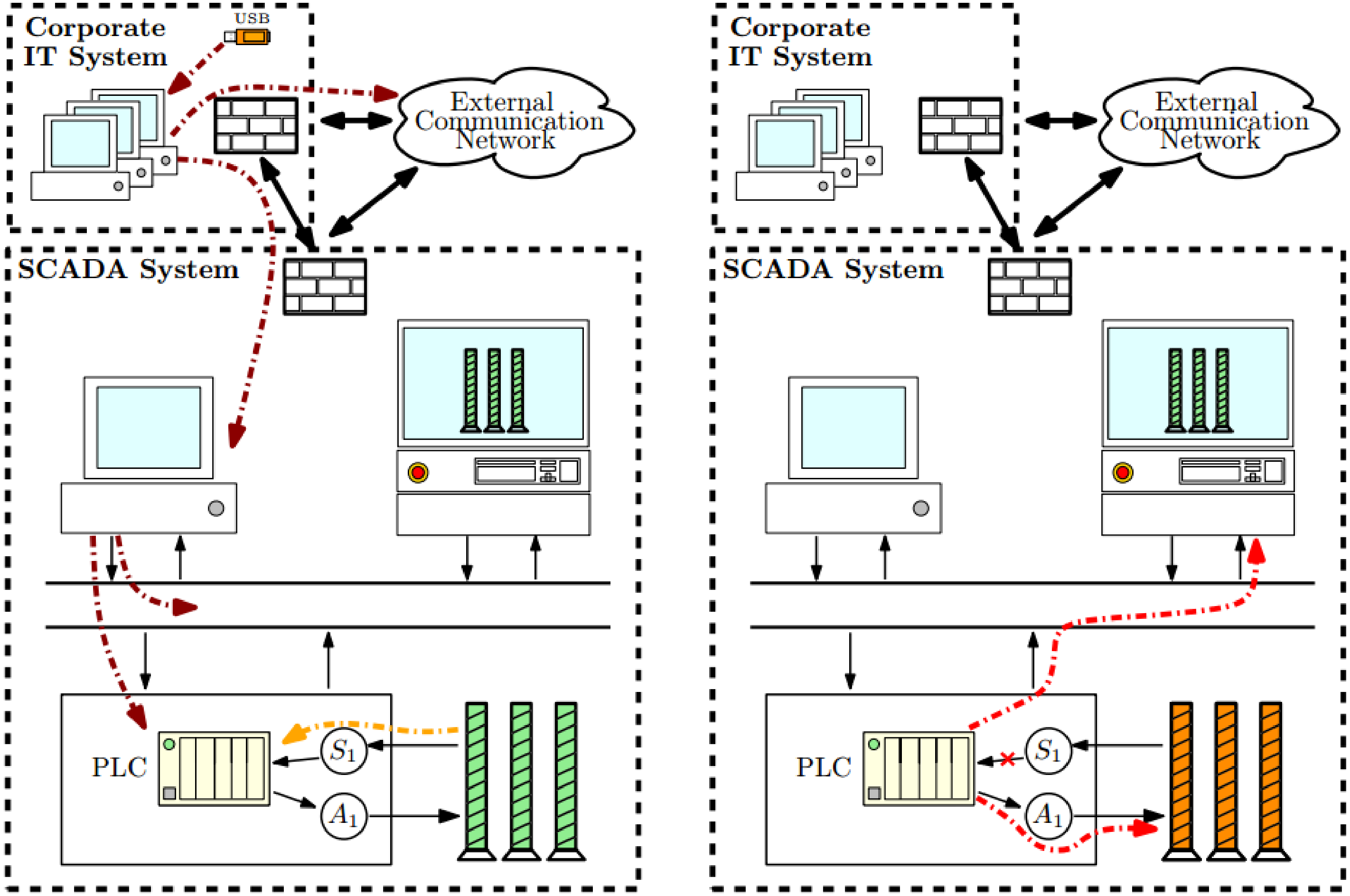
Programmable Logic Controller (PLC)

Inre reglerloopar styrs ofta med hjälp av PLC



Aktuell forskning: Cybersårbarheter i SCADA-system

Exempel: Stuxnet-attacken 2010



A. Teixeira, “Towards cyber-secure and resilient networked control systems,” Ph.D. dissertation, KTH Royal Institute of Technology, 2014

Aktuell Tv-dokumentär: Zero Days

http://www.svt.se/dox/alla-dokumentarer/

Zero Days

Sändes: **sön 20 nov** Tillgänglig: **19 dagar kvar**

USA och Israel skapade 2009 dataviruset Stuxnet i syfte att slå ut delar av Irans kärnvapenprogram. Problemet var bara att viruset snabbt spreds i andra datasystem och blev ett hot också mot dem som skapat det. Trots att ingen ansvarig vill bekräfta dess existens lyckas filmaren Alex Gibney skildra cyberkriget inifrån och visa hur svårt det är att kontrollera och vilka konsekvenser det kan få om det tillåts eskalera.

Kan endast ses i Sverige

→ Om videorättigheter

REPRISER I TV

Det här avsnittet kan du inte se i tv

Myndigheten för
samhällsskydd
och beredskap

Vägledning till ökad säkerhet i industriella informations- och styrsystem

CERCES – Center för resilienta kritiska infrastrukturer
(www.kth.se/ees/cerces)

Quiz

(3) Antag inre loopen i en kaskadreglering har överföringsfunktionen

$$Z(s) = \frac{K_1}{s+1+K_1} Z_{\mathrm{ref}}(s)$$

där K_1 är dess P-regulatorförstärkning.

Hur kan inre loopen approximeras om vi antar att regulatorn har hög förstärkning och referensen $z_{\mathrm{ref}}(t)$ är lågfrekvent?