KTH ROYAL INSTITUTE
OF TECHNOLOGY

EL1010 Reglerteknik AK

Föreläsning 7:
Tillståndsbeskrivning

Kursinfo: Lab 2 börjar nästa vecka

- Lab 2 betydligt mer krävande än Lab 1. Noggranna förberedelser **nödvändiga**

1. Gör förberedelseuppgifter i labpek

2. För att få göra Lab 2 krävs att du klarar minst 4 av 5 frågor på en övningsskrivning (på c:a 5 minuter, utan hjälpmedel)
   - **Gå in på Bilda och öva!**

Halvtidsutvärderingen – Lite återkoppling

- 1/3 i fas och 2/3 sådär eller inte i fas
- **Föreläsningar:** Repetition i början bra, quiz bra, tavla bra, lite för snabbt ibland, mer exempel, mer referenser till boken
- **Övningar:** Bra assistenter, bra med quiz, bra med matlab, tydligare diskussion om vad som efterfrågas, högre takt, fler steg i räkningar
- **Lab 1:** Bra med konkretisering, lärorik, ont om tid, ljudnivån, dålig luft
- **Övrigt:** Räknestugor överflödiga?

Dagens program

- Robusthet och känslighet (repetition, slides)

- Tillståndsmodeller (tavlan)
  - Definition och exempel
  - $G(s) \leftrightarrow$ tillståndsmodell
  - Poler från tillståndsmodell

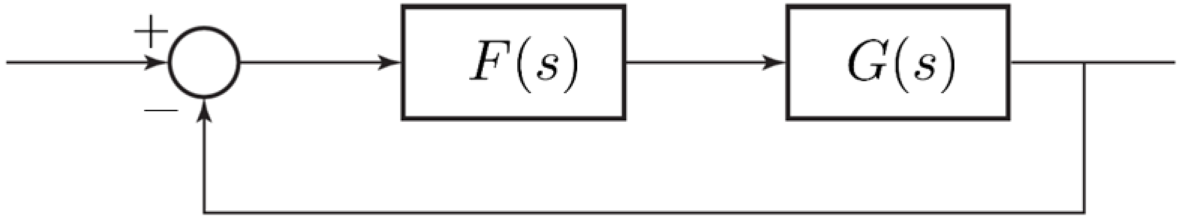
Varför återkoppla?

För att

1. stabilisera **instabila system** (exempel: inverterad pendel och JAS Gripen), och

2. få god reglerprestanda trots **modellfel** (exempel: robusthetskriteriet) och **yttre störningar och brus** (exempel: känslighet)

Robusthet – Inverkan av modellfel



Vår modell: $G_M = FG$ Riktigt system: $G^0 = FG(1 + \Delta_G)$

Relativt modellfel: $\Delta_G = \dfrac{G^0 - G_M}{G_M}$

Riktigt slutet system asymptotiskt stabilt om $G_C = \dfrac{G_M}{1 + G_M}$ asymptotiskt stabilt och

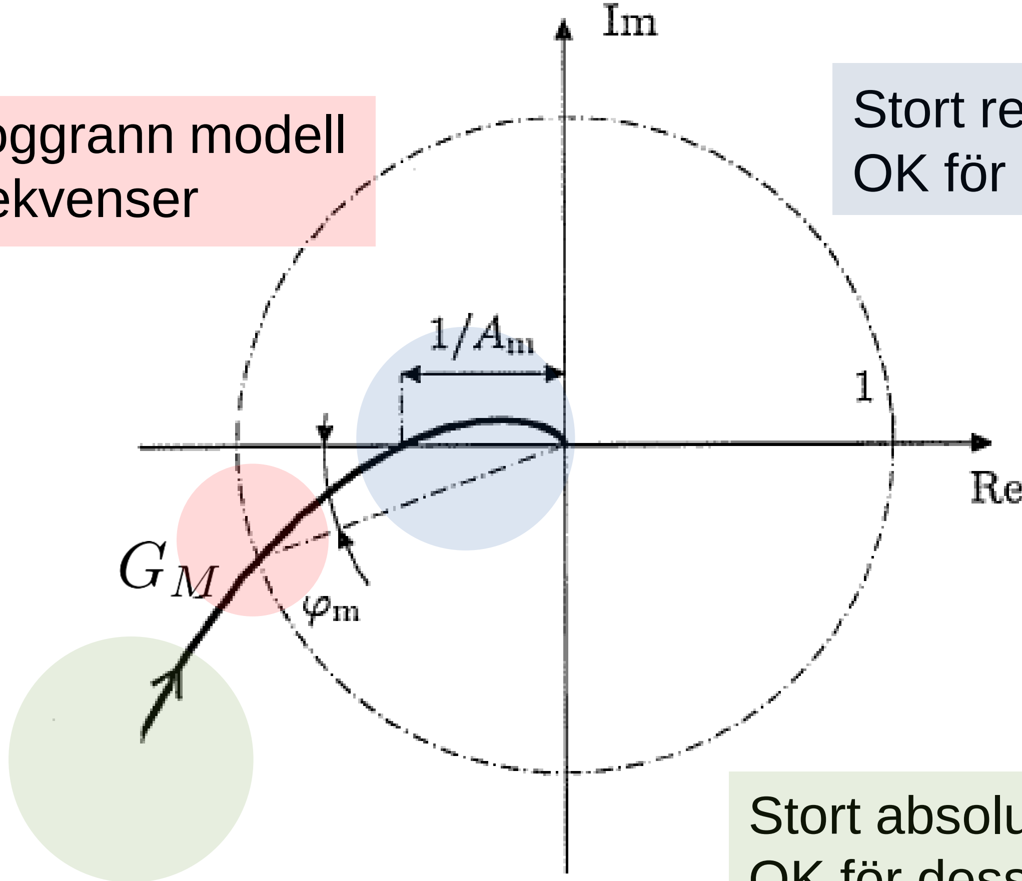
$$|G_C(i\omega)| < 1/|\Delta_G(i\omega)| \quad \text{alla } \omega$$

(Robusthetskriteriet [Resultat 6.2, G&L])

Robusthet – Tolkning i Nyquistdiagram

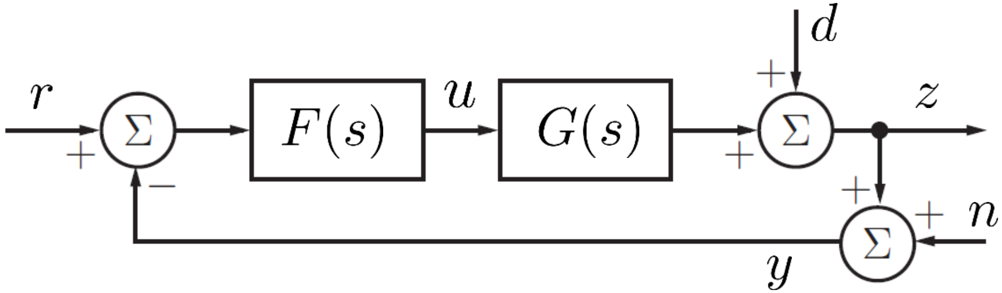
Måste ha noggrann modell för dessa frekvenser

Stort relativt modellfel $|\Delta_G|$ OK för dessa frekvenser!



Stort absolut modellfel $|G^0 - G_M|$ OK för dessa frekvenser!

Känslighet – Inverkan av störningar och brus



- Reglerfelet $(e_{\text{verklig}} = r - z)$:

$$E_{\text{verklig}} = \underbrace{\frac{1}{1+GF}}_{S} R + \underbrace{\frac{GF}{1+GF}}_{G_C} N - \underbrace{\frac{1}{1+GF}}_{S} D$$

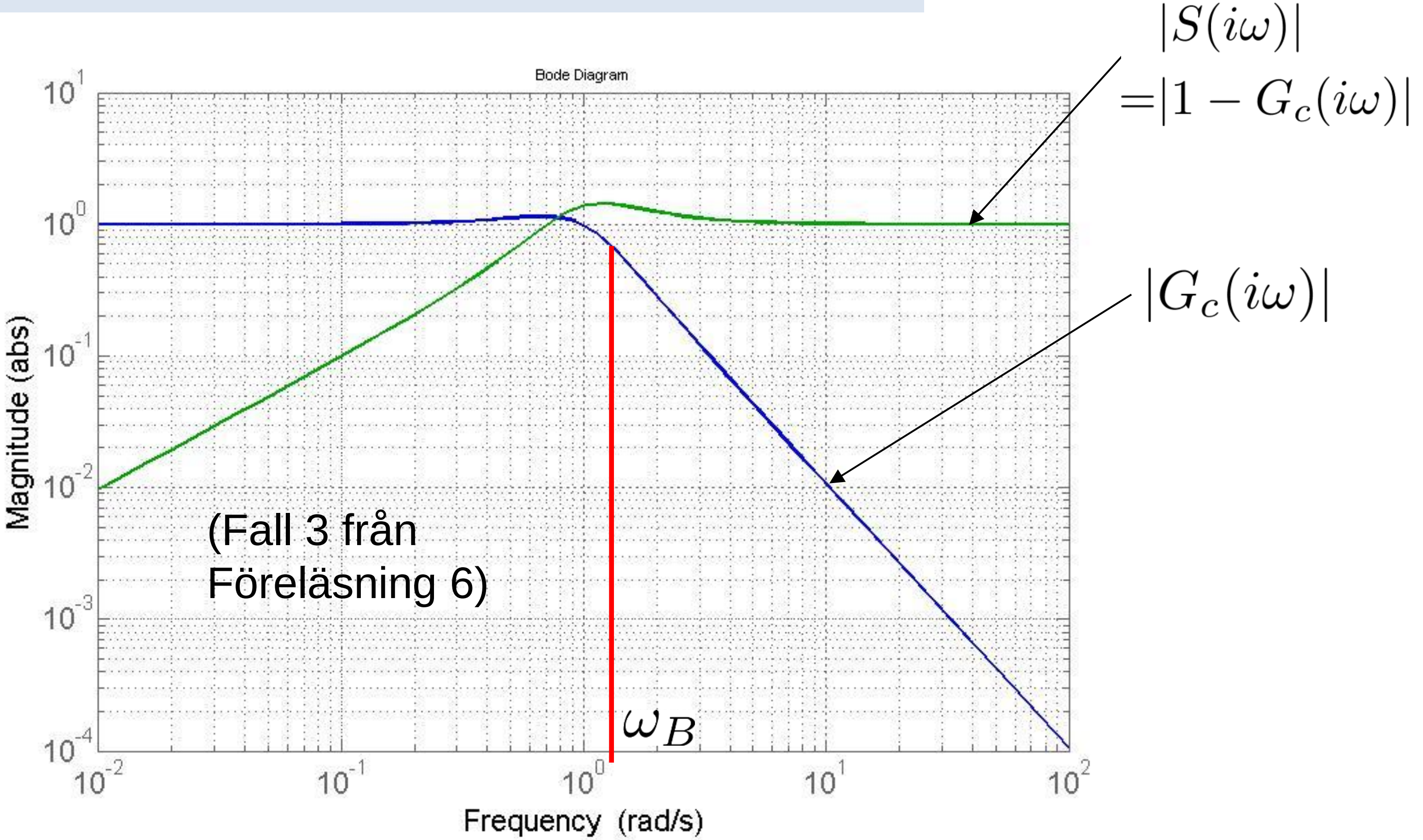
- $S(s)$ kallas **känslighetsfunktion**
- Designa $F(s)$ så att
  1. $|S(i\omega)|$ litet där referens $|R(i\omega)|$ och störning $|D(i\omega)|$ stora
  2. $|G_c(i\omega)|$ litet där mätbrus $|N(i\omega)|$ och modellfel $|\Delta_G(i\omega)|$ stora

$\Rightarrow |E_{\text{verklig}}(i\omega)|$ litet för alla ω.

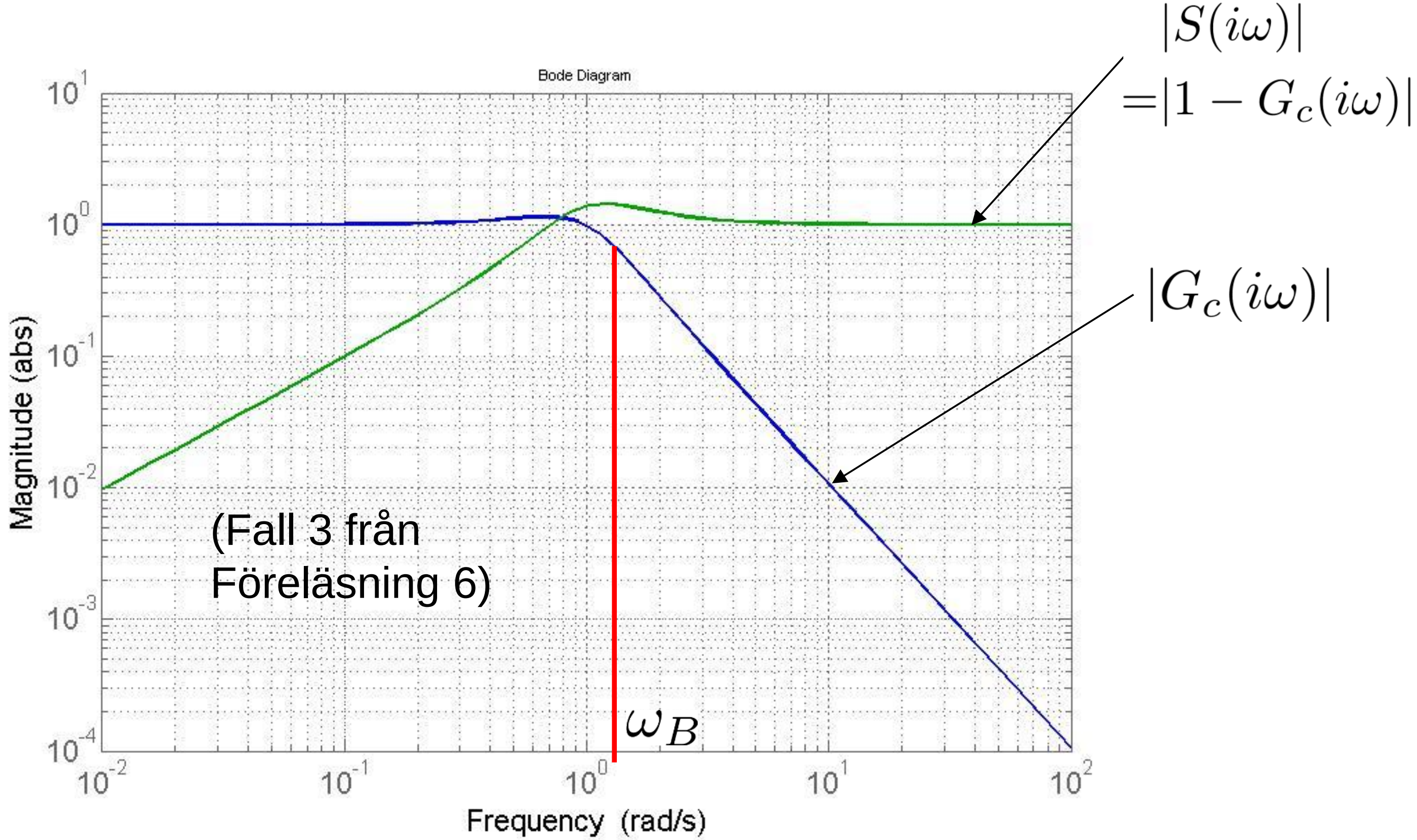
Målkonflikt

- För alla frekvenser ω: $G_c(i\omega) + S(i\omega) = 1$

  (Medför att $|G_c(i\omega)| + |S(i\omega)| \approx 1$)



- **Välj** bandbredd $\omega_B(\sim\omega_c\sim\frac{1}{T_r})$ så att punkter 1-2 uppfylls

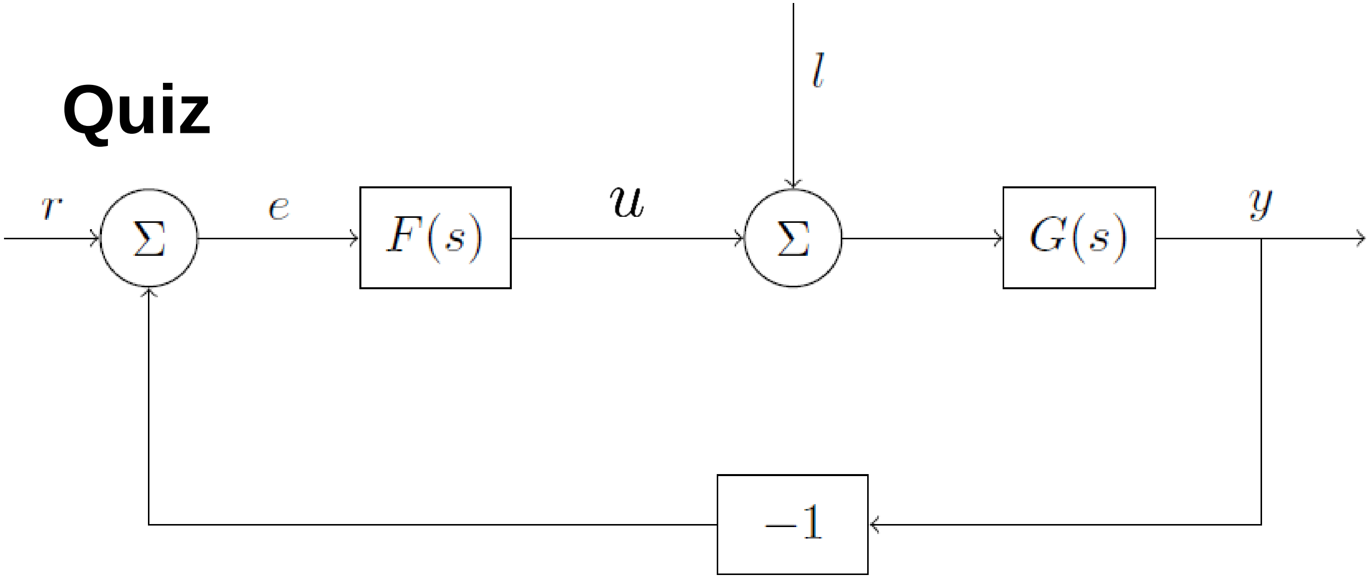


$$E_{\text{verklig}} = \underbrace{\frac{1}{1+GF}}_{S} R + \underbrace{\frac{GF}{1+GF}}_{G_C} N - \underbrace{\frac{1}{1+GF}}_{S} D$$

$|E_{\text{verklig}}(i\omega)|$ litet om

- $|R(i\omega)|$ och $|D(i\omega)|$ små för $\omega > \omega_B$
- $|N(i\omega)|$ litet för $\omega < \omega_B$

Quiz



(1) Är systemet beskrivet av blockschemat stabilt om

$$F(s) = \frac{s-2}{s+1}$$

och

$$G(s) = \frac{s(s+1)}{s-2}\ ?$$

a) Ja
b) Nej
c) Det går inte att avgöra utan mer information.

Intern stabilitet (bonus, finns ej i boken)

Ett slutet system är **internt stabilt** endast om **alla** överföringsfunktionerna (”de fyras gäng”)

$$\underbrace{\frac{GF}{1+GF}}_{G_C}, \quad \underbrace{\frac{1}{1+GF}}_{S}, \quad \underbrace{\frac{G}{1+GF}}_{l \to y}, \quad \underbrace{\frac{F}{1+GF}}_{r \to u}$$

är asymptotiskt stabila.

- Varning för instabila pol-nollställeförkortningar!
- De fyras gäng i quizen:

$$\frac{s}{s+1}, \quad \frac{1}{s+1}, \quad \frac{s}{s-2}, \quad \frac{s-2}{(s+1)^2}$$

Instabil!

Dagens program

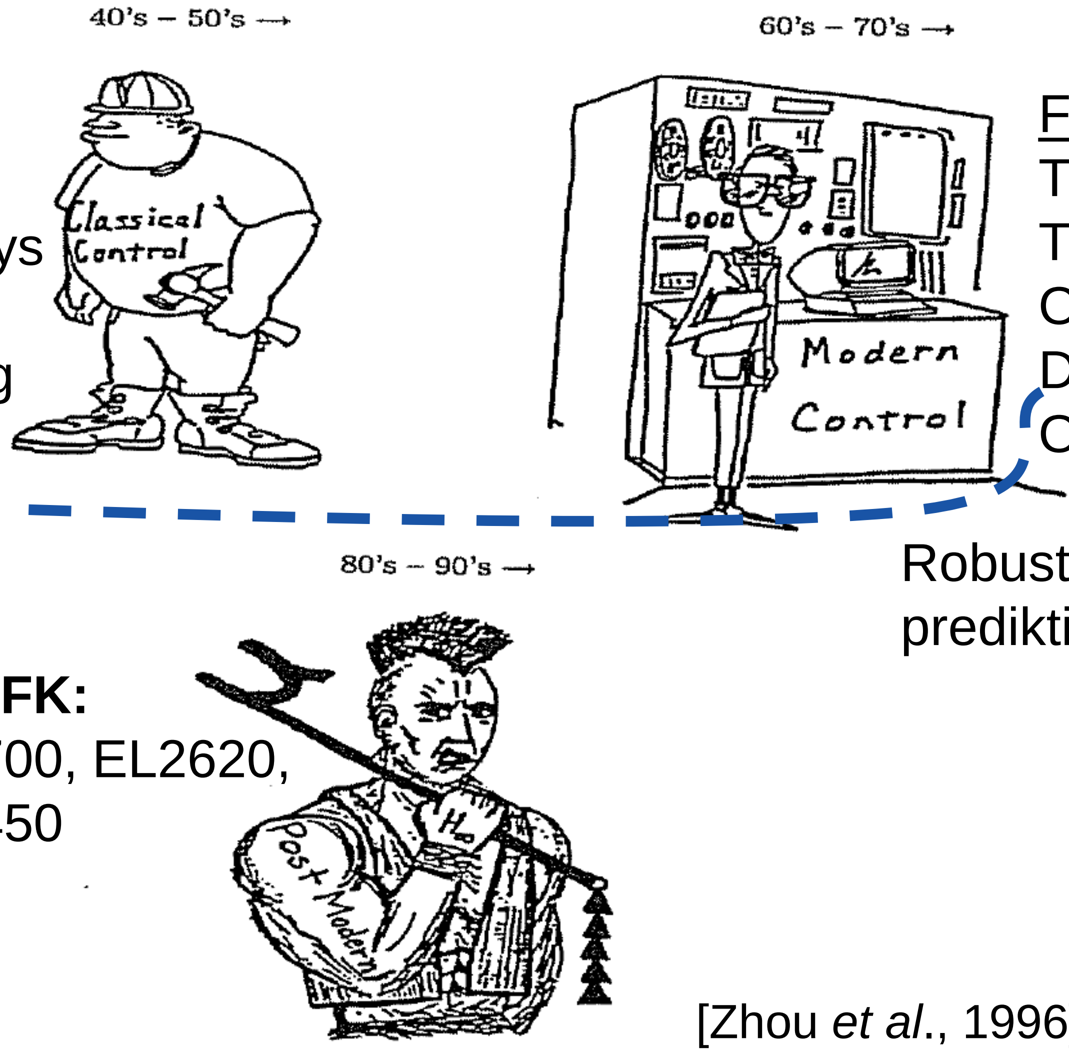
- Robusthet och känslighet (repetition, slides)

- **Tillståndsmodeller (tavlan)**
  - Definition och exempel
  - $G(s) \leftrightarrow$ tillståndsmodell
  - Poler från tillståndsmodell

Utveckling av reglerteknik

Reglerteknik AK

F1-F6:
$G(s)$
Frekvensanalys
PID
Kompensering
Analog



F7-F9, F11:
Tillståndsmodeller
Tillståndsåterkoppling
Observatör
Digital reglering
Optimal styrning

Robust, olinjär, adaptiv, prediktiv reglering m.m.

Reglerteknik FK:
EL2520, EL2700, EL2620, EL2800, EL2450

[Zhou *et al.*, 1996]

Figure 1.1: A picture history of control

Fördelar med tillståndsmodeller

- Naturligt vid modellbygge, tillstånd har ofta fysikalisk betydelse
- Ger fullständig förklaring till pol-nollställeförkortningar och intern stabilitet
- Lämpligt vid datorsimulering och optimering
- Återkoppling med flera mätsignaler på systematiskt sätt
- System med flera in- och utsignaler behandlas på samma sätt

Quiz

(2) Vilket av följande är ett linjärt system?

a)

$$\dot{x} = x \cdot u, \qquad y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} x$$

b)

$$\dot{x} = x + e^{u}, \qquad y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x + u^2$$

c)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} u, \qquad y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x^2 + u$$

d)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} x + u, \qquad y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

Quiz

(3) Vad är linjäriseringen av följande system kring stationära insignalen $u = u_0 = 1$?

$$\dot{x} = -\sqrt{x} + u$$
$$y = 2x$$

a) $x_0 = 1, \quad y_0 = 1$

$$\Delta\dot{x} = -\frac{1}{2}\Delta x + \Delta u$$
$$\Delta y = 2\Delta x$$

b) $x_0 = 1, \quad y_0 = 2$

$$\Delta\dot{x} = -\frac{1}{2}\Delta x + \Delta u$$
$$\Delta y = 2\Delta x$$

c) $x_0 = 1, \quad y_0 = 1$

$$\Delta\dot{x} = -\Delta x + \Delta u$$
$$\Delta y = 2\Delta x$$

d) $x_0 = 1, \quad y_0 = 1$

$$\Delta\dot{x} = -\frac{1}{2}\Delta x + \Delta u$$
$$\Delta y = \Delta x$$

Quiz

(4) Betrakta differentialekvationen

$$\ddot{y}(t) + y(t) = u(t)$$

Vilken tillståndsbeskrivning motsvarar den?

a) $\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$