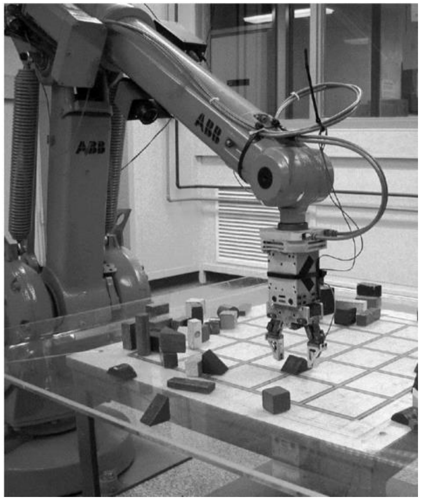
KTH ROYAL INSTITUTE
OF TECHNOLOGY

EL1010 Reglerteknik AK

Föreläsning 6:
Kompensering (forts.), robusthet och känslighet

Kursinfo



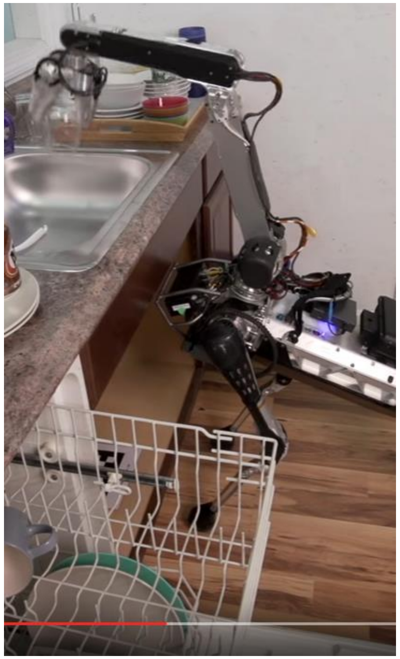
- Repetition av komplexa tal:

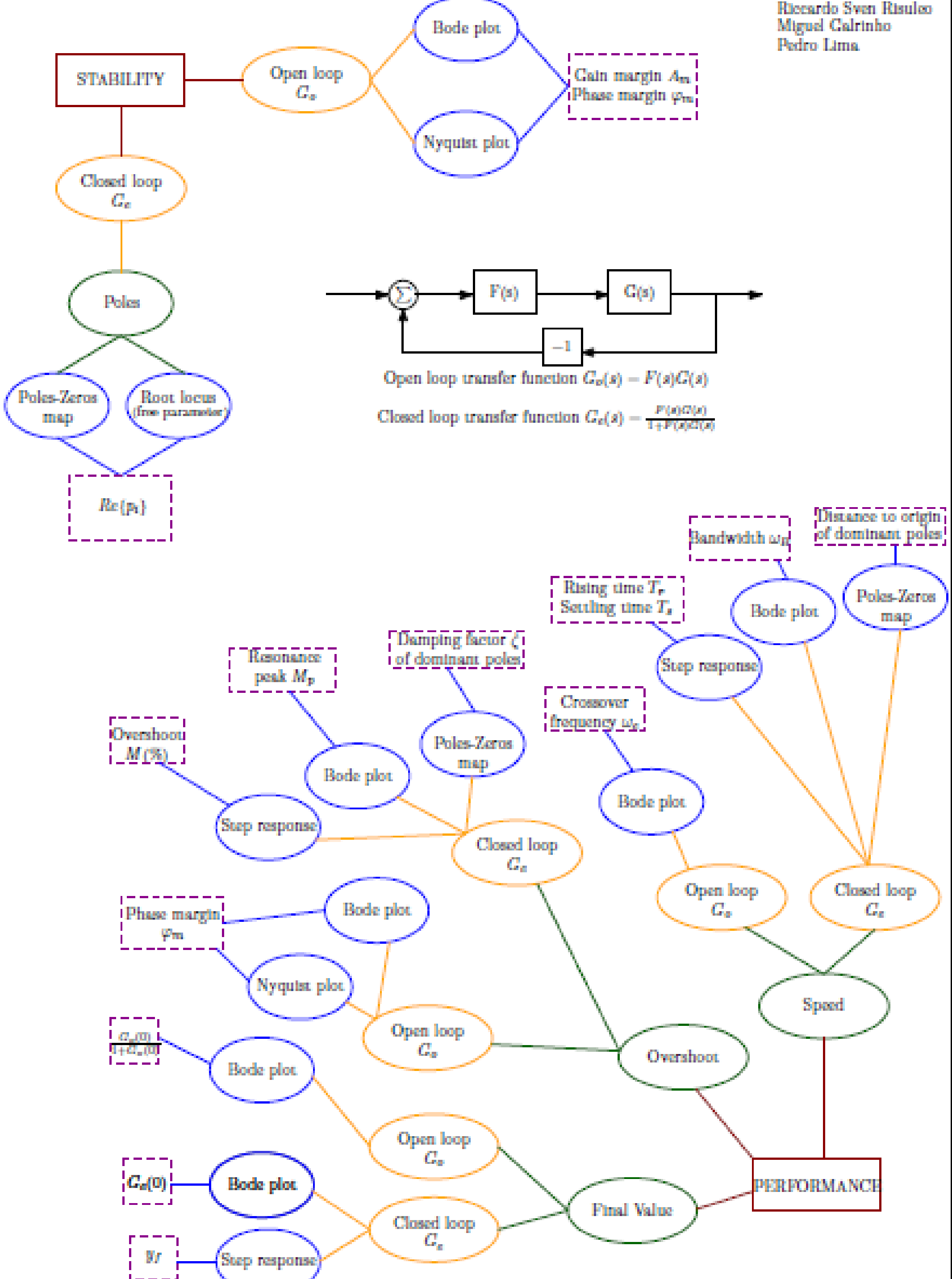
https://www.kth.se/social/upload/4fce1a4df276543a98000012/komplexatal.pdf

- Repetition av Laplacetransform

https://www.kth.se/social/files/5639f153f276546dd88d25b4/laplace3.pdf

- Lab 3: Datorprojekt (robotarm)
  - Redovisas i par under c:a 20 min (13-15 dec)
  - Anmälan öppnar i Bilda kl. 17 idag. Anmäl dig till samma tid som din partner.
  - Ingen partner? Annonsera på KTH Social
  - Går att börja med Lab 3 redan nu (anv. kunskaper från datorövningar). Ladda ner lab3robot.zip från kurshemsidan.
  - Skjut inte upp Lab 3 till nästa år. Lab 3 utgör bra förberedelse inför tentan.





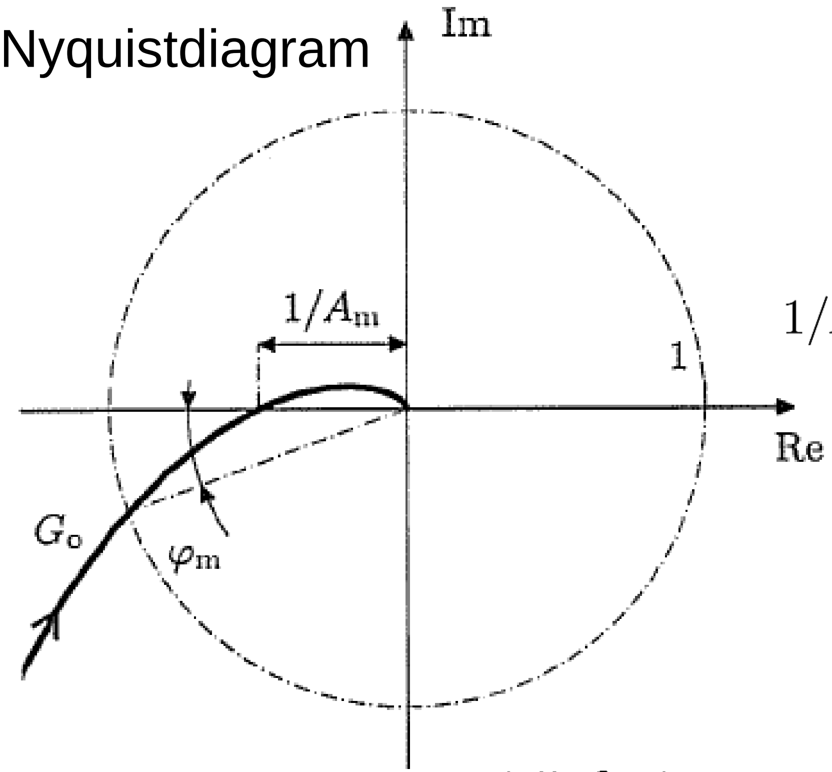
https://www.kth.se/social/files/581c790ff276541ff4dfae6e/SummaryBasicControl.pdf

Dagens program

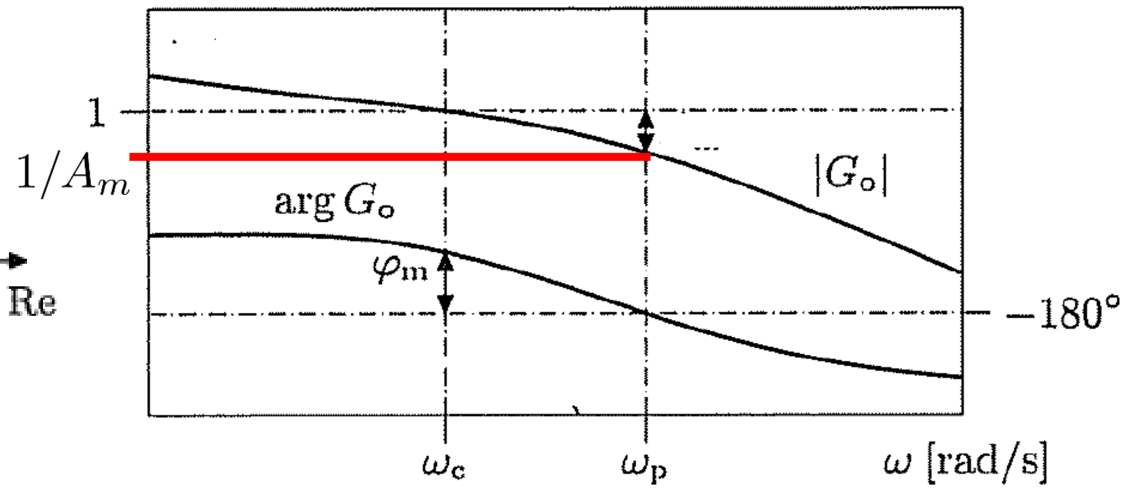
- Halvtidsutvärdering i pausen
- Stabilitetsmarginaler, specifikation av prestanda i tids- och frekvensplanet (repetition, slides)
- Kompensering (forts., slides och tavlan)
- Robusthet – Stabilitet trots modellfel (tavlan)
- Känslighet – Reglerprestanda trots störningar (tavlan)
- Tidsfördröjning och icke-minfassystem (självstudier, G&L s.116-119)

Amplitud- och fasmarginal (öppna systemet)

Nyquistdiagram



Bodediagram



Fas-skärfrekvens ω_p och amplitudmarginal A_m

Skärfrekvens ω_c och fasmarginal φ_m

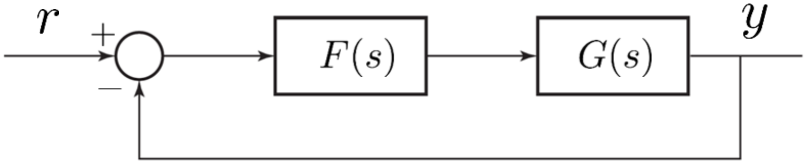
Mäter avstånd till instabilitetspunkten (-1)

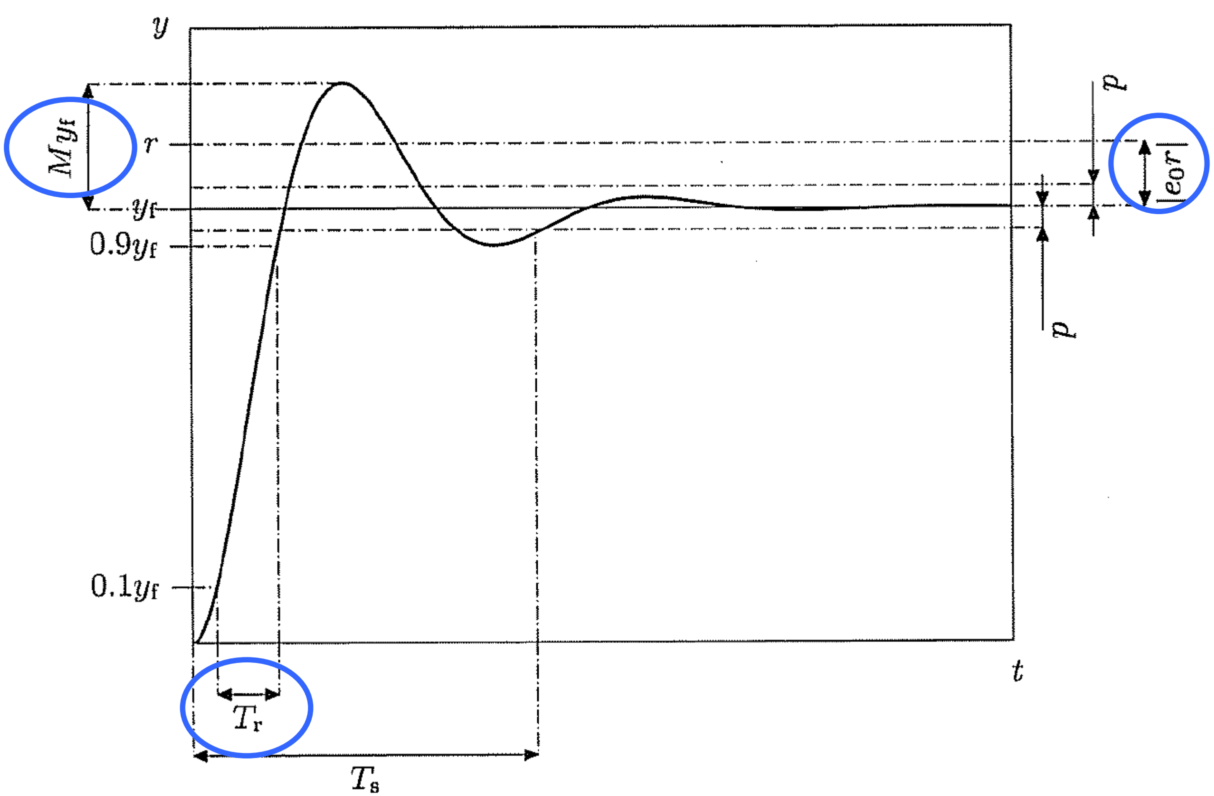
Specifikationer för slutna systemet (G_c)

$$G_o(s) = F(s)G(s)$$

$$G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(G_c(s)\frac{1}{s}\right)$$





I tidsplanet:

Snabbhet T_r

Dämpning M

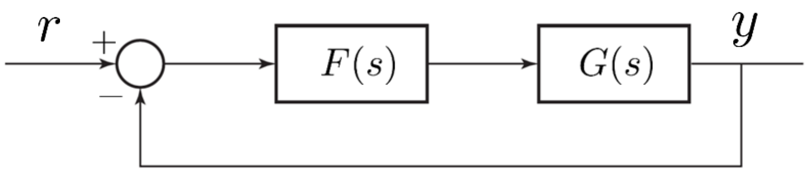
Statiskt fel e_0

Specifikationer för slutna systemet (G_c)

$$G_o(s) = F(s)G(s)$$

$$G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(G_c(s)\frac{1}{s}\right)$$



I frekvensplanet

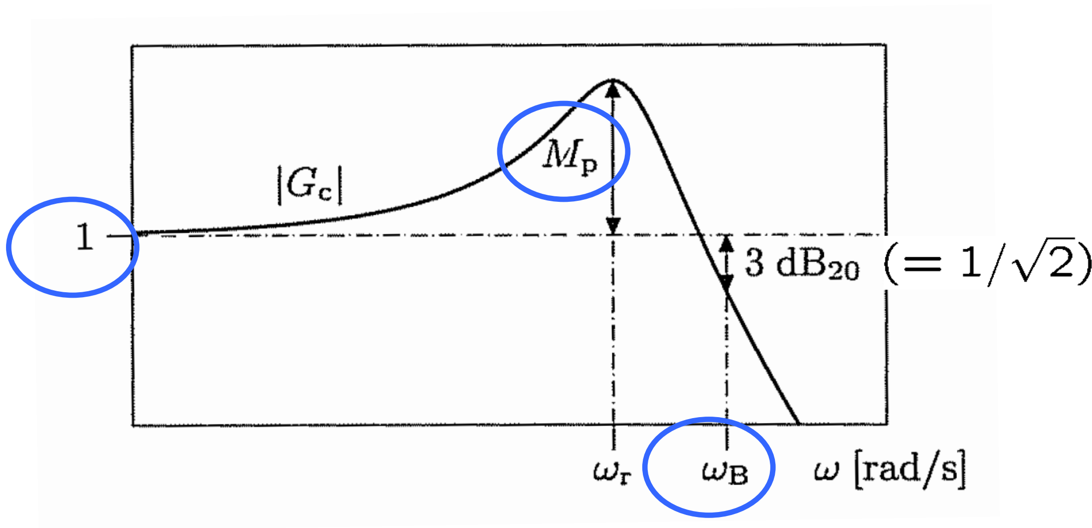
Snabbhet: Bandbredd ω_B

$(|G_c(i\omega)| \approx 1,\ \omega < \omega_B)$

Dämpning: Resonanstopp M_p

$(\max_{\omega} |G_c(i\omega)|)$

Statiskt fel: $e_0 = 1 - G_c(0)$

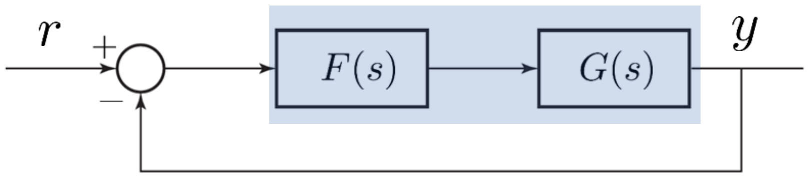


Motsvarande specifikationer för öppna systemet (G_o)

$$G_o(s) = F(s)G(s)$$

$$G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(G_c(s)\frac{1}{s}\right)$$



I frekvensplanet

Snabbhet: Skärfrekvens ω_c

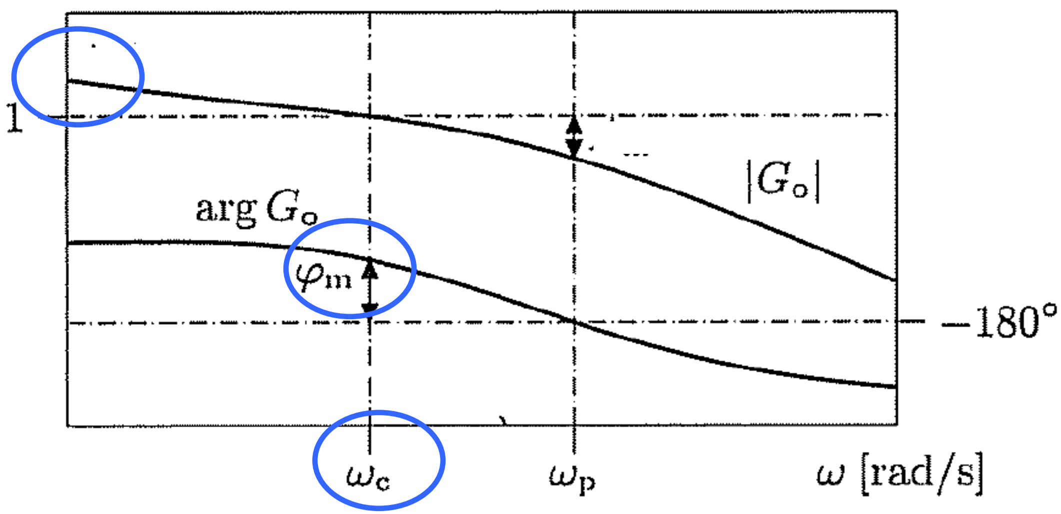
$(\omega_c \approx \omega_B)$

Dämpning: Fasmarginal φ_m

$(M_p \geq 1/\varphi_m \; [1/\mathrm{rad}])$

Statiskt förstärkning: $G_o(0)$

$$\left(e_0 = \frac{1}{|1 + G_o(0)|}\right)$$



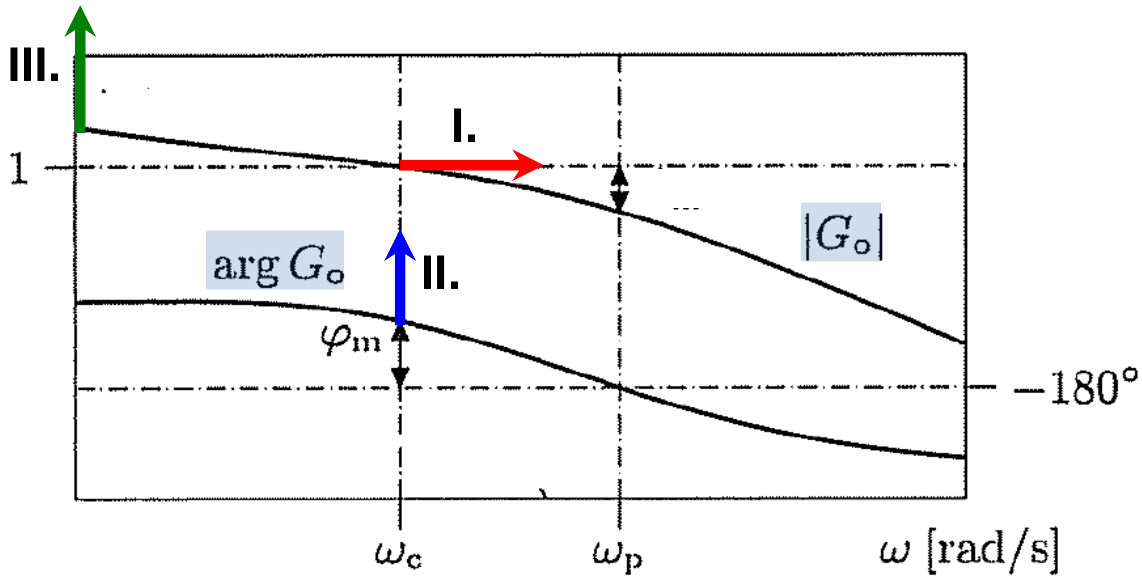
Specifikationer för kompensering av G_o

Krav på:

I. Snabbhet $T_r \sim 1/\omega_B \sim 1/\omega_c$

II. Dämpning $M \sim M_p \geq 1/\varphi_m$

III. Statiskt fel (stegsvar) $e_0 = 1 - G_c(0) = \dfrac{1}{1 + G_o(0)}$



Dagens program

- Stabilitetsmarginaler, specifikation av prestanda i tids- och frekvensplanet (repetition, slides)

- **Kompensering (forts., slides och tavlan)**

- Robusthet – Stabilitet trots modellfel (tavlan)

- Känslighet – Reglerprestanda trots störningar (tavlan)

- Tidsfördröjning och icke-minfassystem (självstudier, G&L s.116-119)

Kompensering

Typisk kompenseringslänk:

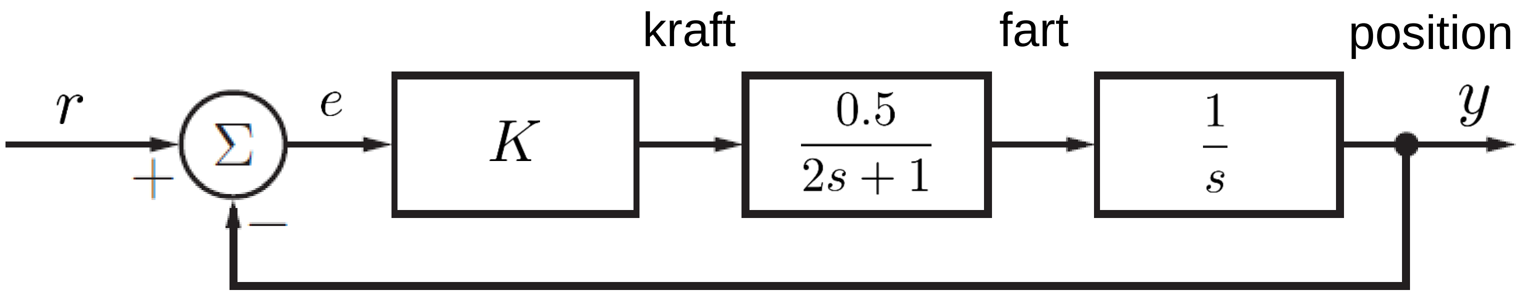
$$F(s) = \underbrace{K}_{\text{fixar } \omega_c} \underbrace{\left(\frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1} \right)^N}_{\text{fixar } \varphi_m} \underbrace{\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}}_{\text{fixar } G_o(0)}$$

Idé: Använd $F(s)$ för att forma kretsförstärkningen $G_o(i\omega) = F(i\omega)G(i\omega)$ så att den uppfyller krav på:

I. Skärfrekvens ω_c (Ex. förra gången, bil_position_ex1.m)
II. Fasmarginal φ_m (Ex. denna gången, bil_position_ex2.m)
III. Statiskt förstärkning $G_o(0)$ (Se övningar)

OBS! $N = 1,\ \beta = 0,\ \gamma = 0$ ger PID-regulator

Exempel: Positionsreglering av bil (Fall 1-2, förra gången, bil_position_ex1.m)



Fall 1: $K = 1$ ger $T_r = 3.28$ s ($\omega_c = 0.393$ rad/s)

Vi vill ha ett dubbelt så snabbt slutet system, så dubbla ω_c:

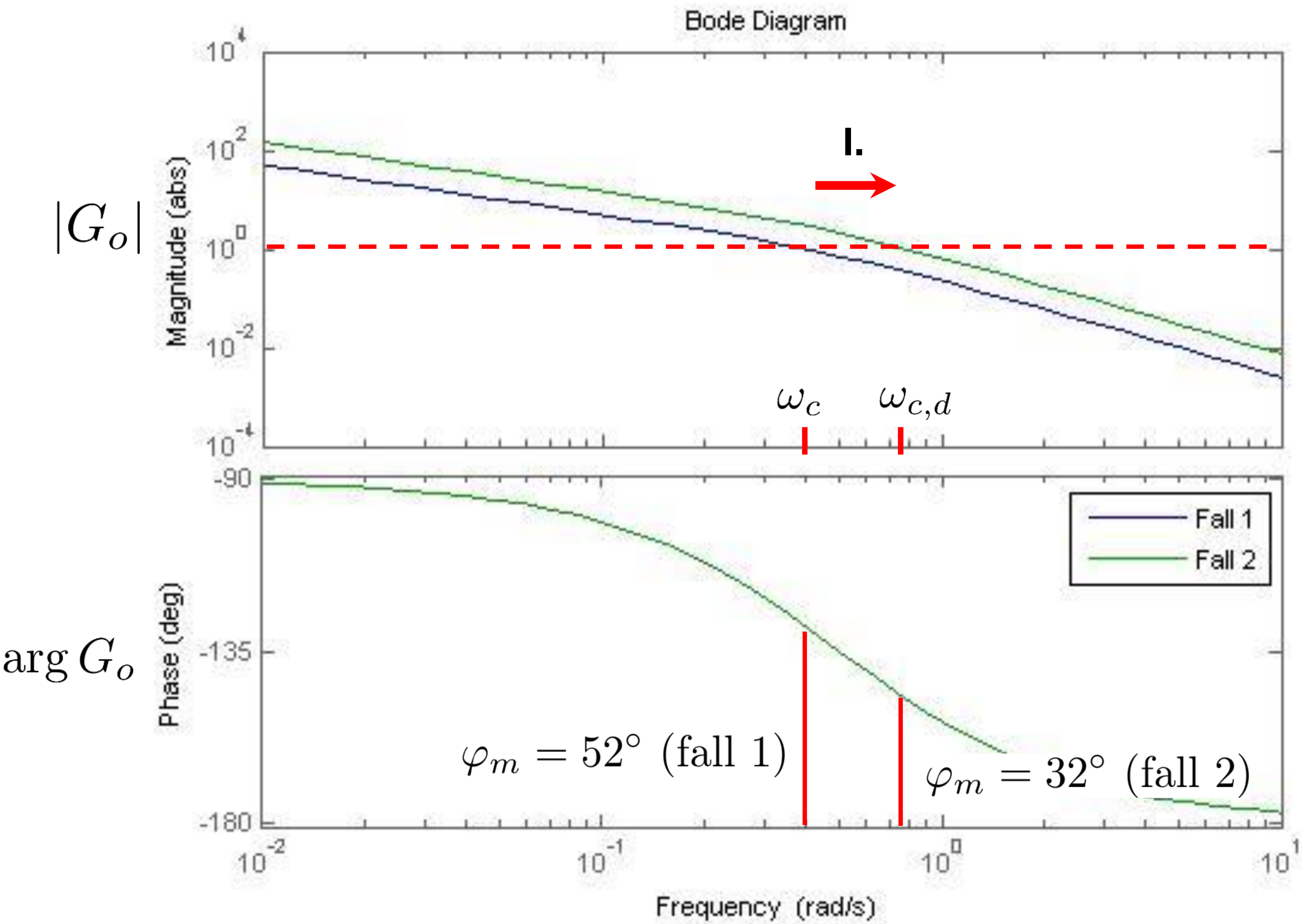
$\omega_{c,d} = 2 \cdot \omega_c \approx 0.79$ rad/s (”desired”)

Görs enklast med en P-regulator!

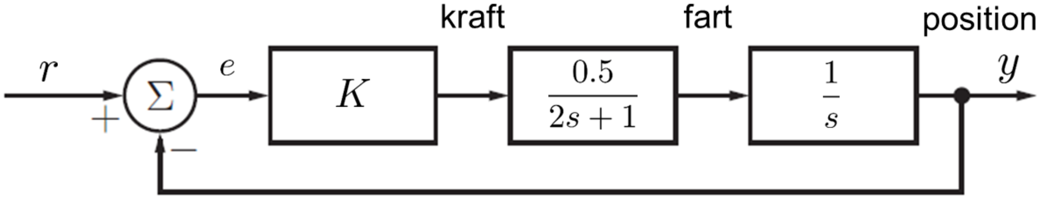
Lös $\left| K \frac{0.5}{2i\omega_{c,d} + 1} \frac{1}{i\omega_{c,d}} \right| = 1$

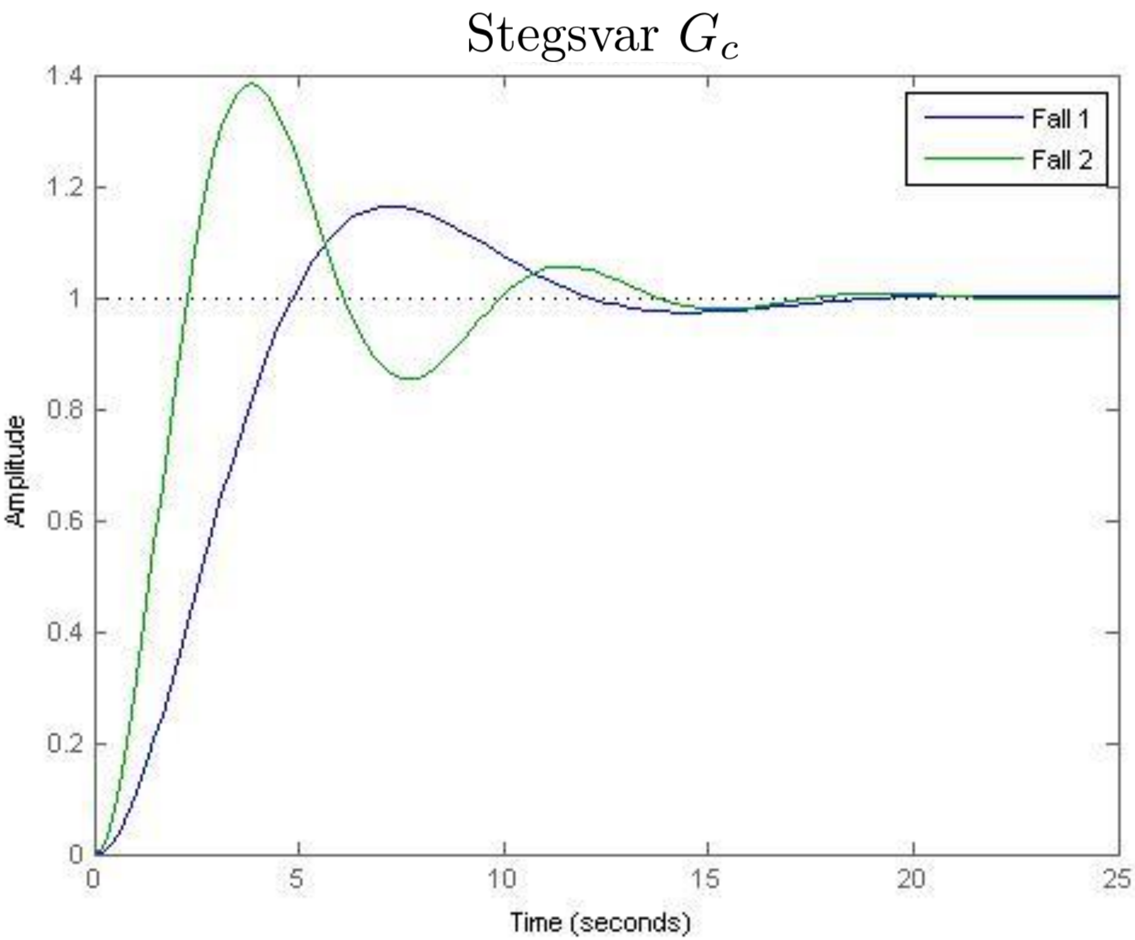
Fall 2: $K = 2.94$ ger $T_r = 1.53$ s ($\omega_c = 0.79$ rad/s)

Exempel: Positionsreglering av bil (Fall 1-2, förra gången, bil_position_ex1.m)



Exempel: Positionsreglering av bil (Fall 1-2, förra gången, bil_position_ex1.m)





Quiz

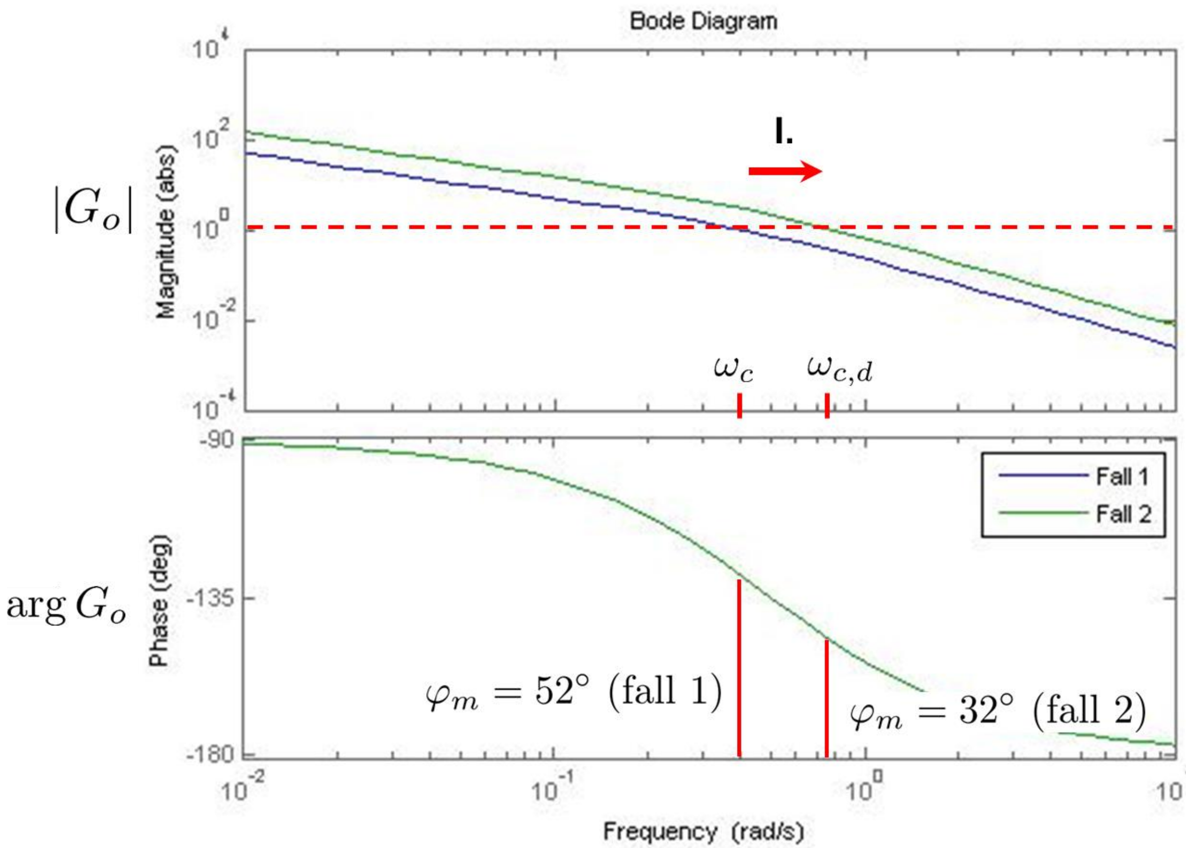
(1) Vilka specifikationer ska vi ge på **öppna systemet** för att motsvarande slutna system ska uppnå snabbheten från Fall 2 och dämpning från Fall 1?

a) φ_m=52^o och $\omega_{c,d}$=0.79 rad/s,

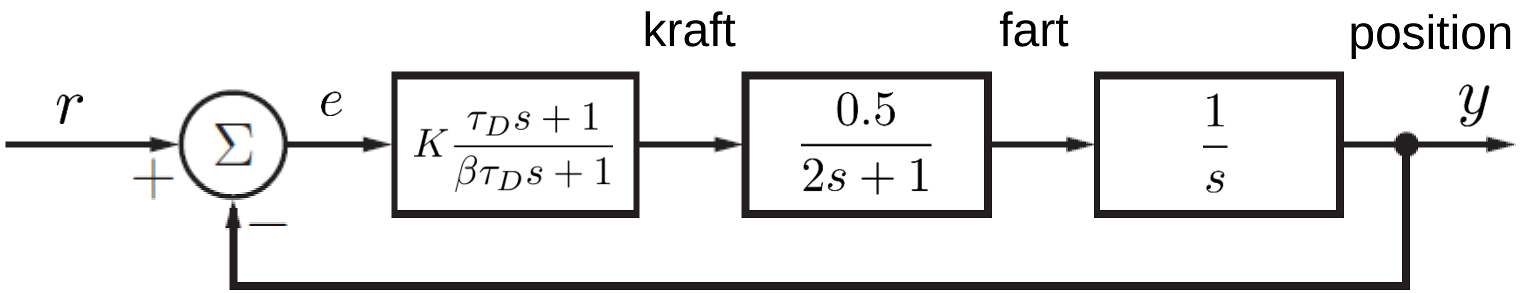
b) φ_m=32^o och $\omega_{c,d}$=0.79 rad/s

c) φ_m=52^o och $\omega_{c,d}$=0.39 rad/s,

d) φ_m=32^o och $\omega_{c,d}$=0.39 rad/s



Exempel: Positionsreglering av bil (Fall 3, bil_position_ex2.m)



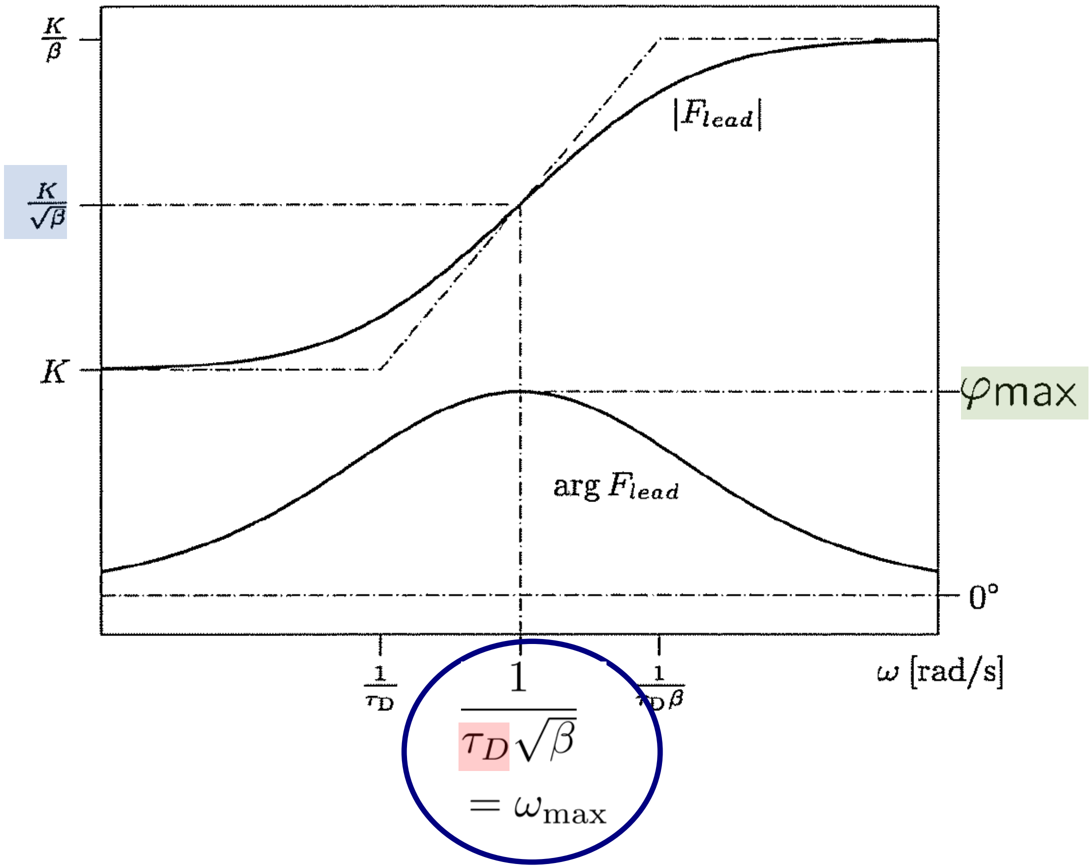
Snabbheten i Fall 2 bra, och dämpning i Fall 1 bra. Hur få båda samtidigt? Görs enklast med lead-länk!

Fall 3: Vi vill ha $\omega_{c,d} = 0.79$ rad/s och $\varphi_m = 52°$. Öka fasen med $52° - 32° = 20°$ vid frekvensen $\omega_{c,d}$ med

$$F_{\text{lead}}(s) = K\frac{\tau_D s+1}{\beta\tau_D s+1}$$

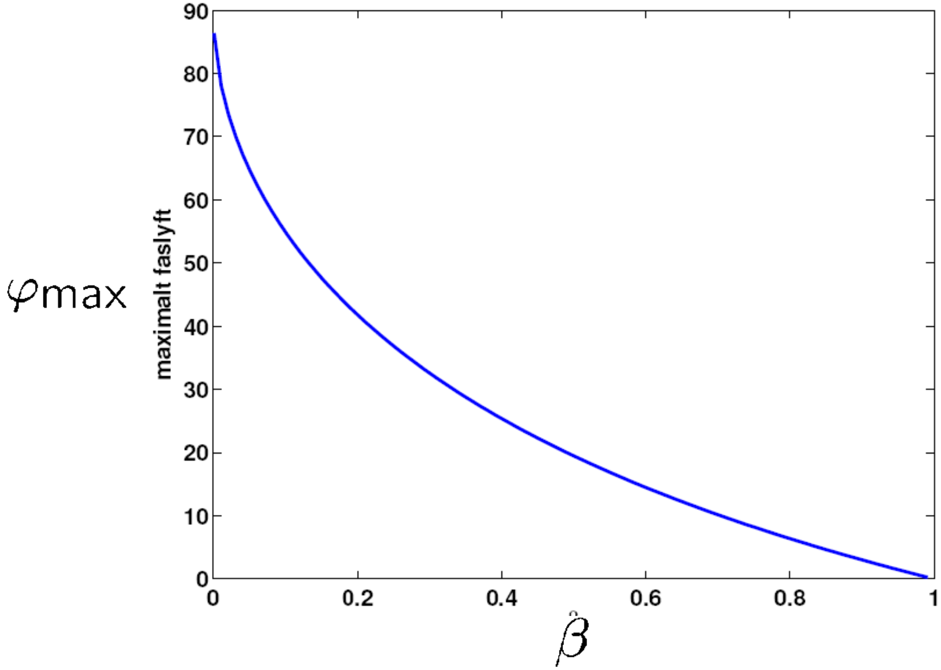
Kompensering med lead-länk (PD-länk) (G&L fig. 5.14)

$$F_{\text{lead}}(s) = K\frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1}$$



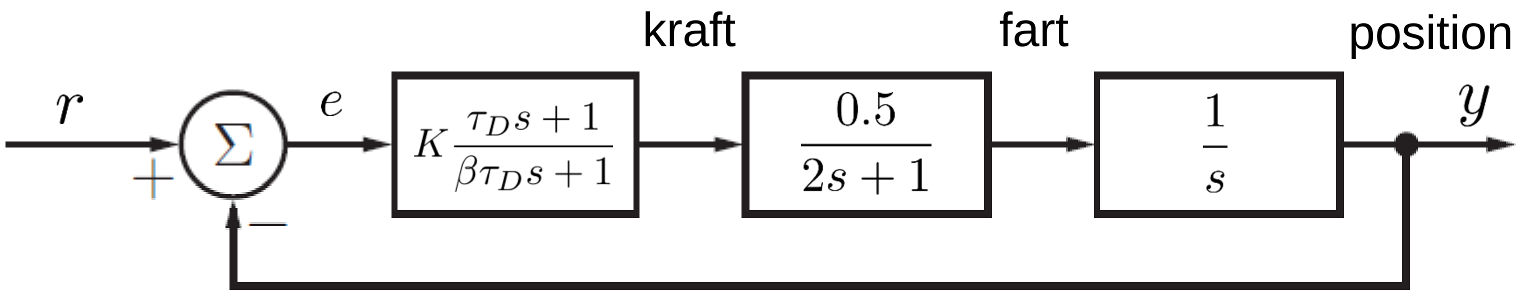
- **Fördel:** positivt fasbidrag (faslyft)
- **Nackdel:** Stor förstärkning vid höga frekvenser

Maximalt faslyft beror på β (G&L fig. 5.13)



1. Bestäm β så att fasökning blir tillräckligt stor
2. Bestäm τ_D så att $\omega_{c,d} = \omega_{\max} = \dfrac{1}{\tau_D\sqrt{\beta}}$
3. Bestäm K så att $|F_{\text{lead}}(i\omega_{c,d})G(i\omega_{c,d})| = 1 \quad \left(|F_{\text{lead}}(i\omega_{\max})| = \dfrac{K}{\sqrt{\beta}}\right)$

Exempel: Positionsreglering av bil (Fall 3, bil_position_ex2.m)



Fall 3:

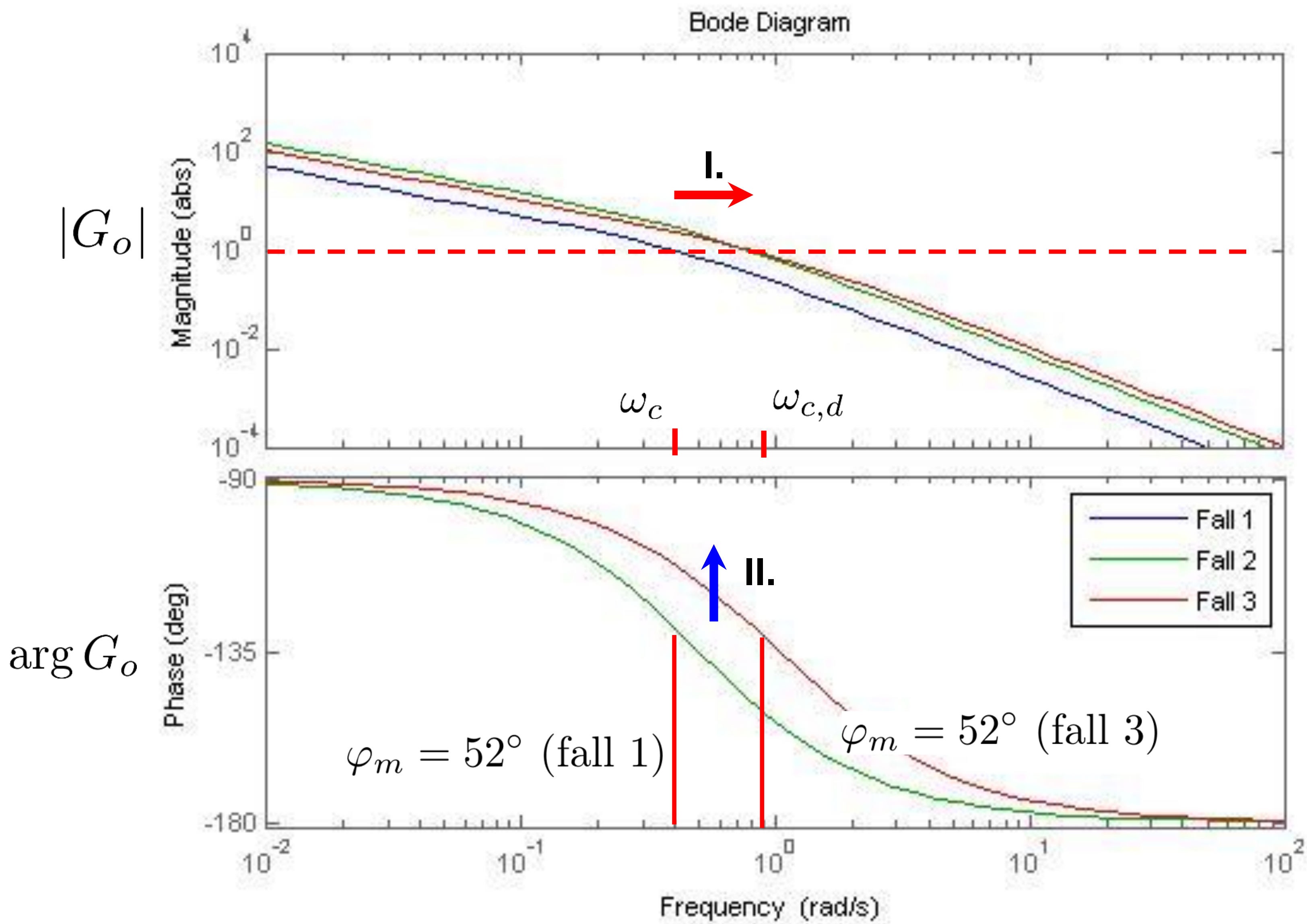
1. Öka fas med 20° $\Rightarrow \beta = 0.49$
2. Bestäm τ_D så att $\omega_{\max} = \omega_{c,d} = 0.79$ rad/s

$$0.79 = \frac{1}{\tau_D\sqrt{\beta}} \Rightarrow \tau_D = 1.81 \text{ s}$$

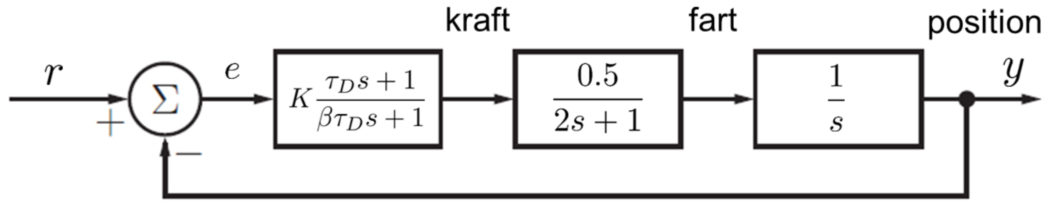
3. Bestäm K så att

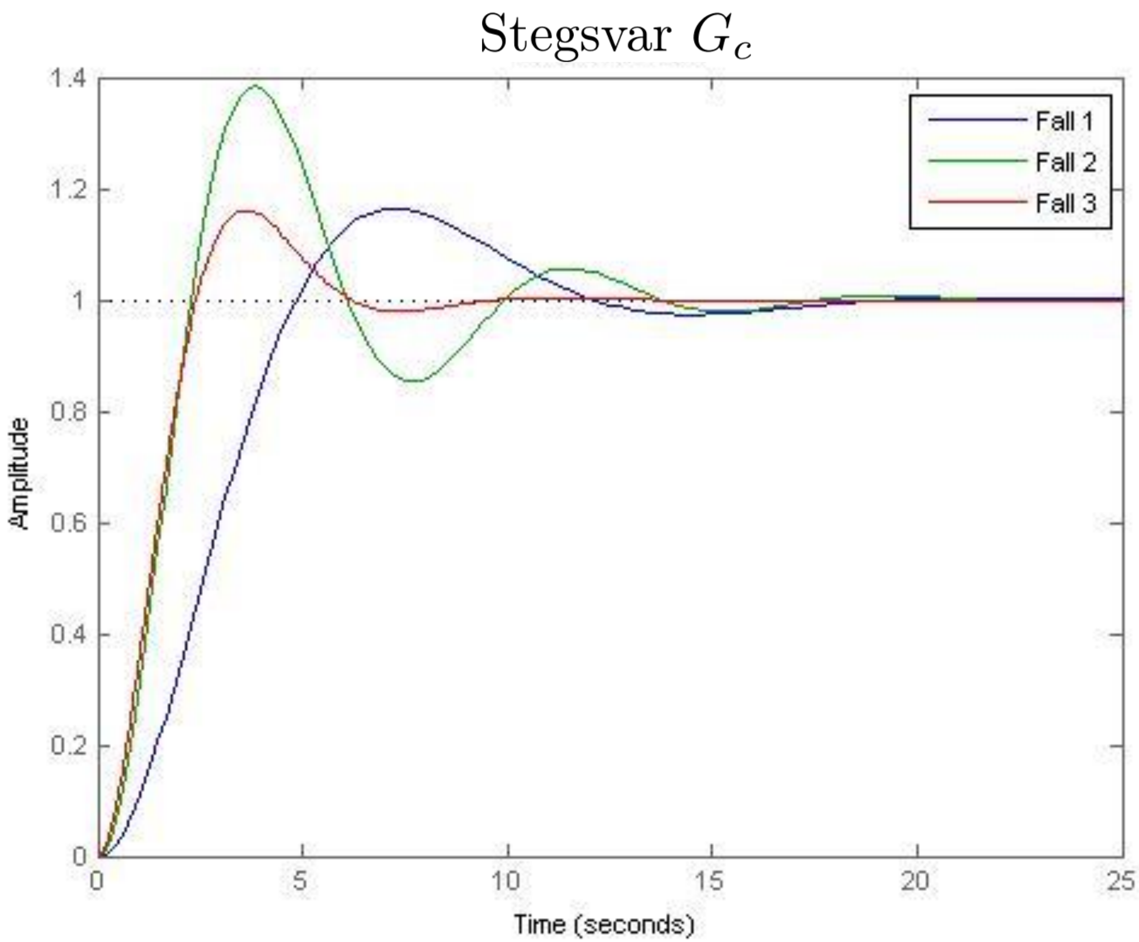
$$1 = |G_o(i\omega_{c,d})| = |F_{\text{lead}}(i\omega_{c,d})| \left| \frac{0.5}{2i\omega_{c,d}+1} \frac{1}{i\omega_{c,d}} \right| = \frac{K}{\sqrt{\beta}} 0.34 \Rightarrow K = 2.06$$

Exempel: Positionsreglering av bil (Fall 3, bil_position_ex2.m)



Exempel: Positionsreglering av bil (Fall 3, bil_position_ex2.m)





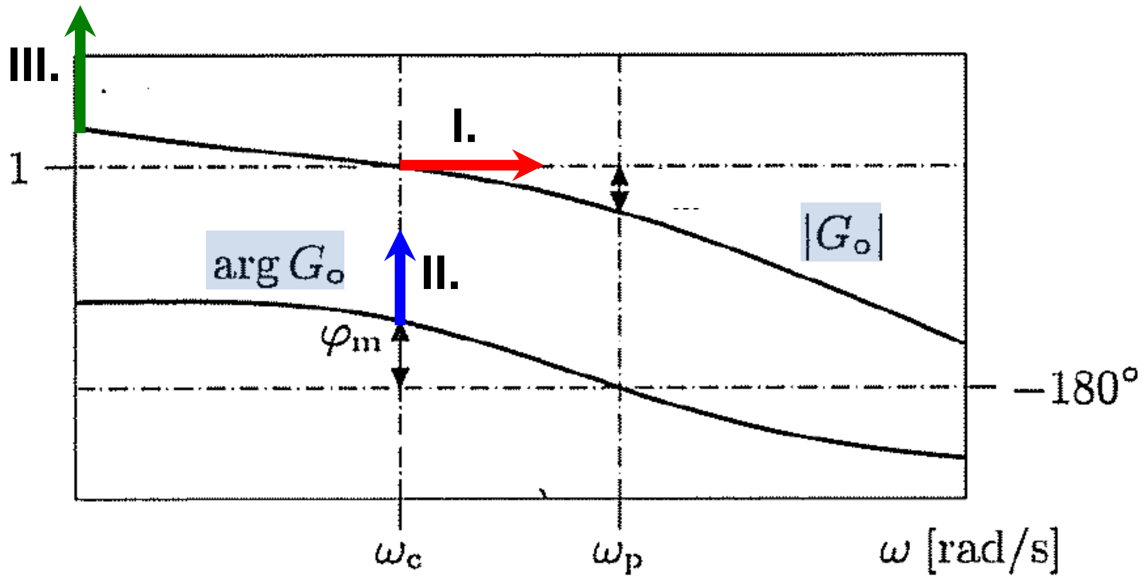
Specifikationer för kompensering av G_o

Krav på:

I. Snabbhet $T_r \sim 1/\omega_B \sim 1/\omega_c$

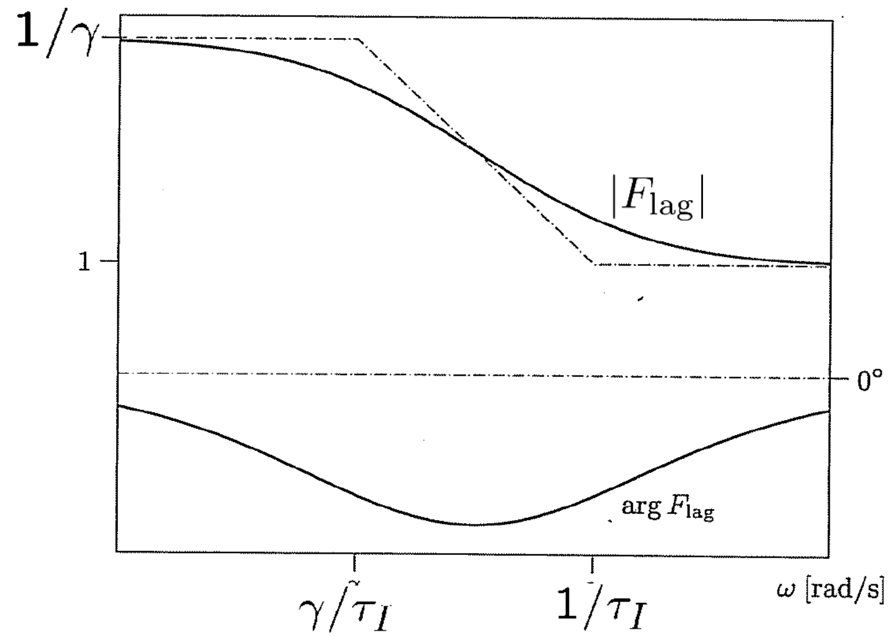
II. Dämpning $M \sim M_p \geq 1/\varphi_m$

III. Statiskt fel (stegsvar) $e_0 = 1 - G_c(0) = \dfrac{1}{1 + G_o(0)}$



III: Kompensering med lag-länk (se övningar)

$$F_{\text{lag}}(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$



- **Fördel:** Ger stor lågfrekvent förstärkning. Minskar statiskt fel med ungefär $1/\gamma$ (se övning för exakt analys)
- **Nackdel:** Minskar fasmarginalen. Välj τ_I tillräckligt stort (tumregel: Välj $\tau_I = 10/\omega_c$ så minskar fasen med 6°)

Dagens program

- Stabilitetsmarginaler, specifikation av prestanda i tids- och frekvensplanet (repetition, slides)
- Kompensering (forts., slides och tavlan)
- **Robusthet – Stabilitet trots modellfel (tavlan)**
- Känslighet – Reglerprestanda trots störningar (tavlan)
- Tidsfördröjning och icke-minfassystem (självstudier, G&L s.116-119)

Quiz

(2) Vad testar robusthetskriteriet?

a) Om det verkliga återkopplade systemet är stabilt.
b) Om det modellerade återkopplade systemet är stabilt.
c) Om det verkliga öppna systemet är stabilt.
d) Om det modellerade öppna systemet är stabilt.

Quiz

(3) Vad betyder det att

$$|G_c(i\omega)| > \frac{1}{|\Delta_G(i\omega)|}$$

för det verkliga systemets Nyquistkurva?

a) Nyquistkurvan omsluter -1 minst en gång.
b) Nyquistkurvan omsluter -1 exakt en gång.
c) Nyquistkurvan omsluter inte -1.
d) Robusthetskriteriet säger ingenting om Nyquistkurvan.

Quiz

(4) Hur beror känsligheten, $|S(i\omega)|$, på kretsförstärkningen?

a) Om kretsförstärkningen är stor blir känsligheten stor.
b) Om kretförstärkningen är stor blir känsligheten liten.
c) De är inte kopplade till varandra.
d) Kretsförstärkningen är begränsad av känsligheten men har ingen påverkan på den.