



KTH Informations- och kommunikationsteknik

# Tentamen med lösningar i IE1204-5 Digital Design Fredag 21/10 2016 09.00-13.00

**Allmän information** (TCOMK, Ask for an english version of this exam if needed)

*Examinator:* Ingo Sander.

*Ansvarig lärare:* Kista, William Sandqvist tel 08-7904487

Tentamensuppgifterna behöver inte återlämnas när du lämnar in din skrivning.

*Hjälpmedel:* Inga hjälpmedel är tillåtna!

Tentamen består av tre delar med sammanlagt 14 uppgifter, och totalt 30 poäng:

**Del A1 (Analys)** innehåller åtta korta uppgifter. Rätt besvarad uppgift ger en poäng. Felaktig besvarad ger 0 poäng. Det totala antalet poäng i del A1 är **10 poäng**. För **godkänt på del A1 krävs minst 6p, är det färre poäng rättar vi inte vidare.**

**Del A2 (Konstruktionsmetodik)** innehåller två metodikuppgifter om totalt **10 poäng**. För att bli **godkänd på tentamen** krävs **minst 11 poäng** från A1+A2, *är det färre poäng rättar vi inte vidare.*

**Del B (Designproblem)** innehåller två friare designuppgifter om totalt **10 poäng**.

**OBS!** I slutet av tentamenshäftet finns ett inlämningsblad för del A1, som ska avskiljas för att lämnas in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B.

För ett godkänt betyg (**E**) krävs **minst 11 poäng på hela tentamen**. Vid exakt 10p från A1(6p)+A2(4p) erbjuds komplettering (FX) till godkänt.

**Betyg** ges enligt följande:

0 –	11 –	16 –	19 –	22 –	25
F	E	D	C	B	A

Resultatet beräknas meddelas före fredagen den 11/11 2016.

# Del A1: Analysuppgifter

Endast svar krävs på uppgifterna i del A1. Lämna svaren på inlämningsbladet för del A1 som du hittar på sista sidan av tentahäftet.

1. 1p/0p

En funktion  $f(x, y, z)$  beskrivs med hjälp av uttrycket:

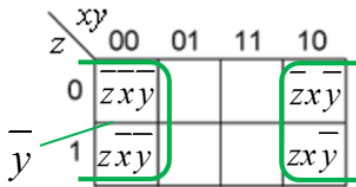
$$f(x, y, z) = (z \oplus x + z \oplus x) \cdot (\overline{yx} + \overline{yx})$$

Ange funktionen som minimerad två nivåers summa av produkter (dvs. på minimerad SoP-form).

$$f(x, y, z) = \{SoP\}_{\min} = ?$$

1. Lösningförslag

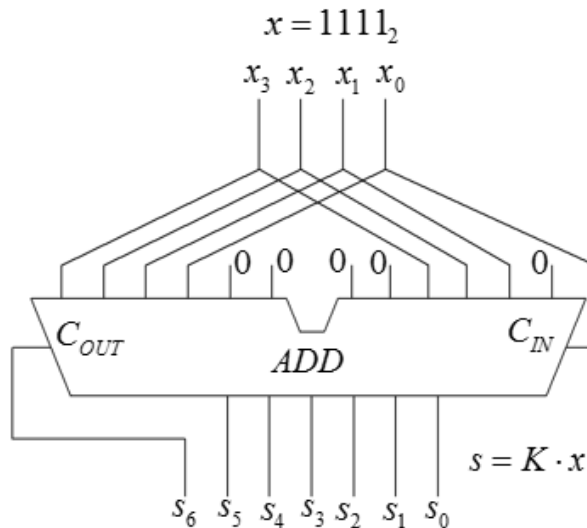
$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= (z \oplus x + z \oplus x) \cdot (\overline{yx} + \overline{yx}) = (\overline{z \oplus x} + \overline{z \oplus x}) \cdot \overline{y(x + \overline{x})} = \\ &= z\overline{x}y + \overline{z}x\overline{y} + z\overline{x}y + \overline{z}x\overline{y} = \overline{y} \end{aligned}$$



2. 1p/0p

Ett fyrabitars teckenlöst tal  $x (x_3x_2x_1x_0)$  är anslutet till en 6-bits adderare på ett sådant sätt att talet blir multiplicerat med en konstant  $s = K \cdot x$ . Se figuren. Vid ett tillfälle är talet  $x = 1111_2$  vad blir då talet  $s = ?$

Svara med  $s$  som binärtal.



2. Lösningförslag  $s = 1 \cdot x + 4 \cdot x = 5 \cdot x$        $5 \cdot 15 = 75$        $1001011_2$

$$\begin{array}{r} \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \quad \underline{1} \\ \quad \quad 0 \quad 0 \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad 0 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad 0 \quad 0 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

3. 1p/0p

En fyrabitars adderare adderar två stycken **tvåkomplement** 4-bitstal  $x = 0101$  och  $y = 0111$ . Vad blir den av adderaren beräknade fyrbits summan  $s$ ? Svara som ett decimaltal med tecken.  $\pm s_{10}$

3. Lösningsförslag

$x = 0101$   $y = 0111 = 1100$  overflow! Beloppet är motsvarande positiva tal  $0011 + 1 = 0100$   
 $s_{10} = -4$

4. 1p/0p

Ett Karnaughdiagram för en funktion av fyra variabler  $y = f(a, b, c, d)$  ges nedan. Ange funktionen minimerad  $y_{\min}$  som en produkt av summor, på **PoS** form. ”-” i diagramet står för ”don’t care”.

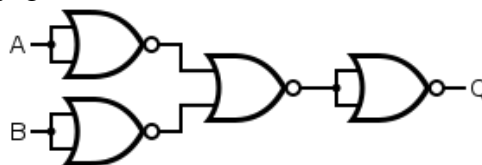
		$cd$			
		00	01	11	10
$ab$	00	0	0	1	0
	01	1	0	0	-
	11	-	-	1	1
	10	0	0	1	0

4. Lösningsförslag  $y = b(c + \bar{d})(b + d)(a + \bar{b} + \bar{d})$

		$cd$			
		00	01	11	10
$ab$	00	0	0	1	0
	01	1	0	0	-
	11	-	-	1	1
	10	0	0	1	0

5. 1p/0p

Figuren nedan visar ett grindnät med fyra NOR grindar. Förenkla funktionen  $Q = f(A, B)$  så långt som möjligt och svara med det resulterande uttrycket.



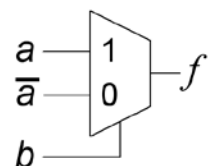
5. Lösningsförslag

$$Q = \overline{\overline{A + A + B + B}} = \overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{dM}} = A \cdot B \quad \text{NAND}$$

6. 1p/0p

Vilken logisk funktion realiserar följande multiplexor koppling?

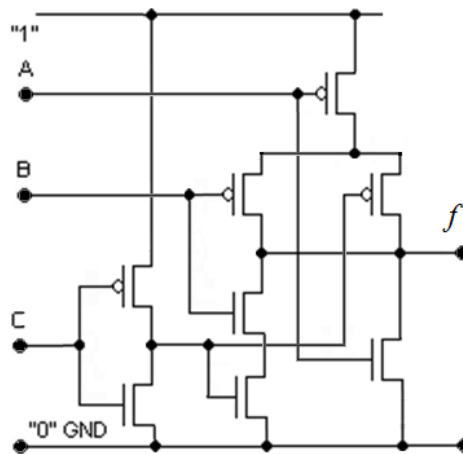
$$f(b, a) = ?$$



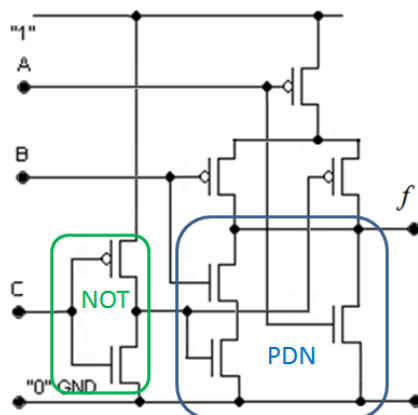
6. Lösningsförslag  $f(b, a) = b \cdot a + \bar{b} \cdot \bar{a} \quad \text{XNOR}$

7. 1p/0p

Ange den logiska funktion som realiseras av CMOS kretsen i figuren nedan. Ange funktionen som en summa av produkter, på SoP-form.  $f(A, B, C) = ?$

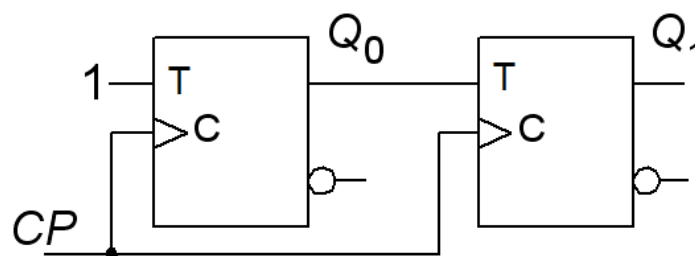


7. Lösningförslag



$$\begin{aligned}
 PDN = \bar{f} &= B \cdot \bar{C} + A \\
 f &= \overline{B \cdot \bar{C} + A} = (\bar{B} + C) \cdot \bar{A} \\
 &= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C
 \end{aligned}$$

8. 1p/0p

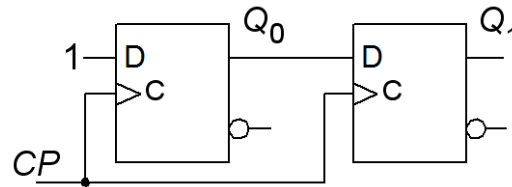


En synkron räknare med T-vippor enligt figuren ovan startar med tillståndet  $Q_1Q_0 = 00$ . Ange räknesekvensen för de följande fyra klockpulserna.

8. Lösningförslag  $Q_0$  togglar varje klockpuls,  $Q_1$  togglar när  $Q_0=1$ .

$Q_1^+Q_0^+$  :  $00 \rightarrow 01 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 00$  denna gång var det en normal binärkodsräknare.

## 9. 1p/0p



För D-vipporna i figurens skiftregister gäller:

setuptiden  $t_{su} = 4$  ns, delaytiden på vippans utgångar  $t_{pdQ} = 3$  ns, och holdtiden  $t_h = 2$  ns.

- Hur lång tid behöver det vara mellan klockpulserna  $T_{CP} > ?$ , för att skiftregistrets funktion skall vara säker?

---

Klockperioden bestäms av datavägen från  $Q_0$  till  $Q_1$ .

$$T_{CP} > t_{pdQ0} + t_{suD1} = 3 + 4 = \mathbf{7 \text{ ns.}}$$

Holdtiden är den tid som dataingången måste hållas stabil efter klockpulsen. Denna innebär inget problem eftersom  $Q_0$  kan ändra sig först efter  $t_{pdQ} = 3$  ns medan kravet på stabil signal efter klockpulsflanken är  $t_h > \mathbf{2 \text{ ns.}}$

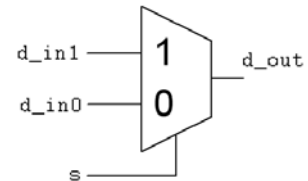
---

## 10. 1p/0p

Nedan är VHDL-kod för en 2-ingångars multiplexor. En del av VHDL koden för kretsens **architecture** saknas. Skriv dit den saknade kodraden på inlämningsbladet. Variablerna är: **d\_in0, d\_in1, d\_out, s**. Användbara nyckelord är: **and, or, not**.

```
entity MUX2_1 is
  port( d_in0, d_in1, s : in std_logic;
        d_out          : out std_logic);
end entity MUX2_1;
```

```
architecture behave of MUX2_1 is
begin
  d_out <= Oooooops! What should be here?
end architecture behave;
```



---

## 10. Lösningförslag

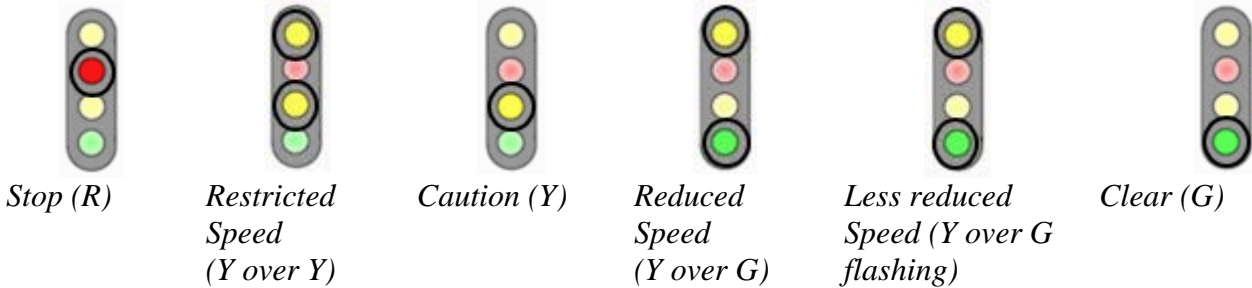
```
architecture behave of MUX2_1 is
begin
  d_out <= (not s and d_in0) or (s and d_in1);
end architecture behave;
```

---

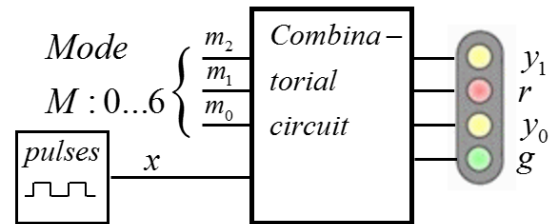
## Del A2: Konstruktionsmetodik

Observera! Del A2 rättas endast om Du är godkänd på del A1

11. 4p Japanska tågssignaler är mer komplexa än våra, men det kan behövas eftersom Japan har några av världens snabbaste tåg. Så här tillåter tågssignalerna hastigheter i sex steg från stillastående och upp till full fart.



Du ska konstruera en *signalavkodare*, ett kombinatoriskt logiknät, som använder en tre bitars mode signal  $M$  ( $m_2 m_1 m_0$ ) till att generera ut signaler som styr fyra färgade lampor ( $y_1 r y_0 g$ ). Mode 0,  $m_2 m_1 m_0$  000, ska innebära avstängd signal.



Mode 1...6,  $m_2 m_1 m_0$  001 ... 110 (i binärkod), väljer signaler för stegvis ökande tillåten hastighet enligt standarden som visas i figuren. Blinkande signal innebär att  $y_1$  och  $g$  ska tändas omväxlande (ej samtidigt) i takt med pulserna  $x$  från en pulsgenerator.

a) (1p) Ställ upp sambandet mellan utsignalerna  $y_1 r y_0 g$  och insignalerna  $x m_2 m_1 m_0$  i tabellform (som en **sanningstabell**). b) (2p) Ställ upp Karnaughdiagram för de fyra lampsignalerna och ta fram de **minimerade uttrycken** för  $y_1 r y_0 g$  på SoP-form. Utnyttja don't care.

c) (1p) Rita **grindnätet** för en av signalavkodarens ut signaler (välj det mest komplicerade nätet) med användande av valfria grindar.

### 11. Lösningsförslag

a)

$x m_2 m_1 m_0$	$y_1 r y_0 g$	$x m_2 m_1 m_0$	$y_1 r y_0 g$
0 0000	0000	8 1000	0000
1 0001	0100	9 1001	0100
2 0010	1010	10 1010	1010
3 0011	0010	11 1011	0010
4 0100	1001	12 1100	1001
5 0101	$\frac{0}{1}00\frac{1}{0}$	13 1101	$\frac{1}{0}00\frac{0}{1}$
6 0110	0001	14 1110	0001
7 0111	—	15 1111	—

K-map:

0	1	3	2
4	5	7	6
12	13	15	14
8	9	11	10

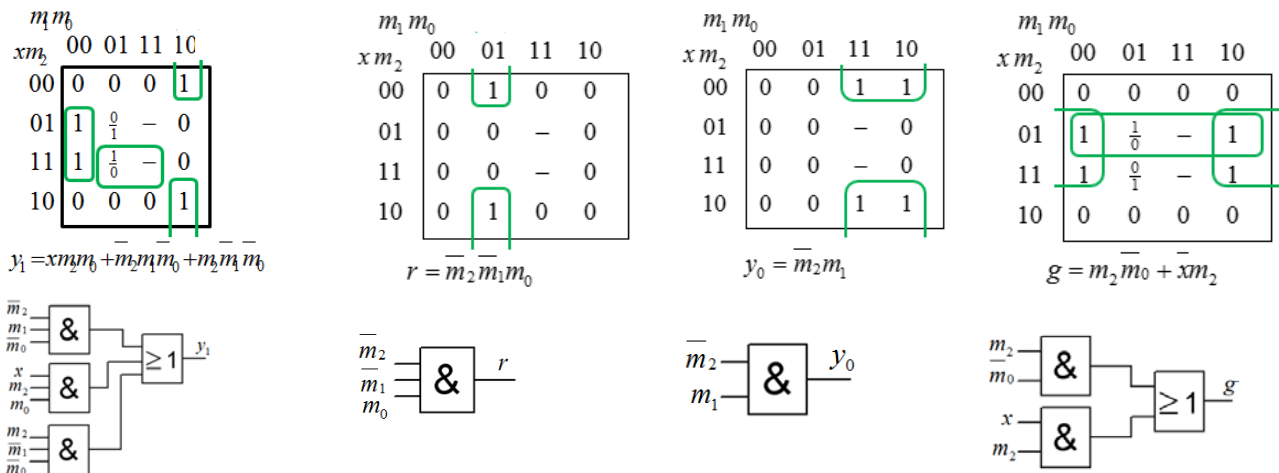
b)

$$y_1 = x m_2 m_0 + \overline{m_2} m_1 m_0 + m_2 m_1 \overline{m_0}$$

$$r = \overline{m_2} m_1 m_0$$

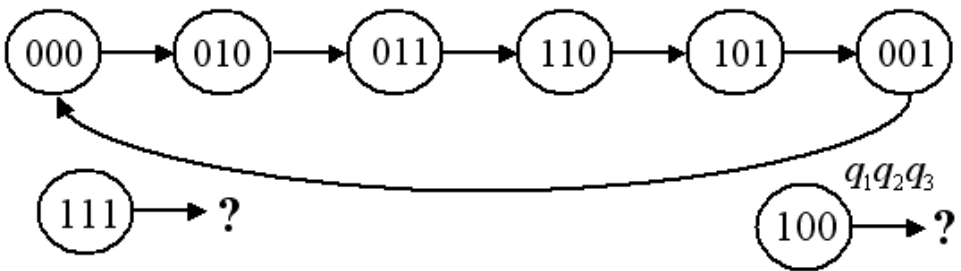
$$y_0 = \overline{m_2} m_1$$

$$g = m_2 \overline{m_0} + x m_2$$



12. 6p

En modulo-6 synkronräknare ska räkna med sekvensen  $q_1q_2q_3$  000, 010, 011, 110, 101, 001.



a) (1p) Ställ upp kretsens **Tillståndstabell**. Det två tillstånden 111 och 100 som *inte* ingår i sekvensen ska behandlas som don't care, med undantaget att de måste leda in till modulo-6 sekvensen (med andra ord de måste leda till något av de 6 tillstånden i sekvensen ovan).

b) (1p) Tag fram **minimerade** uttryck för nästa tillstånd  $q_1^+ = ?$   $q_2^+ = ?$   $q_3^+ = ?$

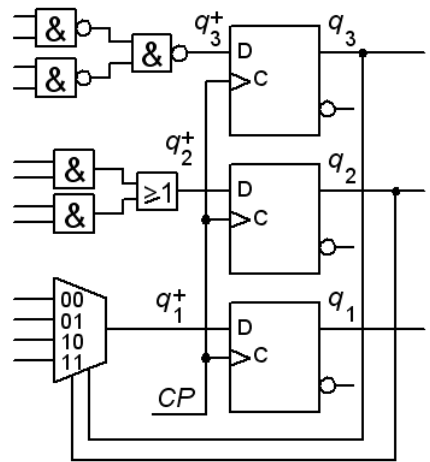
c) (3p) Synkronräknaren är uppbyggd med tre D-vippor enligt figuren. Realisera funktionerna:

$q_1^+$  med en 4:1 multiplexor.

$q_2^+$  med AND-OR grindar

$q_3^+$  med enbart NAND grindar

Genom att tilldela variabler till ingångarna i figuren till höger.



d) (1p) Till vilka tillstånd i modulo-6 sekvensen kommer **111** och **100** att gå med denna realisering?

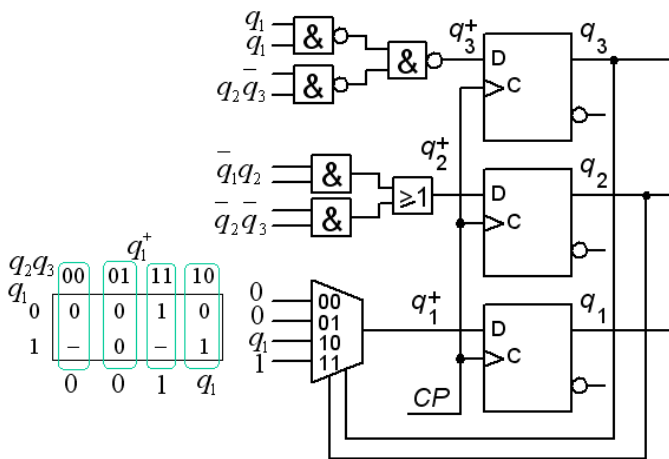
## 12. Lösningsförslag

$q_1 q_2 q_3$	$q_1^+ q_2^+ q_3^+$	$q_2 q_3$	$q_1^+$
000	010	$q_1$ 0	00 01 11 10
001	000	1	0 0 1 0
010	011		- 0 - 1
011	110	$q_2 q_3$	$q_2^+$
100	---	$q_1$ 0	00 01 11 10
101	001	1	1 0 1 1
110	101		- 0 - 0
111	---	$q_2 q_3$	$q_3^+$
		$q_1$ 0	00 01 11 10
		1	0 0 0 1
			- 1 - 1

$$q_1^+ = q_1 q_2 + q_2 q_3$$

$$q_2^+ = \bar{q}_1 q_2 + \bar{q}_2 \bar{q}_3$$

$$q_3^+ = q_1 + \bar{q}_2 \bar{q}_3$$



$$q_1^+(111) = 1 \quad q_1^+(100) = 0$$

$$q_2^+(111) = 0 \quad q_2^+(100) = 1$$

$$q_3^+(111) = 1 \quad q_3^+(100) = 1$$

$$(111) \rightarrow (101) \quad (100) \rightarrow (011)$$



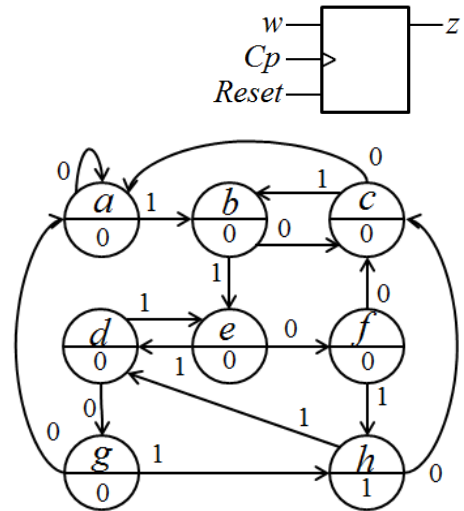
## Del B. Designproblem

Observera! Del B rättas endast om Du har mer än 11p på del A1+A2.

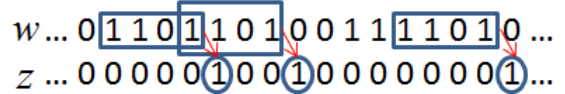
13. 6p Synkront sekvensnät. Sekvensdetektor.

( Att lösa denna **fristående deluppgift** kan mycket väl visa sig vara bra använd tid inför lösandet av resten av uppgiften! )

a) (2p) Tillståndsminimera tillståndsdiagrammet till höger (a,b,c,d,e,f,g,h). Rita sedan det minimala tillståndsdiagrammet.



b) (4p) En sekvensdetektor ska upptäcka varje gång en delsekvens ... 1101 ... uppträder inuti en sekvens av synkrona bitar som inkommer till ingången  $w$ .



Sekvensdetektorns utsignal  $z$  ska vara **1** i ett klockpulsvintervall direkt efter det att delsekvensen har uppträtt. Se figuren. Sekvenskretsen är utförd som en Moore-automat med positivt flanktriggade D-vippor med resetingångar.

Ställ upp **tillståndsdiagram** och **tillståndstabell**. Ställ upp **kodad tillståndstabell**. Välj **binärkod** som tillståndskod. Direkt efter *Reset* antas att inga 1:or har mottagits. Ställ upp **minimerade funktioner** för **nästa tillstånd**, och för **utgångsvärdet**.

$$q_2^+ q_1^+ q_0^+ = f(q_2 q_1 q_0, w) \Rightarrow q_2^+ = f(q_2 q_1 q_0, w) \quad q_1^+ = f(q_2 q_1 q_0, w) \quad q_0^+ = f(q_2 q_1 q_0, w)$$

$$z = f(q_2 q_1 q_0, w)$$

13. Lösningförslag a)

$z$	$S$	$S^+$	
		$w=0$	$w=1$
0	a	a	b
0	b	c	e
0	c	a	b
0	d	g	e
0	e	f	d
0	f	c	h
0	g	a	h
1	h	c	d

(abcdefg)(h)

$w=0$ : a→(abcdefg) b→(abcdefg) c→(abcdefg) d→(abcdefg)

e→(abcdefg) f→(abcdefg) g→(abcdefg)

$w=1$ : a→(abcdefg) b→(abcdefg) c→(abcdefg) d→(abcdefg)

e→(abcdefg) f→(h) g→(h)

(abcde)(fg)(h)

$w=0$ : a→(abcde) b→(abcde) c→(abcde) d→(fg) e→(fg)

$w=1$ : a→(abcde) b→(abcde) c→(abcde) d→(abcde) e→(abcde)

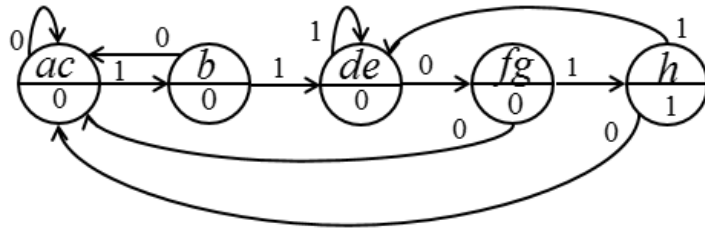
(abc)(de)(fg)(h)

$w=0$ : a→(abc) b→(abc) c→(abc)

$w=1$ : a→(abc) b→(de) c→(abc)

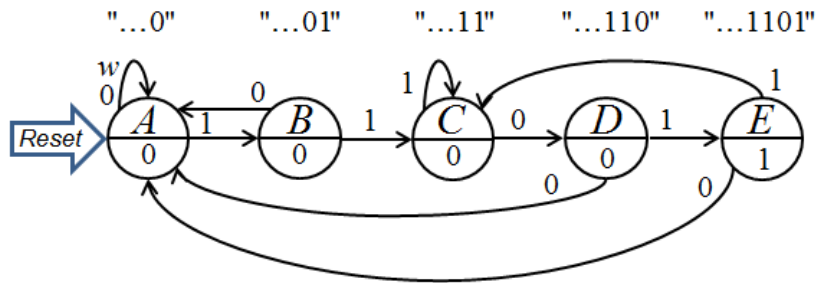
(ac)(b)(de)(fg)(h)

$z$	$S$	$S^+$
	$w=0$	$w=1$
0	ac	ac b
0	b	ac de
0	de	fg de
0	fg	ac h
1	h	ac de



b)

$z$	$S$	$S^+$
	$w=0$	$w=1$
0	A	A B
0	B	A C
0	C	D C
0	D	A E
1	E	A C



A:000 B:001 C:010 D:011 E:100

$$q_2^+ q_1^+ q_0^+ = f(q_2 q_1 q_0, w)$$

$$q_2^+ = f(q_2 q_1 q_0, w)$$

$q_2 q_1$	$q_0 w$	00	01	11	10
00		A → A:000	A → B:001	B → C:010	B → A:000
01		C → D:011	C → C:010	D → E:100	D → A:000
11		---	---	---	---
10		E → A:000	E → C:010	---	---

$q_2 q_1$	$q_0 w$	00	01	11	10
00		0	0	0	0
01		0	0	1	0
11		-	-	-	-
10		0	0	-	-

$$q_1^+ = f(q_2 q_1 q_0, w)$$

$q_2 q_1$	$q_0 w$	00	01	11	10
00		0	0	1	0
01		1	1	0	0
11		-	-	-	-
10		0	1	-	-

$$q_0^+ = f(q_2 q_1 q_0, w)$$

$q_2 q_1$	$q_0 w$	00	01	11	10
00		0	1	0	0
01		1	0	0	0
11		-	-	-	-
10		0	0	-	-

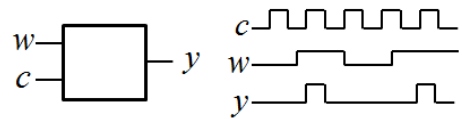
$$q_2^+ = q_1 q_0 w$$

$$q_1^+ = q_1 \bar{q}_0 + q_2 w + \bar{q}_1 q_0 w$$

$$q_0^+ = q_1 q_0 w + \bar{q}_2 \bar{q}_1 \bar{q}_0 w$$

14. 4p Single pulse generator.

Ett asynkront sekvensnät har en ingång  $w$  och en ingång  $c$ . Till ingången  $c$  kommer en följd av pulser. Var gång ingången  $w$  blir 1 ska en fullständig puls från följden  $c$  uppträda på utgången  $y$ , så fort det är möjligt. En puls på  $w$  är alltid längre än en puls på  $c$ . (Se figuren till höger).

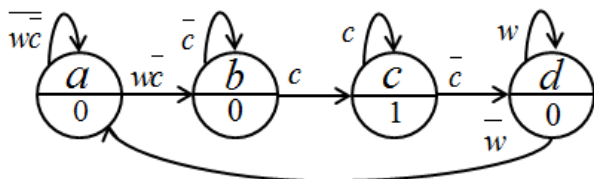


a) Ställ upp en korrekt **flödestabell** för sekvensnätet. Rita **tillståndsdigram**.

b) Gör en lämplig **tillståndstilldelning** med en **excitations-tabell** som ger nät som är **fria från kritisk kapplöpning**. Du skall även ta fram de **hasardfria uttrycken** för nästa tillstånd samt ett **uttryck för utgångsvärdet**, och rita **grindnäten** med valfria grindar.

14. Lösningförslag

Pulse could be started at  $c = 1$ , after  $w = 1$  and  $c = 0$ .



$a:00 \ b:01 \ c:11 \ d:10$

Gray code gives the states hamming distance 1

$wc$	00	01	11	10
$q_2q_1$	0	0	0	0
00	-	-	1	0
01	-	-	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	0	0

$$q_2^+ = wq_2 + cq_1$$

$wc$	00	01	11	10
$q_2q_1$	0	0	0	1
00	-	-	1	1
01	-	-	1	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

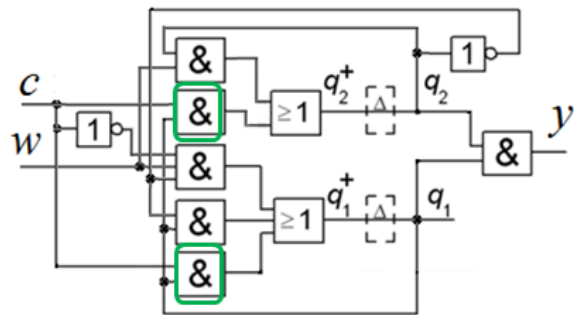
$$q_1^+ = cq_1 + \overline{q_2}q_1 + \overline{q_2}w\overline{c}$$

(with hazard cover) output:  $y = q_2q_1$

$wc$	00	01	11	10
$q_2q_1$	00	00	00	01
$a:00$	00	00	00	01
$b:01$	-	-	11	01
$c:11$	-	-	11	10
$d:10$	00	00	10	10

$y=1$

$w$  pulse is long, so if  $w = 0$  state  $b$  and  $c$  are don't care



$q_2^+$  and  $q_1^+$  could share one gate  $cq_1$

*Lycka till!*



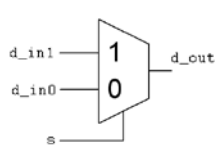
# Inlämningsblad för del A Blad 1

( ta loss och lämna in tillsammans med lösningarna för del A2 och del B )

Efternamn: \_\_\_\_\_ Förnamn: \_\_\_\_\_

Personnummer: \_\_\_\_\_ Blad: **1**

**Skriv in dina svar för uppgifterna från del A1 ( 1 till 10 )**

Fråga	Svar
1	$f(x, y, z) = \{SOP\}_{\min} = ?$
2	$s = K \cdot x \quad x = 1111_2 \quad s = ?$ [binärtal]
3	$x = 0101 \quad y = 0111 \quad s = x + y \quad \pm s_{10}$ [ två komplementtal som decimalt värde med tecken]
4	$f(a, b, c, d) = \{PoS\}_{\min} = ?$
5	$Q = f(A, B) = ?$
6	$f(b, a) = ?$
7	$f(A, B, C) = ?$
8	$Q_1 Q_0 : 00 \rightarrow$
9	$T_{CP} > ?$ [ns]
10	 <pre> <b>architecture</b> behave <b>of</b> MUX2_1 <b>is</b> <b>begin</b>         d_out &lt;= <b>end architecture</b> behave;                     </pre>

**Nedanstående del fylls i av examinatorn!**

Del A1 (10)	Del A2 (10)		Del B (10)		Totalt (30)	
Poäng	11	12	13	14	Summa	Betyg